

МІНІСТЕРСТВО ОБОРОНИ УКРАЇНИ
ВІЙСЬКОВА АКАДЕМІЯ (м. Одеса)

ЗАВАЛЬНЮК В.В., ПАНЧЕНКО Д.Ю.

ФІЗИКА

Навчальний посібник

Одеса 2022

Рецензенти:

Адамян В.М. – доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри теоретичної фізики та астрономії Одеського національного університету імені І.І. Мечникова.

Букарос А.Ю. – кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри електротехніки та систем ракетно-артилерійського озброєння Військової академії (м. Одеса).

Скачков В.В. – доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник Наукового центру Військової академії (м. Одеса).

Завальнюк В.В., канд. фіз.-мат. наук; **Панченко Д.Ю.**, канд. фіз.-мат. наук; навчальний посібник – Одеса: Військова академія, 2022. – 284 с.

Навчальний посібник з дисципліни «Фізика» призначений для курсантів всіх спеціальностей, що вивчають дану дисципліну та інші дисципліни циклів загальної та професійної підготовки, які на ній базуються.

Посібник допоможе тим, хто навчається, у вивченні теоретичного матеріалу та ознайомлення зі спеціальними військово-прикладними аспектами фізики, корисними для подальшого засвоєння широкого спектру дисциплін циклу професійної підготовки та набуття навичок самостійного розв'язання типових і практично спрямованих задач відповідно до вимог сучасного формування компетентності в рамках курсу фізики, що вивчається у вищих військових та інженерних навчальних закладах.

Посібник буде корисним для науково-педагогічних працівників при плануванні та проведенні навчальних занять з курсу фізики, а також при організації самостійної роботи.

Крім того, посібник може бути корисним і для студентів, які проходять підготовку за невійськовими спеціальностями та бажають поглибити свої знання у даній сфері та ознайомитися з військово-прикладними аспектами фізики.

У посібнику подаються теоретичні положення дисципліни, приклади їх військово-професійного застосування, приклади розв'язання типових і професійно-орієнтованих задач, питання для самостійного контролю знань та практичні завдання для самостійної роботи (разом із відповідями до них), а також перелік рекомендованої літератури.

ЗМІСТ

Вступ	4
РОЗДІЛ 1. Основи класичної механіки	5
1.1. Кінематика поступального та обертального руху	5
1.2. Динаміка поступального та обертального руху	21
1.3. Реактивний рух. Ракети	33
1.4. Опір середовища та його вплив на рух тіл. Парашути	39
1.5. Балістика. Вплив опору повітря на траєкторії куль і снарядів .	47
РОЗДІЛ 2. Молекулярна фізика і термодинаміка	75
2.1. Термодинаміка речовини	75
2.2. Модель ідеального газу. Газові процеси і статистичні розподіли .	80
2.3. Агрегатні стани речовини. Фазові переходи	90
2.4. Термодинамічні процеси у військово-прикладних задачах	96
РОЗДІЛ 3. Електромагнетизм та електричний струм	107
3.1. Електричне поле	107
3.2. Електрична ємність. Конденсатори	119
3.3. Електричний струм	124
3.4. Магнітне поле	139
3.5. Явище електромагнітної індукції та його застосування	148
РОЗДІЛ 4. Хвилі та їх поширення. Основи оптики	154
4.1. Коливальні процеси	154
4.2. Хвилі та їх характеристики	164
4.3. Основи геометричної оптики	176
4.4. Оптичні прилади	198
4.5. Інтерференція та дифракція хвиль. Антени	210
4.6. Поширення електромагнітних хвиль в атмосфері. Радіозв'язок ...	219
4.7. Основи ехо- і радіолокації	230
4.8. Теплове випромінювання, фотоелектричний ефект, лазери	253
Перелік використаної літератури	271
Перелік рекомендованої літератури	272
Додатки	273
Предметний покажчик	277

**Learning is like rowing upstream:
not to advance is to drop back.**

Chinese proverb

ВСТУП

Дисципліна «Фізика» циклу загальної підготовки викладається курсантам Військової академії, що проходять навчання за всіма спеціалізаціями освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр». Дана дисципліна є основою для подальшого вивчення багатьох дисциплін як загальної, так і професійної підготовки (стрілецька зброя та вогнева підготовка, автомобільна техніка, електротехніка, інженерна підготовка, РХБЗ, повітрянодесантна підготовка, будова та експлуатація артилерійських приладів, озброєння бойових машин, організація військового зв'язку, мінно-вибухова справа тощо).

Метою посібника є забезпечення засвоєння курсантами у достатньому обсязі фундаментальних законів і методів фізики, а також специфіки їх військово-професійного застосування, тісно пов'язаного з функціонуванням сучасних видів озброєння, радіолокації, засобів зв'язку та багатьох інших видів спеціалізованого обладнання.

Головна задача дисципліни «Фізика» – це надання курсантам глибокого розуміння основних принципів, законів і методів фізики, вміння оперувати фізичними моделями та усвідомлювати границі їх застосування, розв'язувати як типові, так і практично-спрямовані задачі, робити оцінки величин, критично відноситися до інформації, отриманої з різноманітних джерел, і творчо застосовувати отримані знання у своїй майбутній професійній діяльності.

Даний навчальний посібник повинен допомогти курсантові в оволодінні матеріалами дисципліни, методикою розв'язання задач у межах курсу фізики та навичками застосування набутих знань при розв'язанні різноманітних нетипових задач військово-професійного спрямування.

Завдяки широкому охопленню матеріалу, глибоким міждисциплінарним зв'язкам і ретельно підібраним прикладам розв'язання специфічних військово-спрямованих задач посібник допоможе не тільки курсантам, але й молодим і досвідченим викладачам в організації викладання дисципліни «Фізика», підготовці до навчальних занять та організації самостійної роботи курсантів.

Більша частина охопленого теоретичного матеріалу є оригінальною і виходить далеко за рамки типового курсу фізики, охоплюючи такі спеціальні розділи, як аеродинаміка, балістика, радіолокація, радіозв'язок тощо.

Значна частина задач, наведених у посібнику, є оригінальними (авторськими), а їх конкретний підбір має сприяти розвитку творчого мислення і формуванню широкого кола загальних і професійних компетенцій.

Посібник розділений за розділами курсу фізики і доповнений посиланнями на потужні віртуальні лабораторії та розгорнутим предметним покажчиком, що робить його зручним як для вивчення дисципліни, так і для застосування у навчальному процесі.

РОЗДІЛ 1

ОСНОВИ КЛАСИЧНОЇ МЕХАНІКИ

1.1. Кінематика поступального та обертального руху

Серед різних форм руху матерії найпростішою є **механічний рух**, під яким ми розуміємо зміну положення тіла (відносно інших тіл) із плином часу. З механічним рухом ми постійно зустрічаємось у природі, наприклад, розглядаючи рух небесних тіл; у техніці, коли описуємо рух і деформації машин і механізмів; у військовій справі, наприклад, коли розглядаємо рух літаків, ракет, снарядів і куль (балістика).

Розділ фізики, що вивчає механічний рух тіл, їх рівновагу та взаємодії, які при цьому відбуваються між ними, називається **механікою**.

Основна задача механіки полягає в обчисленні положення тіла у будь-який момент часу.

Обернена задача механіки – визначити сили, що діють на тіло, за характером його руху.

Вивченням руху макроскопічних тіл на основі законів Ньютона і принципу відносності Галілея займається **класична механіка**. Її часто ще називають «Ньютоновою механікою». Класичну механіку використовують у тих випадках, коли можна знехтувати квантовими та релятивістськими ефектами (рух тіл, швидкості яких значно менші за швидкість світла у вакуумі).

Класичну механіку поділяють на:

- **кінематику**, яка вивчає рух тіл, не приймаючи до уваги їхні маси та сили, що діють на них;
- **динаміку**, що вивчає вплив сил на рух тіл та систем взаємодіючих тіл;
- **статистику**, фізику тіл у спокої, де вивчаються умови їх рівноваги під дією різних сил.

Базовими поняттями механіки є: *матеріальна точка, система відліку, рух та траєкторія руху, сили та маса, імпульс, момент імпульсу, енергія...*

Основні поняття механіки

Матеріальна точка (*point particle*) – тіло, розмірами та формою якого можна знехтувати в умовах даного руху.

Одні й ті самі тіла можуть впевнено вважатися матеріальними точками в одних ситуаціях і не вважатися в інших. Наприклад, літак можна вважати матеріальною точкою при визначенні тривалості польоту між віддаленими містами та відповідної витрати палива, проте його ніяк не можна вважати матеріальною точкою при здійсненні посадки чи маневрування в аеропорту.

Тіла, що рухаються поступально, часто можна вважати матеріальними точками у більш широкому класі задач.

Для того щоб визначити, рухається деяке певне тіло чи ні, необхідно подивитися, чи змінюється його положення відносно інших тіл.

Положення тіла можна задати тільки відносно іншого тіла. Таке тіло називають **тілом відліку**. Тілом відліку може бути будь-яке тіло. Для визначення положення тіла у просторі застосовують *систему координат*. Якщо тіло рухається, тобто його координати змінюються відносно тіла відліку, необхідно мати ще й прилад для вимірювання тривалості руху.

Мінімально необхідний набір “знань”, який дозволяє відстежувати положення тіл і зміну цих положень з часом, називають **системою відліку** (*reference frame*). Вона включає в себе:

- 1) **точку (тіло) відліку** – точку або тіло, відносно якого задаються положення інших тіл;
- 2) **систему координат** (поєднану із вказаною точкою відліку), що описує виділені напрямки у просторі та масштаб відстаней;
- 3) **прилад для вимірювання часу**.

Лінія у просторі, уздовж якої рухається матеріальна точка, називається **траєкторією** (*trajectory*). Форма траєкторії суттєво залежить від системи відліку, з якої ця траєкторія спостерігається.

Положення тіла у просторі можна задати не тільки використовуючи координати, але й за допомогою **радіус-вектора**.

Радіус-вектор $\vec{r}$ – вектор, що поєднує початок координат з положенням тіла у просторі у даний момент часу

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори (орти) координатних осей;

x, y, z – координати точки у заданій системі координат.

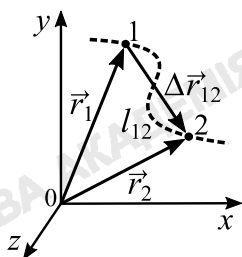


Рис. 1.1. Шлях, траєкторія і переміщення

Рух матеріальної точки описується залежністю радіус-вектора (або координат) від часу (рис. 1.1)

$$\vec{r} = \vec{f}(t).$$

Шлях l (м) – відстань, пройдена тілом за час руху (довжина траєкторії).

Переміщення (*displacement*) $\vec{s}$ або $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ (м) – вектор, що поєднує початкову і кінцеву точки траєкторії. Переміщення тіла ніколи не може бути більшим за пройдений ним шлях.

Основними величинами, що описують механічний рух тіла, є:

- **положення тіла**;
- **швидкість тіла**;
- **прискорення тіла**.

Швидкість (*velocity*) $\vec{v}$ (м/с) – векторна величина, яка описує швидкість і напрямок руху тіла з плином часу, та дорівнює похідній від радіус-вектора $\vec{r}$ за часом, тобто є границею відношення малої зміни переміщення $\Delta\vec{r}$ до малого проміжку часу ($\Delta t \rightarrow 0$), за який ця зміна відбулася:

$$\vec{v} = \vec{r}' = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \approx \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \quad (\text{якщо величина } \Delta t \text{ дуже мала}).$$

Швидкість завжди напрямлена по дотичній до траєкторії у вказаній точці. При русі тіла з незмінною швидкістю (*рівномірний прямолінійний рух*), вона дорівнює відношенню пройденого тілом шляху l до затраченого на його подолання часу t :

$$v = \frac{l}{t}.$$

Середня шляхова швидкість (*average speed*) $v_{\text{сер}}$ – відношення повного пройденого тілом шляху $l_{\text{зар}}$ до затраченого на його подолання часу $t_{\text{зар}}$:

$$v_{\text{сер}} = \frac{l_{\text{зар}}}{t_{\text{зар}}} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}.$$

Середня швидкість за переміщенням (*average velocity*) $\vec{v}_{\text{сер}}$ – відношення переміщення тіла $\vec{s}_{\text{зар}}$ до часу $t_{\text{зар}}$, за яке це переміщення відбулося:

$$\vec{v}_{\text{сер}} = \frac{\vec{s}_{\text{зар}}}{t_{\text{зар}}} = \frac{\vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \dots + \vec{s}_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}.$$

Прискорення (*acceleration*) $\vec{a}$ (м/с²) (*швидкість зміни швидкості*) – це векторна величина, що характеризує швидкість зміни швидкості тіла з плином часу і дорівнює похідній від швидкості $\vec{v}$ за часом (або другій похідній від радіус-вектора $\vec{r}$ за часом), тобто є границею відношення зміни швидкості $\Delta\vec{v}$ до проміжку часу ($\Delta t \rightarrow 0$), за який ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \vec{v}' = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \approx \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \quad (\text{якщо величина } \Delta t \text{ дуже мала}).$$

Приклад 1.1. За перші дві години руху БТР проїхав 80 км, за наступну годину – 25 км. Визначте його швидкість на кожній з ділянок і середню швидкість руху.

Дано:	Розглянемо рух БРТА на двох ділянках шляху l_1 та l_2 з незмінними швидкостями v_1 і v_2 на кожній із них відповідно. За означенням швидкості:
$t_1 = 2$ год	$v_1 = \frac{l_1}{t_1} = \frac{80}{2} = 40 \text{ км/год}, \quad v_2 = \frac{l_2}{t_2} = \frac{25}{1} = 25 \text{ км/год}.$
$l_1 = 80$ км	
$t_2 = 1$ год	
$l_2 = 25$ км	Середня шляхова швидкість за означенням дорівнює
$v_1, v_2, v_{\text{сер}} = ?$	

$$v_{\text{сер}} = \frac{l_{\text{зар}}}{t_{\text{зар}}} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{80 + 25}{2 + 1} = 35 \text{ км/год}.$$

Відповідь: $v_1 = 40$ км/год, $v_2 = 25$ км/год, $v_{\text{сер}} = 35$ км/год.

Приклад 1.2. Парашутист стрибає з висоти 2 км і до розкриття парашута летить зі швидкістю 50 м/с, а після розкриття – 5 м/с. Через який час після початку стрибка він розкрив парашут, якщо середня швидкість падіння становила 6.45 м/с?

Дано: $l_{\text{заг}} = 2000$ м $v_1 = 50$ м/с $v_2 = 5$ м/с $v_{\text{сеп}} = 6.45$ м/с $t_1 = ?$	Середня швидкість протягом всього спуску (до та після розкриття парашута) визначається за формулою $v_{\text{сеп}} = \frac{l_{\text{заг}}}{t_{\text{заг}}} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2}} = \frac{2000}{\frac{l_1}{50} + \frac{l_2}{5}} = \frac{10^5}{l_1 + 10l_2}.$ Враховуючи, що $l_1 = l_{\text{заг}} - l_2 = 2000 - l_2$, після підстановки l_1 у вираз для середньої швидкості отримуємо
--	---

$$v_{\text{сеп}} = \frac{10^5}{2000 + 9l_2}.$$

За умовою задачі $v_{\text{сеп}} = 6.45$ м/с. Отже

$$6.45 = \frac{10^5}{2000 + 9l_2} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} l_2 &\approx 1500 \text{ м,} \\ l_1 &\approx 2000 - l_2 = 500 \text{ м.} \end{aligned}$$

Тепер визначаємо момент розкриття парашуту після початку стрибка:

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1} \approx \frac{500}{50} = 10 \text{ с.}$$

Відповідь: $t_1 \approx 10$ с

Відносність руху

Будь-який механічний рух розглядається в системі відліку, обраний спостерігачем. У різних системах відліку тіло поводить себе по-різному. Наприклад, пасажир, який сидить у вагоні потягу, знаходиться у спокої відносно вагону і рухається відносно залізничних рейок.

Відносністю руху користуються при поповненні пального баків літака у повітрі. Незважаючи на те, що відносно поверхні землі та атмосферного повітря літаки мчать зі швидкостями у кілька сотень кілометрів за годину, вони можуть перебувати у спокої один відносно одного, що й робить можливим перекачування пального з борту одного літака на борт іншого.

Перетворення Галілея – правила класичної механіки, згідно з якими значення фізичних величин змінюються при переході між системами відліку, які рухаються прямолінійно та рівномірно одна відносно іншої.

Якщо система відліку K^* рухається відносно системи K зі сталою швидкістю $\vec{u}$, а в початковий момент часу $t = 0$ їх початки координат збігаються, то існують чіткі лінійні залежності між радіус-векторами тіла у цих системах, а також між векторами швидкості, яку воно в них має:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}^*(t) + \vec{u}t; \quad \vec{v}(t) = \vec{v}^*(t) + \vec{u}; \quad \vec{a}(t) = \vec{a}^*(t); \quad t = t^*.$$

Правило додавання швидкостей:

швидкість тіла $\vec{v}$ відносно нерухомої системи відліку K дорівнює геометричній сумі швидкості тіла $\vec{v}^*(t)$ у рухомій системі відліку K^* та швидкості $\vec{u}$, з якою система K^* рухається відносно системи K (рис. 1.2).

Відносність руху треба враховувати й при стрільбі з рухомої позиції по рухомій цілі. Наприклад, якщо з бронетранспортера під прямим кутом до напрямку руху здійснюється стрільба по рухомій цілі, яка рухається у тому ж напрямку та з тією ж швидкістю, що й бронетранспортер, то рух кулі відбувається так, як він би відбувався у разі стрільби з нерухомого бронетранспортера по нерухомій цілі (див. рис. 1.3 а). Зауважимо, що це є справедливим якщо бронетранспортер і ціль знаходяться на малій відстані друг від друга та появою додаткового бічного (для кулі) вітру, напруженого протилежно їх руху, можна знехтувати. Якщо ж бронетранспортер і ціль рухаються паралельними курсами назустріч один одному, то щоб влучити у ціль на малих дистанціях, доведеться брати упередження, пов'язане зі швидкостями їх руху, бо, з одного боку, куля за інерцією буде переміщатися разом з бронетранспортером, а з іншого боку, ціль буде йти від неї у протилежний бік (див. рис. 1.3 б).

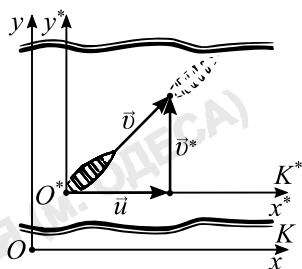


Рис. 1.2. Додавання швидкостей

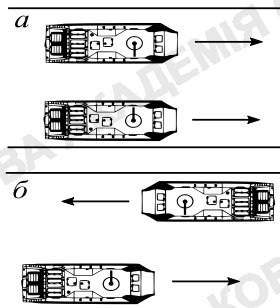


Рис. 1.3. Відносний рух БТРів

Приклад 1.3. З борту бронетранспортера, що рухається прямолінійно зі швидкістю $v_6 = 36$ км/год, ведеться стрільба з автомату АКМ (початкова швидкість кулі дорівнює $v_k = 715$ м/с) під прямим кутом до напрямку руху.

- Яке упередження необхідно брати при стрільбі по нерухомій мішені, розташованій на відстані 30 м від дороги?
- Яке упередження треба брати при стрільбі по рухомій цілі, що рухається протилежним курсом на відстані 50 м від нього зі швидкістю 54 км/год? Вважайте, що швидкість польоту кулі не встигає істотно зменшитися.

а)

Дано:

$$v_6 = 36 \text{ км/год} = 10 \text{ м/с}$$

$$v_k = 715 \text{ м/с}$$

$$h = 30 \text{ м}$$

$l = ?$

Визначимо час, за який куля пролетить відстань h :

$$t = \frac{h}{v_k} = \frac{30}{715} \approx 0.042 \text{ с.}$$

За цей час бронетранспортер зміститься відносно мішені на відстань

$$l = v_6 \cdot t \approx 10 \cdot 0.042 = 0.42 \text{ м.}$$

Відповідь: $l \approx 0.42 \text{ м.}$

б)

Дано:

$$v_6 = 36 \text{ км/год} = 10 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{ц}} = 54 \text{ км/год} = 15 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{к}} = 715 \text{ м/с}$$

$$h = 50 \text{ м}$$

$$l = ?$$

Скориставшись правилом додавання швидкостей і вважаючи напрямок руху БТРа додатним знайдемо його швидкість відносно цілі v_6^* (нібито ціль нерухома)

$$v_6^* = v_6 + v_{\text{ц}} = 25 \text{ м/с},$$

де $v_6, v_{\text{ц}}$ швидкості БТРа та цілі відносно дороги.

Далі, аналогічно випадку а), визначимо час, за який куля подолає відстань h :

$$t = \frac{h}{v_{\text{к}}} = \frac{50}{715} \approx 0.07 \text{ с},$$

та відстань l , на яку бронетранспортер зміститься відносно цілі:

$$l = v_6^* \cdot t \approx 25 \cdot 0.07 = 1.75 \text{ м}.$$

Відповідь: $l \approx 1.75 \text{ м}.$

Види руху

За формою траєкторії руху тіл виділяють **прямолінійний** і **криволінійний** види руху.

Прямолінійний рух – це такий рух тіла, при якому воно завжди рухається уздовж прямої лінії.

Прямолінійний рух у свою чергу поділяється на **рівномірний** та **прискорений**:

- **рівномірний прямолінійний рух** – такий рух тіла, при якому воно за будь-які рівні проміжки часу проходить однакову відстань. Тобто вектор швидкості тіла є сталою величиною;
- **рівноприскорений рух** – такий рух тіла, при якому його швидкість змінюється на однакову величину за будь-які рівні проміжки часу. Тобто вектор прискорення тіла є сталою величиною.

Криволінійний називають такий рух тіла, при якому **напрямок швидкості** тіла **змінюється** з часом. Відповідно, такий рух завжди є прискореним (бо будь-яка зміна швидкості з часом і є прискоренням).

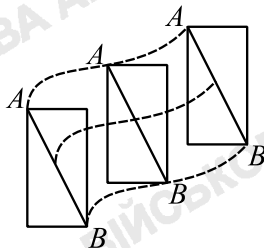


Рис. 1.4. Поступальний рух

Серед криволінійних рухів окремо виділяють **рух по колу**, який є найпростішим видом такого руху, проте дозволяє добре дослідити всі його специфічні риси.

Поступальним називають такий рух тіла, при якому траєкторії руху всіх його точок є паралельними (навіть якщо рух центру мас тіла при цьому є криволінійним) (рис. 1.4).

Таблиця 1.1

Рівняння прямолінійного руху

		Рівномірний рух	Рівноприскорений рух
Прискорення		$\vec{a} = 0$	$\vec{a} = \text{const}$
Швидкість		$\vec{v} = \text{const}$	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
Положення тіла у просторі		$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$
Координата (уздовж напрямку руху)		$x = x_0 + vt$	$x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$
Переміщення	(вектор)	$\vec{s} = \vec{v}t$	$\vec{s} = \vec{v}_0t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$
	(абсолютна величина)	$ \vec{s} = vt$	$ \vec{s} = \left v_0t + \frac{at^2}{2} \right = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

Приклад 1.4. Довжина ствола гвинтівки становить 60 см, а дульна швидкість кулі дорівнює 900 м/с. Визначте прискорення кулі у каналі ствола (вважаючи його сталим) і тривалість її розгону.

Дано:

$$l = 60 \text{ см} = 0.6 \text{ м}$$

$$v_k = 900 \text{ м/с}$$

$$v_0 = 0$$

$$a_k, t - ?$$

Спочатку визначимо прискорення кулі у каналі ствола, застосувавши формулу для переміщення:

$$l = \frac{v_k^2 - v_0^2}{2a_k} = \frac{v_k^2}{2a_k}.$$

Звідки отримуємо вираз для прискорення кулі

$$a_k = \frac{v_k^2}{2l} = \frac{900^2}{2 \cdot 0.6} = 675000 \text{ м/с}^2 = 675 \text{ км/с}^2,$$

знаючи яке можна легко визначити і тривалість її розгону:

$$t = \frac{v_k}{a_k} = \frac{900}{675000} \approx 0.0013 \text{ с} = 1.3 \text{ мс}.$$

Відповідь: $a_k = 675 \text{ км/с}^2$, $t \approx 1.3 \text{ мс}$.

Рух тіла по вертикалі під дією сили тяжіння

Відомо, що Земля притягує до себе всі тіла, які перебувають на її поверхні, або поблизу неї. Силу, з якою тіла притягуються до Землі, називають **силою тяжіння**. Загалом поняття сили та зокрема сили тяжіння буде розглянуто у розділі *динаміка*, відмітимо тільки, що людство почало використовувати дію сили тяжіння у зброї дуже давно. Наприклад, у Середні віки для руйнування захисних мурів і перекидання снарядів через них використовували металеві машини *требушети* (див. рис. 1.5). Вони були більш точними і далекобійними, ніж інші металеві машини тих часів.



Рис. 1.5. Требушет

Але після появи вогнепальної зброї, в якій використовується енергія пороху, подібні машини (що застосовували силу тяжіння) поступово зникли. На початку XX століття з початком розвитку авіації і появою вільно падаючих авіабомб сила тяжіння знову набула використання. Треба зауважити, що у сучасній манері ведення війни авіація загалом і, зокрема, авіабомби мають доволі велике значення.

Падіння тіла за умов, коли опором повітря можна знехтувати, називають **вільним падінням**. Біля поверхні Землі вільне падіння тіл відбувається зі спрямованим вертикально вниз прискоренням, рівним за модулем $g \approx 9.8 \text{ м/с}^2$, яке називають **прискоренням вільного падіння**.

Приклад 1.5. Авіабомба починає падати з нульовою початковою швидкістю. Визначте відстань, яку вона пролетить за 3 с, нехтуючи опором повітря.

Дано:	Рівняння проекції переміщення бомби на вісь Oy має вигляд:
$t = 3 \text{ с}$	
$v_0 = 0 \text{ м/с}$	$S_y = v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$
$g = 9.8 \text{ м/с}^2$	За умовою задачі $v_{0y} = 0, a_y = g, S_y = h$. Отже
$h = ?$	$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{9.8 \cdot 9}{2} = 44.1 \text{ м}.$

Відповідь: $h = 44.1 \text{ м}$

Приклад 1.6. Гранату відпустили з нульовою початковою швидкістю з висоти 2 м над рівнем землі. Визначте час, за який вона впаде на землю.

Дано:	Рівняння проекції переміщення гранат на вісь Oy має вигляд:
$h = 2 \text{ м}$	
$v_0 = 0 \text{ м/с}$	$S_y = v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$
$g = 9.8 \text{ м/с}^2$	За умовою задачі $v_{0y} = 0, a_y = g, S_y = h$. Отже
$t = ?$	$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{2}{\sqrt{9.8}} \approx 0.64 \text{ с}.$

Відповідь: $t \approx 0.64 \text{ с}$

Криволінійний рух

При дослідженні прямолінійного руху тіл ми приймали до уваги, що такий рух є деяким спрощенням того, що зазвичай відбувається навколо нас.

Насправді, у переважній більшості ситуацій тіла рухаються не прямолінійно, а по деяких викривлених траєкторіях. Причиною цього є взаємодія тіла з іншими тілами та неоднорідність простору, в якому воно рухається. Так, камінь, кинутий вгору під кутом до горизонту, буде поступово змінювати напрямок швидкості під дією сили тяжіння, як наслідок, змінюючи напрямок руху (рух перестає бути прямолінійним).

Аналогічна ситуація буде відбуватися з рухом авіабомби, скинутої з літака. У момент її скидання авіабомба і літак складають єдине ціле, тому відірвавшись від літака вона за інерцією рухатиметься з тією ж швидкістю і у тому ж напрямку, що й літак. З іншого боку, внаслідок дії сили тяжіння авіабомба буде падати. Якщо знехтувати опором повітря і вважати, що літак рухається горизонтально, рівномірно і прямолінійно, то такий складний рух авіабомби можна розкласти на два незалежних рухи:

1. рівномірний рух за інерцією;
2. вільне падіння, тобто рівноприскорений рух із прискоренням g .

Щоб визначити місце, де впаде авіабомба, треба спочатку обчислити тривалість її падіння, а потім розрахувати шлях, який вона подолає за цей час у напрямку руху літака. Наприклад, якщо літак рухається прямолінійно у горизонтальній площині зі сталою швидкістю $v = 100$ м/с, на висоті $h = 2$ км, то тривалість падіння бомби становитиме $t = \sqrt{2h/g} \approx 20$ с, а горизонтальна відстань, яку вона за цей час подолає, $l = v \cdot t \approx 2$ км.

Відмітимо, що якщо після скидання авіабомби літак продовжив би рівномірний і прямолінійний горизонтальний рух, то бомба впала би точно під ним, бо за 20 с її падіння літак пролетів би ту ж саму відстань, що й бомба (за умови нехтування опором повітря, що на неї діє).

Врахування опору повітря призводить до ускладнення руху авіабомби: його більше не можна розкласти на два незалежних рухи, оскільки крім дії сили тяжіння на рух авіабомби впливає ще сила опору повітря, котра постійно зменшує швидкість руху бомби.

Аналогічні ситуації зустрічаються у широкому колі різноманітних задач і явищ, тому далі ми розглянемо це питання більш детально.

Рух тіла, кинутого горизонтально

Розглянемо тіло, що знаходилося на деякій висоті над землею (наприклад, на башті або на борту літака чи нерухомого гелікоптера) і у початковий момент часу було кинуте (або відпущене) таким чином, що його початкова швидкість v_0 була відмінною від нуля і напрямленою горизонтально.

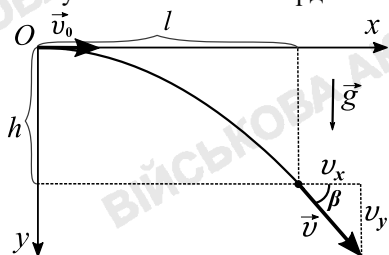
Для спрощення розгляду задачі знехтуємо опором повітря і впливом вітру (чи, що те саме, вважатимемо, що рух відбувається у вакуумі), що є доволі хорошим наближенням при розгляді руху важких, компактних і відносно повільних тіл.

Рух тіла за вказаних умов є рівноприскореним, однак напрямок прискорення – *прискорення вільного падіння* $\vec{g}$ – не є паралельним до напрямку руху тіла, а є сталим і спрямованим вертикально вниз. Як наслідок наявності цього прискорення траєкторія тіла викривлятиметься в бік Землі.

Для розв'язку даної задачі зручно розкласти рух тіла на дві проекції:

- на горизонтальну вісь (x), спрямовану уздовж початкової швидкості тіла, з прискоренням $a_x = 0$;
- на вертикальну вісь (y), спрямовану вниз, зі сталим прискоренням $a_y = g = 9.8 \text{ м/с}^2$.

Зрозуміло, що рух уздовж горизонтальної осі є рівномірним, а рух уздовж вертикальної осі – рівноприскореним. Система відповідних рівнянь, що описують залежності координати і швидкості тіла від часу мають вигляд:



$$\begin{aligned} x: & \begin{cases} v_x(t) = v_{0,x} = v_0, \\ y: & \begin{cases} v_y(t) = v_{0,y} + gt = gt, \\ \begin{cases} x(t) = v_{0,x}t = v_0 t, \\ y(t) = v_{0,y}t + \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2}, \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

тобто траєкторія польоту має форму гілки параболи.

Величина швидкості у момент часу t дорівнює

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2},$$

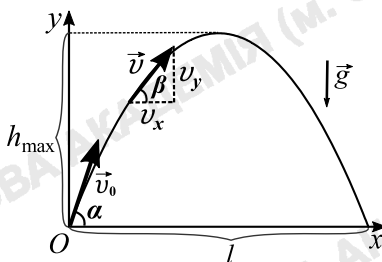
а кут β між її напрямком і горизонталлю становить

$$\beta = \arctg(gt/v_0).$$

Тривалість падіння і дальність польоту при киданні з висоти h дорівнюють:

$$t_{\text{п}} = \sqrt{2h/g}, \quad L = v_{0,x}t_{\text{п}} = v_0\sqrt{2h/g}.$$

Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту



Тепер розглянемо більш складний випадок, у якому тіло, що знаходилося на нульовій висоті і у початковий момент часу було кинуто під кутом $\alpha > 0$ до горизонту з початковою швидкістю $\vec{v}_0$, відмінною від нуля. У цій задачі ми також знехтуємо впливом середовища, який буде детально розглянуто у підрозділах 1.4 і 1.5.

Аналогічно попередньому випадку розкладемо рух на дві проекції (тільки цього разу вертикальну вісь спрямуємо вгору (відповідно $a_y = -g$):

$$\begin{aligned} x: & \begin{cases} v_{0,x} = v_0 \cos \alpha, \\ y: & \begin{cases} v_{0,y} = v_0 \sin \alpha, \\ \begin{cases} v_x(t) = v_{0,x} = v_0 \cos \alpha, \\ v_y(t) = v_{0,y} + gt = v_0 \sin \alpha - gt, \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x(t) = v_{0,x}t = v_0 t \cos \alpha, \\ y(t) = v_{0,y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

Бачимо, що траєкторія руху тіла описується звичайною параболою.

Величина швидкості у момент часу t дорівнює

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2 - 2v_0 g t \sin \alpha},$$

а кут β між її напрямком і горизонталлю становить

$$\beta = \arctan \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{gt}{v_0 \cos \alpha} \right).$$

Тривалість і дальність польоту дорівнюють

$$t_{\pi} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad L = v_{0,x} t_{\pi} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g},$$

а тривалість підйому (рівна тривалості падіння) і максимальна висота підйому становлять

$$t_{\uparrow} = t_{\downarrow} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}, \quad h_{\max} = v_{0,y} t_{\pi} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Приклад 1.7. На скільки зросте максимальна дальність горизонтального пострілу з АК-74 внаслідок підйому на башту висотою 4.5 м? Вважайте, що стрільба ведеться з положення стоячи (початкова висота ≈ 1.5 м).

Дано:	Спочатку розглянемо перший випадок, коли стрільба ведеться з положення стоячи тобто з початкової висоти h_0 . Для опису руху кулі виберемо прямокутну систему координат xOy , причому вісь y спрямуємо вертикально вниз. За початок відліку координат O приймемо точку вильоту кулі.
$h_6 = 4.5$ м	
$h_0 = 1.5$ м	
$v_0 = 910$ м/с	
$\Delta l - ?$	

Рівняння руху кулі:

$$Ox: x = v_{0,x} t,$$

$$Oy: y = v_{0,y} t + \frac{gt^2}{2}.$$

За умовою задачі стрільба ведеться горизонтально, тобто $v_{0,y} = 0$; $v_{0,x} = v_0$, де $v_0 = 910$ м/с – початкова швидкість кулі АК-74. Отже: $x = v_0 t$, $y = gt^2/2$.

У момент падіння кулі на землю $y = h$ та $x = l$.

Визначимо тривалість $t_1 = \sqrt{2h_0/g}$ і дальність польоту $l_1 = v_0 \sqrt{2h_0/g}$ кулі у першому випадку.

Відповідно, у другому випадку дальність польоту кулі $l_2 = v_0 \sqrt{2(h_0 + h_6)/g}$.

Тепер обчислимо Δl як різницю отриманих дальностей пострілу:

$$\Delta l = l_2 - l_1 = v_0 \left(\sqrt{2(h_0 + h_6)/g} - \sqrt{2h_0/g} \right) \approx 503 \text{ м}.$$

Відповідь: $\Delta l \approx 503$ м.

Рух по колу

Найпростішим випадком криволінійного руху є рух матеріальної точки по колу. Більш того, цей вид руху може бути узагальненим на випадки обертання твердого тіла навколо деякої осі та руху матеріальної точки (твердого тіла) по деякій довільній криволінійній траєкторії.

Будь-який криволінійний рух можна розбити на послідовно поєднані ділянки прямолінійного руху та руху по колу.

Почнемо з поступового введення необхідних у подальшому фізичних і математичних величин на прикладі руху матеріальної точки по колу.

Радіус R кола – відстань від його центра до будь-якої з його точок.

Довжина кола прямо пропорційна його радіусу і визначається формулою $l = 2\pi R$, де $\pi \approx 3.14$.

Далі, як і у випадку прямолінійного руху, нам знадобляться фізичні величини, що описуватимуть положення тіла на колі та стан його руху.

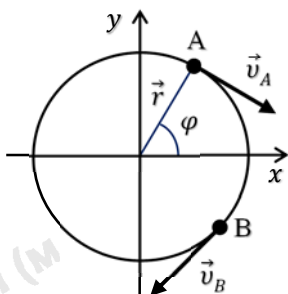


Рис. 1.6. Рух по колу

Положення точки на колі зручно описувати не у звичній декартовій системі координат (x, y) , а за допомогою полярної системи координат, у якій положення точки на площині визначається її відстанню r від початку координат і кутом φ відносно деякої уявної осі (див. рис 1.6).

Координата r може приймати значення від нуля до нескінченості: $r \in [0, +\infty)$.

Кут φ [фі] (радіан), що однозначно задає кожну точку кола, змінюється від нуля до 2π (значення, що відповідає повному оберту): $\varphi \in [0, 2\pi)$.

Кутове переміщення $\Delta\varphi$ – зміна кутового положення тіла внаслідок руху: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Менші індекси зазвичай відповідають більш раннім моментам часу (тобто φ_1 – початок руху, φ_2 – кінець руху).

При дослідженні обертального руху часто використовують необмежені значення кута φ . При цьому кути, які відрізняються на число, кратне 2π , відповідають одній і тій самій точці кола. Додатні значення кутового переміщення відповідають руху в одному напрямку, від'ємні значення – руху у протилежному напрямку, а кожне 2π – одному повному обертю.

Наприклад, зміна тілом свого положення зі значення $\varphi_1 = \pi$ на $\varphi_2 = 5\pi$ відповідає двом повним обертанням починаючи з заданої точки кола, а рух, при якому $\varphi_1 = \pi$ на $\varphi_2 = -3\pi$ – також двом повним обертанням, проте у протилежному напрямку.

Кутовою швидкістю (*angular velocity*) ω [омега] (рад/с) тіла у даній точці траєкторії називають величину, яка описує бистроту зміни кутового положення тіла з плином часу та дорівнює похідній від кутового переміщення за часом, тобто є границю (при $\Delta t \rightarrow 0$) відношення малого кутового переміщення $\Delta\varphi$ до малого проміжку часу Δt :

$$\omega = \varphi' = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \approx \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (\text{якщо величина } \Delta t \text{ дуже мала}).$$

Кутовим прискоренням (*angular acceleration*) β [бета] (рад/с²) тіла у даній точці траєкторії називають величину, яка характеризує бистроту зміни кутової швидкості з плином часу та дорівнює похідній від кутової швидкості за часом, тобто є границю (при $\Delta t \rightarrow 0$) відношення малої зміни кутової швидкості $\Delta\omega$ до малого проміжку часу Δt :

$$\beta = \omega' = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \approx \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (\text{якщо величина } \Delta t \text{ дуже мала}).$$

Як і у випадку кутового переміщення, додатний і від'ємний знаки кутової швидкості відповідають протилежним напрямкам обертання. Знак кутового прискорення визначає, в який бік змінюється кутова швидкість.

Лінійна швидкість і прискорення точки, що рухається по колу, пов'язані з її кутовими швидкістю і прискоренням наступними формулами:

$$v = \omega R; \quad a_\tau = \beta R.$$

Всі формули, що описують рівномірний і рівноприскорений *прямо-лінійний* рух, повністю збігаються з аналогічними формулами для руху по колу, якщо лінійні координату, швидкість і прискорення замінити відповідними кутовими величинами.

Таблиця 1.2

Рівняння прямолінійного руху і руху по колу

Прямолінійний рух		Рух по колу
$v = v_0 + at$	$\rightarrow$	$\omega = \omega_0 + \beta t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\rightarrow$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}$

Важливою відмінністю між прямолінійним рухом і рухом по колу є те, що в останньому випадку швидкість тіла постійно змінює свій напрямок, що відповідає наявності додаткового прискорення a_n , напрямленого до центру кола і завжди перпендикулярного миттєвій швидкості руху тіла. Це прискорення, яке, залежно від ситуації, називають **доцентровим** чи **відцентровим**, визначається формулою:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

Виникнення доцентрового прискорення є причиною, а не є наслідком, криволінійності руху (більш точно, причиною є відповідна сила, що призводить до появи доцентрового прискорення). Чим більшу швидкість має тіло, тим більшим буде радіус кола, по якому рухатиметься тіло під дією заданої сили (доцентрового прискорення):

$$R = \frac{v^2}{a_n}.$$

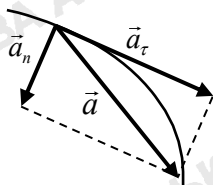


Рис. 1.7. Прискорення

Повне прискорення тіла дорівнює векторній сумі двох вказаних прискорень (рис. 1.7):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau = v'(t)\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

де R – радіус кривизни траєкторії, $\vec{\tau}$ та $\vec{n}$ – орти (одиничні вектори) дотичної і нормалі до траєкторії.

Тангенціальне (лінійне) прискорення $\vec{a}_\tau$ характеризує зміну швидкості за величиною та напрямлене уздовж дотичної до траєкторії;

Доцентрове (нормальне) прискорення $\vec{a}_n$ характеризує зміну швидкості за напрямком і спрямоване перпендикулярно до траєкторії у бік центра її кривизни (при русі по колу – центра кола).

Криволінійний рух як комбінація поступального та обертового

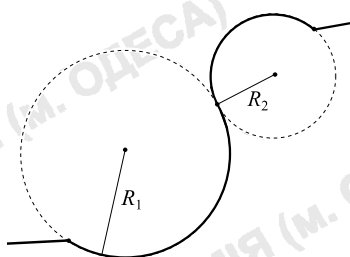


Рис. 1.8. Криволінійний рух

Довільний криволінійний рух завжди можна подати у вигляді комбінації послідовного руху тіла по прямолінійних ділянках і по дугах кіл різного радіусу (див. рис. 1.8).

Якщо з першою частиною – ділянками прямолінійного руху – проблем не виникає, то друге твердження на перший погляд може здатися невірним. Однак довільну гладку криву лінію завжди можна розбити на велику кількість малих (або нескінченно малих) ділянок, кожна з яких із будь-якою наперед заданою точністю описуватиметься колом деякого радіусу.

У таких випадках використовується математичний апарат інтегрального числення, у тому числі й так звані криволінійні інтеграли.

Іншим варіантом є застосування комп'ютерного моделювання, при якому траєкторія також розбивається на дрібні ділянки, рух по яким наближено описується стандартними рівняннями динаміки (саме такий підхід ми далі застосовуватимемо при моделюванні траєкторій куль, мін і снарядів).

Контрольні питання

1. Поясніть поняття *матеріальної точки, траєкторії руху, шляху та переміщення*. У чому полягає відмінність між *шляхом* і *переміщенням*? Наведіть приклади.
2. Дайте означення *швидкості та прискорення*? В яких одиницях вони вимірюються? Наведіть приклади, що пояснюють суть цих величин.
3. Як визначити *середню шляхову швидкість та середню швидкість за переміщенням*? Наведіть приклади, коли значення цих швидкостей будуть збігатися, а коли ні.
4. Запишіть формули, що визначають швидкість і переміщення тіла при *рівномірному та рівноприскореному русі*?
5. У чому полягає відмінність між *поступальним і обертальним рухом*, між *рівномірним і рівноприскореним рухом*?
6. Яку фізичну величину називають *кутовою швидкістю* тіла? Як вона пов'язана з *лінійною швидкістю* точки, що рухається по колу?
7. Що таке *доцентрове прискорення* і за яких умов воно виникає?
8. Чи може тіло, рухаючись, перебувати у спокої відносно повітря?
9. Сформулюйте *принцип відносності Галілея*. Поясніть, за яких умов він справджується. Наведіть приклади його застосування.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Куля пролетіла 800 м від стрілка до мішені, після чого відскочила від неї на 50 м в бік стрілка. Визначте переміщення кулі, пройдений нею шлях та її середню шляхову швидкість, якщо час польоту до цілі дорівнював 1 с, а час польоту після відскоку – 0.25 секунди?

Відповідь: $l = 850$ м; $s = 750$ м; $v_{\text{ср}} = 680$ м/с.

2. Патрульний човен пройшов першу ділянку маршруту за 2 години, другу – за чотири години, третю – за 90 хвилин. Визначте середню швидкість руху човна, якщо довжини ділянок дорівнюють 40, 50 та 30 морських миль відповідно.

Відповідь: $v_{\text{ср}} = 16$ вузлів.

3. Переїжджаючи з одного пункту в інший, автоколона проїхала половину часу зі сталою швидкістю $v_1 = 60$ км/год. З якою сталою швидкістю вона повинна рухатись решту часу, щоб середня швидкість руху зросла до 65 км/год?

Відповідь: $v_2 = 70$ км/год.

4. При русі проти течії швидкість катера відносно берега становить 4 м/с. З якою швидкістю катер рухатиметься відносно берега та відносно води за течією? Швидкість течії річки 2 м/с.

Відповідь: $v_{\text{в}} = 6$ м/с; $v_{\text{б}} = 8$ м/с.

5. Десантний човен піднявся по річці на відстань 20 км за 20 хв, а на зворотний шлях витратив лише 15 хв. Визначте власну швидкість човна та швидкість течії.

Відповідь: $v_{\text{ч}} \approx 19.4$ м/с; $v_{\text{т}} \approx 2.8$ м/с.

6. Гранату відпустили з башти з нульовою початковою швидкістю. Визначте відстань, яку вона пролетіла за перші 2 с польоту, і повну тривалість падіння, якщо висота башти дорівнює 30 м, а опором повітря можна знехтувати.

Відповідь: $h_{2\text{с}} = 19.6$ м; $t \approx 2.5$ с.

7. Як зросте дальність польоту гранати (початкова швидкість якої напрямлена горизонтально) після підйому на башту висотою 4.5 м? Кидок виконується з положення стоячи (початкова висота ≈ 1.5 м).

Відповідь: Зросте вдвічі.

8. На якій відстані від цілі (уздовж поверхні Землі) повинен скидати бомби літак, що рухається горизонтально зі швидкістю 490 км/год на висоті 8 км, щоб забезпечити влучення. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $l \approx 5.5$ км.

9. Від початку гальмування бронетранспортера до його зупинки пройшло 5 с. Визначте відсоток гальмівного шляху, який був подоланий за першу секунду гальмування.

Відповідь: 36%.

10. З борту бронетранспортера, що рухається прямолінійно зі швидкістю $v_6 = 36$ км/год, ведеться стрільба з автомату АК-74 під прямим кутом до напрямку руху. Яку горизонтальну поправку необхідно брати при стрільбі по нерухомій мішені, розташованій на відстані:

а) 30 м (середня швидкість польоту кулі становить $v_{\text{сер}} \approx 875$ м/с);

б) 100 м від дороги ($v_{\text{сер}} \approx 836$ м/с)?

Відповідь: а) $l \approx 0.34$ м; б) $l \approx 1.2$ м.

11. Снаряд вилітає з гармати під кутом 60° до горизонту зі швидкістю 400 м/с. Визначте час і дальність польоту снаряда, нехтуючи опором.

Відповідь: $t \approx 70.7$ с; $l \approx 14.1$ км.

12. Швидкість обертання башти танка БМ «Оплот» відносно його корпусу становить 40° за 1 секунду. Визначте кутове переміщення дула 125-мм гармати танку за 3 секунди повороту башти, якщо довжина ствола дорівнює 48 його калібрів, а відстань від основи ствола до осі обертання башти становить 1.5 м. Який шлях був пройдений при цьому кінцівкою гармати та чому дорівнювала середня швидкість її руху?

Відповідь: $\Delta\varphi = 120^\circ$; $l \approx 15.7$ м; $v_{\text{сер}} \approx 5.23$ м/с.

13. Визначте період і частоту обертання колеса вантажівки, що рухається по прямій зі швидкістю 54 км/год? Радіус колеса становить 60 см.

Відповідь: $T \approx 0.25$ с; $\nu \approx 4$ Гц = 240 об/хвилину.

1.2. Динаміка поступального та обертального руху

Розділ механіки, в якому вивчаються причини виникнення механічного руху, називається **динамікою**. Динаміка оперує такими поняттями, як *маса, сила, імпульс, момент імпульсу та енергія*.

Основна задача динаміки – по заданому характеру руху визначити сили, що діють на тіло.

Обернена задача динаміки – визначити майбутній рух тіла, якщо відомі всі сили, що діють на нього.

Основні поняття динаміки

Сила (force) $\vec{F}$ (Н) – векторна фізична величина, що характеризує ступінь взаємодії тіл. Якщо на дане тіло діють інші тіла, то ця дія (взаємодія) проявляється у зміні форми і розмірів тіла (воно деформується), та/або у зміні швидкості тіла (тіло рухається з прискоренням). Напрямок сили визначає напрямок прискорення.

Маса (mass) m (кг) – фізична величина, що є однією з основних характеристик матерії і визначає її інерційні, гравітаційні й енергетичні властивості.

Інерція (inertia) – властивість тіл зберігати стан рівномірного прямолінійного руху (зокрема стану спокою, коли швидкість дорівнює нулю), якщо на них не діють інші тіла чи дія цих тіл скомпенсована.

Якщо ж на тіло починає діяти деяка сила, то внаслідок інерційних властивостей речовини для зміни швидкості руху тіла знадобиться певний ненульовий час. Чим більшу масу має тіло, тим більшим цей час є.

Інерційна система відліку – система відліку, в якій тіло, на яке не діють жодні сили (або сили, що діють на нього, повністю компенсують одна одну), рухається рівномірно й прямолінійно.

Імпульс (momentum) $\vec{p}$ (кг·м/с) – векторна величина, яка є мірою кількості руху тіла у класичній механіці, дорівнює добутку маси тіла на його швидкість і має напрямок швидкості:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Перший закон Ньютона (закон інерції або принцип Галілея).

Існують такі системи відліку, які називаються інерціальними, відносно яких матеріальні точки, на які не діють ніякі сили або рівнодійна діючих на них сил дорівнює нулю, зберігають стан спокою або рівномірного прямолінійного руху допоки цей стан не змінять застосовані до них сили.

Другий закон Ньютона (базовий закон динаміки).

Прискорення матеріальної точки прямо пропорційне силі, що на неї діє, та напрямлене у бік дії цієї сили:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{або} \quad \vec{p}'(t) = \vec{F}.$$

Третій закон Ньютона (закон дії та протидії).

Сили, що виникають при взаємодії двох матеріальних точок (тіл), є рівними за модулем і протилежними за напрямком:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}.$$

Системою матеріальних точок (чи тіл) називають сукупність взаємо-зв'язаних матеріальних точок (тіл).

Рівняннями руху називають одне або систему рівнянь, які повністю визначають еволюцію даної системи з часом під дією внутрішніх і зовнішніх сил. Еволюція системи визначається однозначно, якщо відомі рівняння руху та задані початкові умови (початковий стан системи).

У найпростішому варіанті рівняння руху має вигляд

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N,$$

тобто задає зв'язок між прискоренням тіла та сумою всіх сил, що на нього діють, за допомогою другого закону Ньютона. Розв'язуючи рівняння руху (або їх систему) можна визначити всі параметри механічного руху системи.

Центр мас (центр інерції) тіла – це геометрична точка, що характеризує рух тіла або системи матеріальних точок як цілого. Положення центру мас $\vec{r}_c$ системи тіл з масами m_i і центрами мас у точках $\vec{r}_i$ дорівнює

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}.$$

Механічна рівновага (*mechanical equilibrium*) – стан тіла, в якому воно перебуває у спокої відносно певної інерціальної системи відліку чи рухається в ній рівномірно та прямолінійно, або рівномірно обертається навколо закріпленої осі, що проходить через центр мас тіла.

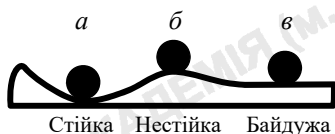


Рис. 1.9. Види рівноваги

Види рівноваги:

- **стійка** – при малих відхиленнях тіла від положення рівноваги виникають сили, що повертають тіло у початкове положення (рис. 1.9 а);
 - **нестійка** – навіть при найменших відхиленнях тіла від положення рівноваги виникають сили, направлені від положення рівноваги (рис. 1.9 б);
 - **байдужа** – при малих відхиленнях від положення рівноваги сума всіх сил, що діють на тіло, залишається рівною нулю (рис. 1.9 в).
- Тіло складної форми, розташоване на плоскій поверхні, перебуває у рівновазі за умови, що лінія, проведена вертикально через його центр мас, проходить через площу опори.

Сила пружності

Деформація (*deformation*) – зміна форми чи об'єму тіла внаслідок дії на нього інших тіл.

Сили пружності намагаються відновити форму деформованого тіла.

Пружні деформації – такі деформації, при яких тіло повністю відновлює свою початкову форму після припинення дії сили, що була причиною деформації. У наближенні пружних деформацій сили пружності можна вважати консервативними та наближено описувати *законом Гука*.

Закон Гука: при пружній деформації розтягування або стиснення довгого тонкого стрижня (пружини) загальна сила пружності напрямлена вздовж осі стрижня (пружини) та дорівнює

$$\vec{F} = -k \Delta \vec{L} \quad \text{або} \quad \sigma = \varepsilon E,$$

де k – коефіцієнт жорсткості (залежить від розмірів, форми і матеріалу тіла);

$\Delta \vec{L}$ – вектор, що задає напрямок і величину абсолютної деформації тіла;

$\varepsilon = \Delta l / l_0$ – відносна деформація;

$\sigma = F / S$ (Па) – механічне напруження;

S – площа поперечного перерізу тіла; E – модуль Юнга його матеріалу.

Для однорідного тіла зі сталим поперечним перерізом: $k = E S / L$.

Сили тертя

Сила тертя (*friction*) – це неконсервативна (дисипативна) сила, що протидіє руху тіла, поступово перетворюючи його механічну енергію в теплову.

До сил тертя відносяться сили сухого тертя ковзання, тертя кочення, опору повітря та рідини.

Сили тертя завжди напрямлені протилежно до вектора швидкості тіла.

При русі тіла по поверхні іншого тіла сила тертя пропорційна силі реакції опори N з коефіцієнтом пропорційності μ (*коефіцієнт тертя ковзання*):

$$F = \mu N.$$

Тертя спокою – тертя між двома твердими тілами за відсутності їх руху одне відносно одного, яке перешкоджає початку руху. Сила тертя спокою завжди дорівнює за величиною тій силі, що намагається зсунути тіло з місця. Максимальну силу тертя спокою для даної пари тіл визначає **коефіцієнт тертя спокою** μ_s , який зазвичай є більшим за коефіцієнт тертя ковзання.

Таблиця 1.3

Значення коефіцієнта сухого тертя спокою для різних пар матеріалів

Матеріали	μ_s	Матеріали	μ_s
Мідь – Сталь	0.53	Бетон (мокрый) – Гума	0.30
Сталь – Сталь	0.80	Бетон (сухий) – Гума	1.0
Поліетилен – Сталь	0.2	Бетон – Деревина	0.62
Сталь – Політетрафторетилен	0.04	Скло – Скло	0.94

Сила гравітації

Гравітація (*gravity*) – властивість всіх тіл і об'єктів, що мають масу чи енергію, притягуватись одне до одного.

Хоча гравітаційна взаємодія є найслабшою з фундаментальних взаємодій, взаємодія дуже великих мас (в астрономічних масштабах) призводить до виникнення значних сил. Зокрема, гравітація є причиною земного тяжіння, внаслідок якого предмети падають дотолу, та появи *ваги* у тіл на Землі.

Взаємодія двох точкових (або сферично симетричних) тіл визначається **законом всесвітнього тяжіння**

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де m_1, m_2 – маси тіл, r – відстань між їх центрами мас,

$G \approx 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$ – гравітаційна стала.

Прискоренням вільного падіння називають прискорення, з яким рухаються тіла внаслідок гравітаційної дії з боку астрономічного об'єкта маси M :

$$g = G \frac{M}{r^2},$$

а відповідна сила тяжіння дорівнює

$$F_{\text{тяж}} = mg.$$

Біля поверхні Землі прискорення вільного падіння дорівнює $\approx 9.8 \text{ м/с}^2$.

Вага, перевантаження та невагомість

Вагою (*weight*) P (Н) називають **силу**, з якою тіло діє на опору, кріплення чи підвіс внаслідок прискореного руху, дії сили тяжіння, чи інших причин.

Наприклад, при ударі тенісною ракеткою по м'ячу можна говорити о «вазі» м'яча відносно ракетки, і ця вага буде значно більшою за звичайну вагу м'яча (внаслідок наявності значного прискорення) – це легко помітити, якщо звернути увагу на деформацію сітки ракетки.

Варто не плутати **вагу** з **масою** – це два зовсім різних поняття, які чітко пов'язані між собою лише у тих випадках, коли розглядається нерухоме тіло у полі сили тяжіння за відсутності будь-яких інших сил (таких, як сили інерції та сила Архімеда). Нагадаємо, що вага вимірюється у ньютонках, а маса – у кілограмах. Тобто достатньо поглянути на розмірності цих величин, щоб помітити суттєву відмінність між ними.

В умовах однорідного гравітаційного поля **центр мас** тіла збігається з **центром ваги** тіла.

Вага тіла істотно залежить від значення прискорення вільного падіння. Коливання прискорення вільного падіння у межах Землі є невеликим, але на різних небесних тілах вага тіл з рівними масами може сильно відрізнятися. Наприклад, на Місяці вага тіл зменшується приблизно у 6 разів.

Вага залежить і від стану руху тіла, а саме від його прискорення. При вільному падінні (русі лише під дією сили тяжіння Землі) вага тіла дорівнює нулю – воно перебуває у **стані невагомості**. При русі тіла з прискоренням відносно Землі його вага змінюється. Наприклад, у ліфті, що *рушає* вгору, вага тіла зростає на величину прискорення ліфта $P = m(g + a)$, а у ліфті, що *рушає* вниз, вага тіла зменшується на величину прискорення $P = m(g - a)$. При рівномірному русі по опуклій (увігнутій) поверхні вага тіла зменшується (зростає) на величину відповідної доцентрової сили. Для вимірювання ваги використовуються ваги або терези, які вимірюють безпосередньо вагу, а не масу тіла. Якщо потрібно визначити саме масу, то її треба перерахувати зі значення ваги.

Перевантаження – стан системи, в якому деяке тіло тисне на опору, кріплення чи розтягує підвіс з силою, більшою за його нормальну вагу $P = mg$ у полі тяжіння Землі.

Невагомість – стан, в якому тіло не тисне на жодну опору або кріплення, не розтягує підвіс, тощо. Стан невагомості є станом вільного падіння.

Невагомість часто плутають з відсутністю гравітації. Проте, невагомість на орбіті не є результатом відсутності сили тяжіння чи навіть її значного зменшення (сила тяжіння Землі на висоті 300 км лише на $\approx 10\%$ менша, ніж на її поверхні). Причина виникнення невагомості полягає у тому, що сила тяжіння надає тілу та його оточенню однакове прискорення і вони падають навколо Землі не створюючи тиску одне на інше.

Закон Архімеда: вага тіла, зануреного в рідину (газ), зменшується на вагу витісненої тілом рідини (газу).

Виштовхувальна сила (*buoyancy*) F_A (*сила Архімеда*), яка при цьому виникає, прикладена до центру мас витісненого тіла і визначається формулою

$$F_A = \rho g V,$$

де ρ – густина рідини, V – об'єм тіла, g – прискорення вільного падіння.

Динаміка обертального руху

Рух матеріальної точки по колу є можливим лише за наявності сталої за величиною сили, напрямленої до центра кола, – **доцентрової сили** $F_{\text{д.ц.}}$, яка змушує тіло повертати навколо центра і визначає радіус кривизни траєкторії:

$$R = \frac{mv^2}{F_{\text{д.ц.}}}$$

При довільному криволінійному русі доцентрова сила завжди напрямлена у бік повороту перпендикулярно до траєкторії.

Природою доцентрової сили можуть бути сила тертя (для автомобілів), сила тяжіння (для космічних апаратів), сила пружності (для гвинта літака).

Момент сили $\vec{M}$ (Н·м) – векторна величина, що є мірою зусилля, спрямованого на обертання тіла, та дорівнює векторному добутку радіус-вектора $\vec{r}$ (проведеного від осі обертання тіла до точки прикладення сили) і вектора цієї сили $\vec{F}$ (α – кут між напрямком сили й радіус-вектором точки):

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] \quad \text{або} \quad M = r F \sin \alpha.$$

Момент імпульсу (кутовий момент) $\vec{L}$ (кг·м²/с) – векторна величина, яка характеризує кількість обертального руху тіла відносно певної точки. Для матеріальної точки, яка обертається відносно початку координат, визначається, як векторний добуток радіус-вектора $\vec{r}$ точки та її імпульсу $\vec{p}$:

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}].$$

Основне рівняння динаміки обертального руху є аналогом другого закону Ньютона і пов'язує кутове прискорення тіла $\vec{\beta}$ з прикладеним до нього моментом сили $\vec{M}$ та інерційними властивостями самого тіла:

$$\vec{M} = I \vec{\beta} \quad \text{або} \quad \vec{M} = \vec{L}'(t),$$

де I (кг·м²) – **момент інерції** тіла, що описує властивість тіла опиратися зміні стану його обертального руху (аналог маси для обертального руху).

Таким чином, тіло починає обертатися навколо деякої осі з відповідним кутовим прискоренням $\vec{\beta}$, якщо сумарний момент сил відносно цієї осі є відмінним від нуля:

$$\vec{\beta} = \vec{M} / I.$$

Розглядаючи динаміку руху матеріальної точки по колу та записуючи всі відповідні рівняння у кутових змінних ми ввели нову величину – **момент інерції** точкового тіла відносно осі обертання. Ця величина виявилася дуже зручною при записі *рівняння динаміки обертального руху*, увібравши в себе як параметри тіла, так і параметри його колової траєкторії. Тому природним є узагальнення поняття моменту інерції на випадок довільного тривимірного твердого тіла.

Зрозуміло, що будь-яке тривимірне тіло можна уявити як поєднання нескінченної кількості точкових тіл (або дуже великої кількості настільки малих тіл, що їх розмірами можна знехтувати порівняно з радіусом їх колової траєкторії руху). Якщо момент інерції точкового тіла дорівнює $I = mR^2$, то загальний момент інерції системи N тіл відносно деякої осі визначатиметься сумою їх власних моментів інерції відносно цієї осі:

$$I = \sum_{i=1}^N I_i = \sum_{i=1}^N m_i R_i^2,$$

де R_i – відстань від i -го тіла до осі обертання (радіус кола, уздовж якого воно рухається).

У випадку суцільного тіла стає у нагоді процедура інтегрування:

$$I = \int_V \rho(\vec{r}) R^2(\vec{r}) d\vec{r},$$

де інтегрування ведеться по всьому об'єму V тіла, $\rho(\vec{r})$ – густина тіла у точці з радіус-вектором $\vec{r}$, а $R(\vec{r})$ – відстань від цієї точки до осі, навколо якої тіло обертається.

Відповідно до останніх формул момент інерції тіла істотно залежить від осі, навколо якої воно обертається. Зазвичай для тіл симетричної форми вказують моменти інерції відносно основних осей симетрії (див. Додаток 2).

Робота, потужність, енергія. Закони збереження

Енергія (*energy*) E (Дж, джоуль; 1 Дж = 1 Н · 1 м) – це скалярна фізична величина, загальна кількісна міра руху та взаємодії всіх видів матерії. Енергія не виникає з нічого і нікуди не зникає, вона може тільки переходити з одного стану в інший (закон збереження енергії).

Поняття енергії є загальною *характеристикою стану* фізичних тіл і фізичних полів.

Воно також нерозривно пов'язане зі здатністю фізичного тіла або системи виконувати роботу: виконуючи роботу тіло або система частково втрачає свою енергію, витрачаючи її на зміни у навколишніх тілах. Чим більшу енергію має тіло, тим більшу роботу воно може виконати, змінюючи свій стан (піднятий вантаж – при своєму падінні; тіло, що рухається, – при уповільненні; деформована пружина – при відновленні своєї форми; нагрітий газ – при остиганні; паливо – при горінні тощо).

Відповідно до різних форм руху матерії, розрізняють кілька типів енергії: механічну, гравітаційну, електромагнітну, внутрішню (теплову), хімічну, ядерну та інші. Цей поділ є досить умовним. Зазвичай:

- *механічна енергія* – кінетична енергія руху тіл і потенціальна енергія їх взаємодії, а також енергія пружних деформацій;
- *гравітаційна* – енергія гравітаційної взаємодії масивних тіл;
- *внутрішня* – кінетична енергія руху атомів речовини і потенціальна енергія їх взаємодії;
- *електромагнітна* – енергія електричного та магнітного полів зарядів і електричних струмів;
- *хімічна* – енергія міжатомних зв'язків у молекулах і твердих тілах;
- *ядерна* – енергія зв'язку складових частин атомних ядер.

Більш вірно було б поділяти енергію за видами фундаментальних взаємодій, з якими вона пов'язана (тобто гравітаційною, електромагнітною і сильною), проте такий поділ є менш зручним при розв'язанні практичних задач.

Кінетична енергія (*kinetic energy*) $E_{\text{кін}}$ – частина енергії фізичної системи, яку вона має завдяки своєму руху.

Для матеріальної точки:
$$E_{\text{кін}} = \frac{m v^2}{2} = \frac{p^2}{2m};$$

для твердого тіла:
$$E_{\text{кін}} = \frac{m v^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2} = \frac{p^2}{2m} + \frac{L^2}{2I},$$

де m – маса тіла (частинки), v – його швидкість, p – імпульс, L – момент імпульсу, I – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас тіла, ω – кутова швидкість обертання навколо власного центра мас.

Бачимо, що кінетична енергія твердого тіла складається з кінетичної енергії його поступального руху та кінетичної енергії обертального руху

$$E_{\text{кін,об}} = L^2 / (2I) \quad \text{або} \quad E_{\text{кін,об}} = I \omega^2 / 2.$$

Повна кінетична енергія системи тіл дорівнює сумі кінетичних енергій складових цієї системи:
$$E_{\text{кін}} = \sum_i E_{\text{кін},i}.$$

Потенціальна енергія (*potential energy*) $E_{\text{пот}}$ – частина енергії системи, пов'язана із взаємодією між тілами, що її складають, та із зовнішніми щодо цієї системи тілами (залежить від розташування тіл у просторі).

Механічною енергією системи тіл називають суму кінетичної енергії (енергії руху) і потенціальної енергії (енергії взаємодії) тіл цієї системи:

$$E_{\text{мех}} = E_{\text{кін}} + E_{\text{пот}}.$$

Значення потенціальної енергії зазвичай є визначенням лише з точністю до певної сталої. Водночас різниця значень потенціальної енергії частинки у різних положеннях – однозначна величина. Тому найчастіше за нульовий рівень потенціальної енергії обирається той, що є найбільш зручним для розв'язання даної задачі, і вже від нього відраховується потенціальна енергія інших точок чи конфігурацій системи.

Наприклад, у випадку гравітаційної взаємодії двох тіл можна вибрати за нульовий рівень потенціальну енергію тієї конфігурації, у якій тіла рознесені на нескінченно велику відстань і не взаємодіють між собою.

Водночас, при розв'язанні задачі про рух тіла біля поверхні Землі за початок відліку потенціальної енергії зручно прийняти рівень землі.

Потенціальна енергія тіла маси m , піднятого над поверхнею Землі на відносно невелику висоту h :

$$E_{\text{пот}} = mgh.$$

Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії двох тіл:

$$E_{\text{пот}} = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Потенціальна енергія деформованої пружини із жорсткістю k :

$$E_{\text{пот}} = \frac{k x^2}{2}.$$

Механічна робота (*work*) A (Дж, джоуль) – фізична величина, що визначає енергетичні затрати при переміщенні тіла чи його деформації.

Робота при малому переміщенні $\delta \vec{s}$ під дією сили $\vec{F}$ дорівнює скалярному добутку (α – кут між векторами $d\vec{s}$ та $\vec{F}$)

$$\delta A = (\vec{F}, \delta \vec{s}) = F \delta s \cos \alpha.$$

Робота сталої сили $\vec{F}$ при прямолінійному русі дорівнює (рис. 1.10)

$$A = (\vec{F}, \vec{s}) = F s \cos \alpha.$$

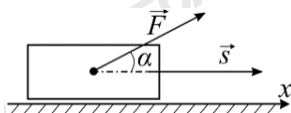


Рис.1.10. Механічна робота

Робота змінної за величиною (та/або напрямком) сили визначається інтегралом уздовж траєкторії L руху тіла

$$A = \int_L F_s dS,$$

де F_s – проекція сили на напрямок переміщення у кожній точці руху.

Робота *консервативних* (потенціальних) сил $\vec{F}$ (для яких виконується закон збереження механічної енергії) залежить лише від різниці значень потенціалів кінцевої і початкової точок руху та не залежить від траєкторії, по якій тіло рухалося між цими двома точками.

Потужність (*power*) P (Вт, ват) – робота, виконана за одиницю часу, або енергія, передана за одиницю часу. Якщо робота виконується рівномірно, тоді $P = A/t$. Миттєве значення потужності визначається формулою

$$P = A'(t) = (\vec{F}, \vec{v}) = Fv \cos \alpha.$$

Закони збереження

У механіці деяку системою тіл називають **замкнутою**, якщо тіла, що належать до неї, взаємодіють лише між собою, а взаємодія з будь-якими іншими (сторонніми) тілами відсутня.

Внутрішніми силами називають всі сили, які діють лише між тілами, що входять до даної системи.

Всі інші сили (ті, з якими тіла даної системи діють на зовнішні тіла та навпаки) називають **зовнішніми силами**.

Внутрішні сили *не змінюють повної енергії, імпульсу і моменту імпульсу системи*, проте можуть змінювати параметри окремих її складових (наприклад, передаючи енергію від одного тіла системи до іншого або переводячи її з однієї форми в іншу).

Закон збереження імпульсу: при механічному русі тіла компонента його імпульсу вздовж деякого напрямку змінюється лише у тому випадку, коли на тіло вздовж цього напрямку діє одна або декілька сил. Якщо уздовж вказаного напрямку жодна сила на тіло не діє або дія всіх сил скомпенсована, то відповідна компонента імпульсу залишатиметься незмінною.

Закон збереження моменту імпульсу: момент імпульсу тіла відносно деякого напрямку осі обертання залишається незмінним, якщо сумарний момент сил, прикладених до тіла відносно цієї осі, дорівнює нулю.

$$\begin{aligned}
 &\text{Повні енергія } (E), \\
 &\text{імпульс } (\vec{p} = m\vec{v}) \\
 &\text{і момент імпульсу } (\vec{L}) \\
 &\text{замкненої системи тіл} \\
 &(\text{на яку не діють зовнішні сили}) \\
 &\text{зберігаються.}
 \end{aligned}
 \begin{aligned}
 \sum_{i=1}^N E_i(t_1) &= \sum_{i=1}^N E_i(t_2) = \text{const} \\
 \sum_{i=1}^N m_i v_i(t_1) &= \sum_{i=1}^N m_i v_i(t_2) = \text{const} \\
 \sum_{i=1}^N \vec{L}_i(t_1) &= \sum_{i=1}^N \vec{L}_i(t_2) = \text{const}
 \end{aligned}$$

Приклад 1.8. Обчисліть на скільки відсотків зміниться імпульс віддачі одиночного пострілу з автомату АК-74 з дульним гальмом та без нього, вважаючи, що маса порохових газів дорівнює масі пороху $m_r = 1.4$ г, маса і дульна швидкість кулі $m_k = 4$ г і 915 м/с відповідно, швидкість витікання порохових газів з каналу ствола дорівнює $v_r = 1350$ м/с, а за наявності дульного гальма $m_{гд} = 0.3$ г порохових газів витікає крізь нього зі швидкістю $v_{гд} = 1800$ м/с у напрямку, протилежному швидкості кулі.

Аналіз та розв'язок

Для обчислення імпульсу віддачі при одиночному пострілі застосуємо закон збереження імпульсу, згадуючи, що до пострілу повний імпульс дорівнює 0.

При пострілі без дульного гальма маємо:

$$0 = p_v + p_k + p_r,$$

де p_v – імпульс віддачі, p_k – імпульс кулі, p_r – імпульс порохових газів, що вириваються з каналу ствола вслід за кулею. Враховуючи означення імпульсу $p = mv$, отримуємо вираз для імпульсу віддачі:

$$p_{v1} = -(m_k v_k + m_r v_r) \approx -5.6 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

При пострілі із застосуванням дульного гальма маємо:

$$0 = p_v + p_k + p_r - p_{гд},$$

де $p_{гд}$ – імпульс порохових газів, які вириваються з дульного гальма у бік, протилежний напрямку вильоту кулі, частково компенсуючи віддачу.

Імпульс віддачі з урахуванням дії дульного гальма дорівнює:

$$p_{v2} = -(m_k v_k + (m_r - m_{гд}) v_r) + m_{гд} v_{гд} \approx -4.6 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Визначимо зниження віддачі внаслідок застосування дульного гальма:

$$\eta = \frac{|p_{v1}| - |p_{v2}|}{|p_{v1}|} \cdot 100\% = \frac{5.6 - 4.6}{5.6} \cdot 100\% \approx 18\%.$$

Відповідь: $\eta \approx 18\%$.

Контрольні питання

1. Який зміст має поняття *сили*? В яких одиницях вона вимірюється? Наведіть приклади сил різної природи і явища, в яких вони проявляються.
2. В яких випадках механічну систему називають *замкненою*?
3. Поясніть поняття *маси* й *імпульсу* тіла. Наведіть одиниці їх вимірювання.
4. Сформулюйте і поясніть другий і третій закони Ньютона.
5. Дайте означення понять *сила тяжіння* та *вага*? У чому полягає відмінність між масою, вагою і силою тяжіння?
6. Дайте означення величин *момент сили*, *момент імпульсу* і *момент інерції*. Яким чином ці величини пов'язані між собою?
7. Сформулюйте закони збереження імпульсу та моменту імпульсу. Наведіть приклади їх застосування при розв'язанні задач.
8. Дайте означення поняття *енергія*. Які основні види енергії виділяють?
9. Дайте визначення *кінетичної* та *потенціальної енергії*.
10. Дайте означення *механічної роботи*. У яких одиницях вона вимірюється? Чи є зв'язок між роботою та енергією?
11. Яку фізичну величину називають *потужністю*? У яких одиницях вона вимірюється та в яких випадках найчастіше застосовується?
12. Сформулюйте закон збереження енергії. Наведіть приклади його застосування при розв'язанні задач.
13. Сформулюйте закон Гука. Чому дорівнює *енергія деформації* пружно деформованого тіла?

Задачі для самостійного розв'язання

1. У скільки разів імпульс та кінетична енергія кулі масою 20 г, що летить зі швидкістю 500 м/с, є більшими ніж у кулі масою 5 г, що рухається зі швидкістю 800 м/с?

Відповідь: у 2.5 та у 1.56 разів відповідно.

2. Довжина ствола гвинтівки складає 60 см, а дульна швидкість кулі дорівнює 800 м/с. Визначте прискорення кулі в каналі ствола (вважаючи його сталим) та час її розгону. З якою силою порохові гази тиснули на кулю в стволі гвинтівки, якщо її маса дорівнює 10 г?

Відповідь: $a_k \approx 5.3 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2$, $t \approx 1.5 \text{ мс}$, $F \approx 5.3 \text{ кН}$.

3. БМП масою 9 т, що рухалася зі швидкістю 36 км/год, починає рівномірно уповільнюватися внаслідок дії сил тертя й опору загальною величиною 45 кН. Визначте прискорення БМП та її гальмівний шлях.

Відповідь: $a = 5 \text{ м/с}^2$, $l = 10 \text{ м}$.

4. Гвинтівка масою 3 кг висить горизонтально на двох паралельних мотузках. Після пострілу гвинтівка піднялася на 20 см. Визначте дульну швидкість кулі, якщо її маса дорівнює 10 г.

Відповідь: $v \approx 600 \text{ м/с}$.

5. Снаряд масою 40 кг рухається зі швидкістю 680 м/с, роблячи 4840 об/хв. Визначте, у скільки разів енергія його поступально руху є більшою за енергію обертального руху, якщо момент інерції снаряда $0.12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Відповідь: у 600 разів.

6. Куля масою 12 г, що летіла горизонтально зі швидкістю 600 м/с, застряє в мішку з піском масою 10 кг, підвішеному на довгому тросі. Визначте відсоток кінетичної енергії кулі, витрачений на пробивання піску, та висоту, на яку підніметься мішок, відхилившись після удару.

Відповідь: $h \approx 2.64 \text{ см}$; $\eta \approx 99.9\%$.

7. Тягач тягне пошкоджений танк зі швидкістю 18 км/год, розвиваючи потужність у 600 кВт. Який загальний силі опору протидіє двигун тягача?

Відповідь: $F = 120 \text{ кН}$.

8. Підвіска вантажівки складається з 10 пружин жорсткістю 49 кН/м кожна, з'єднаних паралельно. Як зміниться дорожній просвіт (кліренс) автомобіля при завантаженні на нього контейнеру масою 4 т?

Відповідь: зменшиться на 8 см.

9. При якій глибині занурення аквалангіста надлишковий гідростатичний тиск (без урахування атмосферного) становитиме 4 атмосфери? Яке значення при цьому матиме повний тиск?

Відповідь: $h \approx 41 \text{ м}$; $p_{\text{заг}} = 5 \text{ атм} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

10. З якою максимальною швидкістю вантажівка масою 4000 кг може безпечно рухатися по коловій ділянці дороги з радіусом кривизни 60 м, якщо коефіцієнт тертя спокою за даних умов становить 0.9. Визначте величину доцентрової сили, яка при цьому діятиме на автомобіль?

Відповідь: $v_{\text{max}} \approx 23 \text{ м/с} \approx 83 \text{ км/год}$; $F \approx 35.3 \text{ кН}$.

11. Автомобіль з масою 3 т і силою тяги двигуна 7.2 кН проїжджає 36 м рівномірно прискорюючись зі стану спокою. Визначте прискорення і тривалість його розгону, якщо сила опору рухові дорівнює 1.2 кН.

Відповідь: $a = 2 \text{ м/с}^2$; $t = 6 \text{ с}$.

12. Гармата, маса ствола якої становить 500 кг, стріляє у горизонтальному напрямку. Маса снаряда складає 5 кг, а його швидкість у момент вильоту зі ствола дорівнює 460 м/с. Визначте середню силу опору у протидікатному пристрої гармати, якщо при пострілі ствол відкочується назад на 40 см.

Відповідь: $F \approx 13.2 \text{ кН}$.

13. В ході безпарашутного десантування вантаж в амортизаційній тарі скидають з борту гелікоптера, який завис на висоті 17 м над об'єктом. Нехтуючи опором повітря визначте силу, що діє на десантований об'єкт масою 30 кг, його швидкість перед приземленням і тривалість падіння.

Відповідь: $F = 294 \text{ Н}$; $v_{\text{пр}} \approx 18 \text{ м/с}$; $t \approx 1.9 \text{ с}$.

1.3. Реактивний рух. Ракети

Реактивний рух (*jet propulsion*) – рух, що виникає внаслідок відкидання тілом частини своєї маси з відмінною від нуля швидкістю.

Виникнення реактивного руху є прямим наслідком закону збереження імпульсу. Напрямок швидкості $\Delta \vec{v}$, якої набуває основне тіло загальною масою m , є протилежним до напрямку швидкості $\vec{u}$, з якою воно відкидає частину Δm своєї маси:

$$\Delta \vec{v} = -\frac{\vec{u} \cdot \Delta m}{m - \Delta m}.$$

Принцип реактивного руху лежить в основі дії всіх типів реактивних, ракетних, плазмових і водометних двигунів.

У більшості практичних застосувань реактивний рух виникає внаслідок викидання гарячих газів, що утворюються при спалюванні палива, яке забезпечує високий тиск газів у камері згоряння і, відповідно, високу швидкість $\vec{u}$ їх витікання.

Головна відмінність ракетних двигунів від авіаційних реактивних двигунів полягає у необхідності використання замість атмосферного повітря власного окисника (запас якого знаходиться у самій ракеті) або специфічного однокомпонентного пального, яке взагалі не потребує додаткового окисника (пероксид водню, гідразин тощо).

Тягою ракетного двигуна (*thrust*) або **реактивною силою** називають вираз

$$\vec{F}_p = \vec{p}'(t) = -\vec{u} \dot{m}(t) \approx -\vec{u} \frac{\Delta m}{\Delta t},$$

де Δt – час, за який двигун викидає зі швидкістю $\vec{u}$ масу Δm продуктів згоряння чи іншої речовини.

Тягооснащеність (*thrust-to-weight ratio*) T/W – відношення тяги реактивного двигуна до його власної ваги або сумарної тяги всіх двигунів літального апарата до його повної ваги. Характеризує динаміку набору літальним апаратом швидкості та висоти, його маневреність, а також максимальну швидкість, максимальну висоту польоту, довжину розбігу при зльоті тощо.

Наприклад, тягооснащеність Ан-225 «Мрія» становить ≈ 0.23 , у пасажирських літаків Airbus A320нео дорівнює ≈ 0.31 , а у більшості сучасних винищувачів вона знаходиться у діапазоні $\approx 0.9 - 1.4$.

Значення тягооснащеності літака відчутно залежить від рівня пального у його баках та завантаження бойовим чи корисним навантаженням.

Що стосується ракет, їх тягооснащеність протягом роботи двигуна поступово зростає внаслідок зменшення маси ракети.

Літальні апарати, тягооснащеність яких перевищує 1, здатні набирати висоту, рухаючись вертикально вгору без втрати швидкості.

Таблиця 1.4

Питома тяга (питомий імпульс) ракетного двигуна (*specific impulse*) I_{sp} (Н·с/кг = м/с) –

характеристика ефективності використання розхідної речовини ракетним двигуном, що дорівнює *ефективній швидкості витікання* продуктів згоряння з сопла і визначає відношення його тяги до масового секундного розходу робочого тіла (продуктів окислення палива).

Питома тяга різних видів двигунів

Тип двигуна	I_{sp} , км/с
Газотурбінний	30
<i>Ракетні двигуни:</i>	
Твердопаливний	2 – 3
Рідинний	3 – 4.5
Плазмовий	> 30

Оцінимо необхідну масу палива у ракеті Точка-У, що має масу $m_0 = 2$ т і при розгоні набирає $\Delta v = 1800$ м/с швидкості, якщо швидкість витікання продуктів згоряння $u = 1700$ м/с:

$$1800 \approx 1700 \ln \frac{1}{1 - m_n/2000}$$

$$\Rightarrow m_n \approx 1300 \text{ кг.}$$

Рівняння ідеальної ракети (рівняння Ціолковського) дозволяє оцінити приріст швидкості Δv реактивного снаряда чи ракети протягом інтенсивного і достатньо короткого розгону (коли можна знехтувати впливом сил тяжіння та опору):

$$\Delta v \approx u \ln \frac{1}{1 - \frac{\Delta m}{m_0}},$$

де m_0 – початкова маса ракети, Δm – маса палива, використана при прискоренні, u – швидкість витікання продуктів згоряння. Δv називають *характеристичною швидкістю* даної ракети.

Переважає більшість балістичних ракет військового призначення використовують двигуни на твердому паливі, які є значно дешевшими, безпечнішими у зберіганні та простішими в експлуатації, ніж ракетні двигуни на рідкому паливі.

Двигуни на рідкому паливі використовуються переважно у міжконтинентальних балістичних ракетах (особливо, розроблених в СРСР) та деяких балістичних і крилатих ракетах меншої дальності.

Більшість дозвукових крилатих ракет використовує турбовентиляторні реактивні двигуни, ефективні на низьких швидкостях і малих висотах. Надзвукові крилаті ракети часто використовують прямоточні повітряно-реактивні двигуни, ефективніші за ракетні двигуни на швидкостях до 2 км/с.

Серед ракет бойового призначення виділяють два широкі класи:

- **балістичні ракети** (*ballistic missiles*) – керовані ракети, політ яких складається з двох фаз: розгону за допомогою ракетного двигуна та подальшого польоту по балістичній траєкторії (тобто лише під дією сили тяжіння та сили опору повітря);

• **крилаті ракети** (*cruise missile*) – керовані ракети, утримання яких у повітрі та керування польотом здійснюється за допомогою аеродинамічних сил, а більша частина польоту відбувається на відносно низькій висоті та за приблизно сталою швидкістю; а також низку вузько-спеціалізованих класів, таких як протитанкові, протисупутникові, зенітні ракети тощо.

Балістичні ракети не використовують аеродинамічну підйомну силу, а більшу частину польоту рухаються за інерцією. Хоча вони відносяться до керованих ракет, але у їх випадку можливості для зміни траєкторії є значно меншими, ніж у крилатих чи зенітних ракет.

Балістичні ракети зазвичай поділяють на підкласи за дальністю польоту:

- тактичні (*tactical*), 150 – 300 км;
- малої дальності (*short-range*), 300 – 1000 км;
- середньої дальності (*medium-range*), 1000 – 35000 км;
- проміжної дальності (*intermediate-range*), 3500 – 5500 км;
- міжконтинентальні (*intercontinental*), більше 5500 км.

Окрім того виділяють **квазібалістичні ракети** – балістичні ракети з відносно пологою траєкторією, здатні виконувати маневри протягом всієї тривалості польоту, а не лише на фазі початкового прискорення. Рух за порівняно пологою траєкторією також призводить до значно вищої середньої швидкості польоту та істотно скорочує його тривалість.

Також дуже близькими до балістичних ракет є некеровані та керовані ракети короткого радіусу дії для систем залпового вогню (*rocket artillery*).

Політ балістичних ракет достатньо великого радіусу дії складається з трьох основних етапів (див. рис. 1.11):

1. фази прискорення, на якій ракетні двигуни надають ракеті необхідну для виконання польоту швидкість (триває декілька хвилин залежно від будови ракети та її дальності);
2. польоту за межами атмосфери практично під дією лише сили тяжіння (для міжконтинентальних ракет ця ділянка є найбільш тривалою і може сягати біля 20 хвилин при швидкості до 6 км/с);
3. входу бойової частини в атмосферу та балістичного падіння на ціль зі швидкістю біля 1 км/с (триває до 1 хв). У випадку міжконтинентальних ракет здебільшого застосовуються роздільні бойові частини, які включають декілька ядерних боеголовок і різноманітні засоби боротьби з системою протиракетного захисту.

При польоті на максимальну дальність висота розташування вершини траєкторії складає приблизно 25% від самої дальності та зростає разом зі зменшенням дальності (аналогічно ситуації з мінометами, див. рис 1.24).

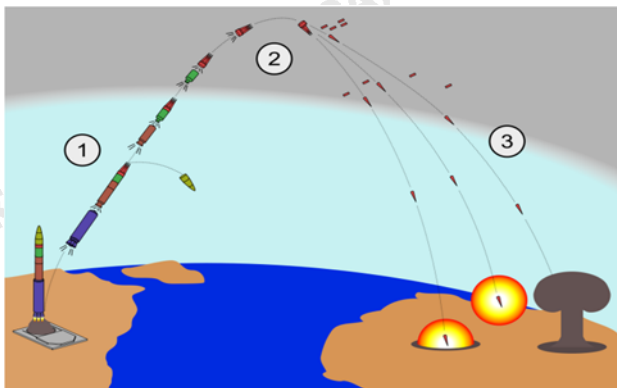


Рис. 1.11. Основні етапи польоту типової міжконтинентальної балістичної ракети. Тактичні ракети і ракети систем залпового вогню не покидають атмосферу та після фази розгону здійснюють балістичний політ до самого зіткнення з ціллю (за виключенням коротких маневрів, необхідних для більш точного наведення на ціль).

Крилаті ракети здатні долати більшу частину відстані до цілі на висоті лише у декілька десятків метрів над землею (завдяки підйомній силі, створюваній корпусом ракети та іншими аеродинамічними елементами) та приводяться у рух звичайними реактивними двигунами (внаслідок чого вони ефективніші з точки зору розходу палива, ніж балістичні ракети).

Як правило, наведення та маневри крилатої ракети протягом польоту виконуються автоматично за заздалегідь закладеною програмою. Однак перед самим заходом на ціль деякі види ракет надають оператору можливість ручного управління з метою покращення влучності чи вибору конкретної цілі серед декількох можливих.

Крилаті ракети найчастіше поділяють на класи за швидкістю польоту:

- гіперзвукові (*hypersonic*), 5 – 10 махів (1700 – 3400 м/с);
- надзвукові (*supersonic*), 1,2 – 5 махів (410 – 1700 м/с);
- дозвукові (*subsonic*), < 0,8 махів (< 270 м/с), зазвичай біля 800 км/год;

і за дальністю дії:

- малої дальності, до 300 км;
- середньої дальності, 300 – 1000 км;
- великої дальності, більше 1000 км (деякі ракети – до 10 000 км).

Як правило, маса ракети зростає пропорційно її дальності (внаслідок збільшення необхідного запасу палива), а надзвукові ракети за рівних мас бойових частин та радіусів дії мають більшу повну масу, ніж дозвукові, внаслідок сильного зростання опору повітря при збільшенні швидкості.

Важливою перевагою крилатих ракет над балістичними є складність їх виявлення радіолокаційними системами внаслідок малої висоти польоту. Якщо виявлення балістичних ракет часто є можливим ще протягом фази розгону за допомогою спеціалізованих супутників або на першій половині польоту (до досягнення вершини траєкторії) завдяки застосуванню радіолокаторів УКХ діапазону (більш детально це питання розібране у Розділі 4), то крилаті ракети, що летять на малій висоті, зазвичай виявляють лише після їх потрапляння в область прямої видимості звичайних наземних РЛС (кілька десятків кілометрів і менше), що залишає значно менше часу на відповідну реакцію систем протиповітряної оборони (хоча сам процес перехоплення крилатих ракет зазвичай є більш простим, ніж у випадку балістичних ракет). Саме максимально швидке подолання цієї останньої ділянки польоту і є основною метою розробки гіперзвукових ракет, а також дозвукових ракет, які переходять у надзвуковий режим при заході на ціль.

Зауважимо, що на даний момент відсутня відкрита інформація о введенні в експлуатацію гіперзвукових крилатих ракет жодною країною. Внаслідок того, що всі балістичні ракети по суті є гіперзвуковими, часто плутають гіперзвукові крилаті ракети з квазібалістичними ракетами повітряного базування, такими як китайські DF-17 і DF-21 і російська «Кинджал».

Серед потужних зенітних ракет також є чимало гіперзвукових, однак від крилатих ракет їх відрізняють малі радіус дії та маса бойової частини.

Приклад 1.9. Для збільшення дальності польоту 155-мм артилерійський снаряд М549, призначений для гаубиць М777, оснащений невеличким твердопаливним реактивним двигуном, який вмикається на 2.5 с через 7 с після пострілу. Визначте приріст швидкості снаряда внаслідок роботи двигуна, якщо швидкість витікання продуктів згоряння $u = 2400$ м/с, повна маса снаряда $m_0 = 43.6$ кг, маса твердого палива $m_n = 3$ кг.

Дано:
 $m_0 = 43.6$ кг
 $m_n = 3$ кг
 $u = 2400$ м/с
 $\Delta v = ?$

Приріст швидкості ракети чи ракетного снаряда внаслідок дії її двигуна визначається формулою Ціолковського

$$\Delta v = u \ln \frac{1}{1 - \frac{\Delta m}{m_0}},$$

де Δm – маса палива, використана при роботі двигуна.

У даній задачі $\Delta m = m_n$, тому приріст швидкості снаряда дорівнює

$$\Delta v = 2400 \ln \frac{1}{1 - \frac{3}{43.6}} \approx 171 \text{ м/с.}$$

Відповідь: $\Delta v \approx 171$ м/с.

Контрольні питання

1. Який вид руху називають *реактивним*? У чому полягає його основна особливість?
2. Від чого залежить *реактивна сила* реактивного двигуна?
3. У чому полягає фізичний зміст величин *тягооснащеність* і *питома тяга ракетного двигуна*?
4. У чому полягає практичний зміст рівняння Ціолковського?
5. Коротко опишіть принцип дії *реактивного двигуна*. У чому полягає його відмінність від *ракетного двигуна*?
6. У чому полягають основні відмінності між *балістичними* і *крилатими* ракетами? Які переваги і недоліки має кожен з цих видів ракет?
7. Опишіть основні етапи польоту міжконтинентальної балістичної ракети.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Ракету, маса якої дорівнює 50 т, запускають вертикально. Швидкість витікання газів із сопла дорівнює 2 км/с. За якої витрати пального за одиницю часу сила тяги двигуна скомпенсує силу тяжіння.

Відповідь: $\Delta m / \Delta t = 245 \text{ кг/с}$.

2. При вертикальному старті ракети, маса якої дорівнює 1000 т, з її двигуна щосекунди викидається 5 т продуктів згоряння зі швидкістю 3 км/с. Визначте прискорення ракети на початку її руху.

Відповідь: $a_p = 5.2 \text{ м/с}^2$.

3. Застосовуючи формулу Ціолковського оцініть мінімальну масу палива, необхідну для розгону зенітної ракети масою 90 кг до швидкості 700 м/с, якщо питома тяга ракетного двигуна дорівнює 2200 м/с.

Відповідь: $m_{\text{п}} \approx 25 \text{ кг}$.

4. Визначте масу палива, необхідного для надання одноступінчастій ракеті масою 800 кг першої космічної швидкості, вважаючи, що гази викидаються з ракети зі швидкістю 2 км/с не поступово, а миттєво. Перша космічна швидкість дорівнює 7.9 км/с.

Відповідь: $m_{\text{п}} \approx 640 \text{ кг}$.

5. Застосовуючи формулу Ціолковського визначте характеристичну швидкість балістичної ракети масою 2 т, якщо швидкість витікання продуктів згоряння з сопла її двигуна становить 3.5 км/с, а сумарна маса пального і окисника становить 1.3 т. На яку максимальну висоту над поверхнею Землі може піднятися ця ракета при балістичному польоті?

Відповідь: $\Delta v \approx 3670 \text{ м/с}$; $h_{\text{max}} \approx 770 \text{ км}$.

6. Обчисліть зміну швидкості ракети (у випадку, коли дією сил гравітації можна знехтувати) упродовж використання 50% та 90% її початкової маси. Швидкість витікання газів u дорівнює 2 км/с.

Відповідь: $\Delta v_{50\%} \approx 1.4 \text{ км/с}$, $\Delta v_{90\%} \approx 4.6 \text{ км/с}$.

1.4. Опір середовища та його вплив на рух тіл. Парашути

При русі тіла у газі чи в рідині взаємодія з молекулами речовини призводить до виникнення **сили опору**, що протидіє руху тіла. Чим більшими є густина і в'язкість середовища, тим сильніший опір воно спричиняє. Враховуючи, що густина більшості рідин перевищує густину повітря у 700 – 1000 разів і більше, силу опору, створювану рідиною, дуже важко не помітити. Однак зі збільшенням швидкості руху тіла сила опору повітря різко зростає і також стає доволі відчутною.

Величина сили опору визначається формулою

$$F_{\text{оп}} = \alpha v + \beta v^2,$$

де α і β – відповідні коефіцієнти опору. Перший доданок у даній формулі є наслідком в'язкості речовини, а другий – проявом динамічного тиску $\rho v^2/2$, пов'язаного з тим, що молекули, які летять назустріч тілу, передають йому більший імпульс при зіткненнях, ніж молекули, що летять навздогін.

При русі з достатньо малою швидкістю основним є внесок першого доданку (тобто опір виявляється пропорційним швидкості руху тіла), але зі зростанням швидкості різко зростає і починає домінувати внесок другого доданку (тобто опір стає пропорційним квадрату швидкості тіла).

Складність даного явища полягає у тому, що значення швидкості, вище якого вона перестає бути «малою», сильно залежить від властивостей середовища, форми тіла та будови його поверхні.

У більшості практичних випадків (рух автомобіля, велосипедиста чи бігуна, політ літака чи кулі) реалізується випадок руху, у якому домінує саме другий доданок, а перший є нехтовно малим. Тобто

$$F_{\text{оп}} \approx \beta v^2.$$

Коефіцієнт опору β залежить від розмірів і форми тіла, та від густини ρ середовища, що створює опір:

$$\beta = \frac{1}{2} \rho c_d A,$$

де A – площа поперечного перерізу тіла (відносно напрямку руху), c_d (*drag coefficient*) – коефіцієнт, який визначається формою тіла та особливостями будови його поверхні.

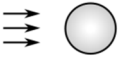
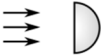
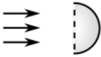
Форма тіла	c_d
Сфера	
	0.47
Закриті півсфери	
	0.42
	1.17
Відкриті півсфери	
	0.38
	1.42
Конус	
	0.50
Циліндри	
	0.82
	1.15
Краплевидні тіла	
	0.04
	0.09

Рис. 1.12. Коефіцієнти c_d тіл різної форми

Густина ρ газу істотно залежить як від хімічного складу газу, так і від його стану (температури і тиску) та визначається наступною формулою (яку можна отримати з рівняння Менделєєва-Клапейрона):

$$\rho = \frac{pM}{RT},$$

де $R = 8.31$ Дж/(моль К) – універсальна газова стала, $p \approx 10^5$ Па – атмосферний тиск, T (кельвін) – температура газу в абсолютній шкалі температур, M (кг/моль) – молярна маса газу, в якому відбувається рух (у випадку земного повітря $M \approx 0.029$ кг/моль).

При підвищенні температури повітря чи зменшенні атмосферного тиску густина повітря зменшується, призводячи до відповідного зменшення сили опору, яку воно створює. Аналогічно, зменшення температури чи підвищення атмосферного тиску призводить до зростання сили опору.

Нааявність зустрічного вітру призводить до збільшення швидкості, з якою тіло «налітає» на молекули повітря, відповідно збільшуючи силу опору, що діє на тіло. Попутний вітер, навпаки, призводить до зменшення сили опору. Якщо швидкість попутного вітру дорівнює швидкості руху самого тіла, то сила опору практично зникає і перестає впливати на рух тіла.

Парашутне десантування об'єктів широко застосовується військовими, рятувальниками і в ході експедицій у важкодоступні регіони, де приземлення літаків чи гелікоптерів є небезпечним або неможливим. Залежно від маси вантажа застосовуються *однокупольні* чи *багатокупольні* парашутні системи, які знижуються з малою швидкістю, безпечною для приземлення (3-7 м/с), та *парашутно-реактивні системи*, які знижуються з відносно великою швидкістю (зазвичай 15-20 м/с) і перед приземленням за допомогою реактивного двигуна знижують швидкість до безпечної.

Парашути для десантування людей поділяють на *тренувальні*, *рятувальні*, *десантні* і *спортивні*. Різниця між ними полягає у конструкції, масі, швидкості зниження, максимальній висоті та способі розкриття. Швидкість зниження типових парашутів становить 4-7 м/с.

Окрім того, парашути поділяють на купольні, які уповільнюють зниження виключно за рахунок сили опору повітря (саме вони і розглядатимуться далі), та парашути-крила, дія яких базується на підйомній силі, яку парашут створює аналогічно тому, як це роблять крила літаків.

Принцип дії парашута базується на використанні опору повітря, внаслідок чого важливу роль грають форма і розміри парашута, що застосовується. *Термінальна швидкість зниження* – величина, до якої прямувала б швидкість зниження парашутиста чи вантажа за відсутності руху повітря та інших зовнішніх факторів, – визначається балансом сили опору повітря і сил тяжіння, що діють на парашут і на корисний вантаж.

Парашут складається з купола (тканини, що зустрічає потік повітря і натягується ним, внаслідок чого виникає опір) і строп (тросів, прикріплених до купола по його периметру, до яких кріпиться вантаж).

Сила тяжіння діє як на сам парашут, так і на вантаж, і змушує парашутну систему прискорюватись у бік Землі. Однак сила опору повітря, що при цьому виникає і діє на купол, залежить від швидкості руху парашута відносно повітря та намагається компенсувати дію сили тяжіння. Сила опору є тим більшою, чим швидшим є зниження. Коли сила опору виявляється більшою за силу тяжіння – швидкість тіла зменшується, а коли меншою – зростає.

Розглянемо динаміку зміни швидкості зниження після стрибку з нерухомого гелікоптера. Одразу після початку зниження швидкість руху ще є малою, отже малим є й опір повітря. Разом з поступовим зростанням швидкості внаслідок дії сили тяжіння зростає й опір, який діє на тіло парашутиста, все більше і більше компенсуючи дію гравітації (дивись рисунок 1.13). В якийсь момент сила опору зрівнюється з силою тяжіння, після чого швидкість зниження залишається приблизно сталою.

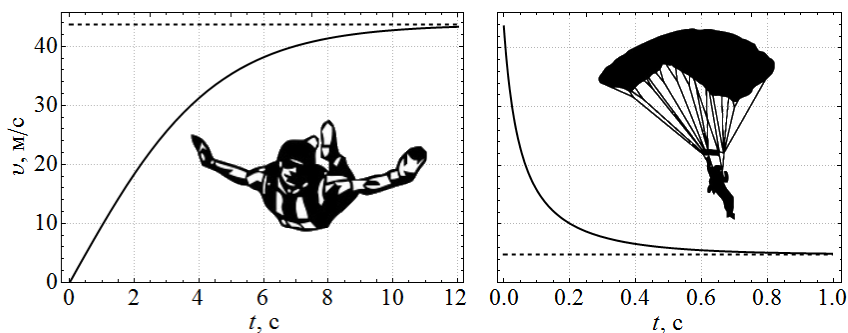


Рис. 1.13. Динаміка зміни швидкості зниження парашутиста до розкриття основного куполу (ліворуч) і після його розкриття (праворуч). Пунктирними лініями позначені значення термінальних швидкостей зниження (43.7 і 4.8 м/с).

У момент початку розкриття куполу парашута сила опору стрибкоподібно зростає, внаслідок чого швидкість зниження починає різко зменшуватись. Однак внаслідок зменшення швидкості одночасно зменшується і сама сила опору, поступово зрівнюючись з силою тяжіння. Далі зниження відбувається із приблизно сталою швидкістю (за умови відсутності поривів вітру чи зміни сили натягу строп, яка впливає на форму і площу купола).

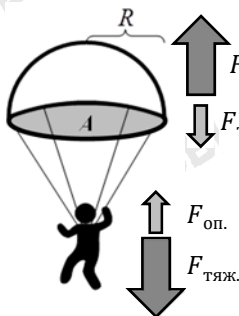
З графіків, наведених на рисунку 1.13, видно, що розгін з 0 м/с до ≈ 43 м/с зайняв біля 12 с, а уповільнення з ≈ 43 м/с до ≈ 5 м/с – менше 1 с, внаслідок чого при розкритті парашуту парашутист випробовує істотне перевантаження (від 5 до 10 g), що відчувається як «ривок».

Швидкість рівномірного зниження залежить головним чином від

1. площі та форми парашута;
2. сумарної маси вантажа і парашута;
3. густини повітря (залежить від температури й атмосферного тиску).

На парашутну систему і прикріплений до неї вантаж діють

- сила тяжіння $F_{\text{тяжіння}} = mg$ (де $g \approx 9.8 \text{ м/с}^2$);
- сила опору повітря $F_{\text{опору}} = \beta v^2$.



Швидкість рівномірного зниження парашутиста визначається рівністю цих двох сил:

$$F_{\text{тяжіння}} = F_{\text{опору}} \Rightarrow mg = \beta v^2,$$

звідки можна визначити усталену (термінальну) швидкість зниження парашутної системи відносно повітря:

$$v_{\text{зниж}} = \sqrt{\frac{mg}{\beta}}.$$

Застосовуючи формули для коефіцієнту опору β і густини повітря ρ

$$\beta = \frac{1}{2} \rho c_d A, \quad \rho = \frac{pM}{RT}$$

отримуємо кінцеві вирази для сили опору та швидкості зниження:

$$F_{\text{опору}} = c_d \frac{\rho v^2}{2} A, \quad v_{\text{зниж}} = \sqrt{\frac{2mg}{A c_d \rho}} = \sqrt{\frac{2gR}{M} \frac{T}{p} \frac{m}{A c_d}}.$$

Аеродинамічний коефіцієнт парашута істотно залежить від його будови і розмірів: для звичайних великих парашутів $c_d \approx 1$, для парашутів середнього розміру $c_d \approx 1.5$, а для невеликих паперових парашутів він досягає значень: $c_d \approx 2 - 2.7$.

Важливо розуміти, що у всіх наведених формулах фігурує швидкість руху парашута відносно повітря, а не поверхні Землі. Тобто потрапляння у висхідні потоки теплого повітря зменшуватиме швидкість зниження парашутиста відносно Землі на величину швидкості потоку, а потрапляння у спадний потік призведе до відповідного збільшення швидкості зниження.

Приклад 1.10. Визначте усталену швидкість зниження парашутиста зі спорядженою масою 117 кг, який опускається на парашуті з радіусом 5.2 м (дивись рисунок) і коефіцієнтом опору форми $c_d = 0.9$, якщо густина повітря дорівнює 1.3 кг/м^3 . Чому дорівнює сила опору повітря?

Дано:

$$R = 5.2 \text{ м}$$

$$\rho = 1.3 \text{ кг/м}^3$$

$$c_d = 0.9$$

$$m = 117 \text{ кг}$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$v_{\text{зниж}}, F_{\text{опору}} - ?$$

Враховуючи, що за умовою на парашутиста не діють жодні сили, окрім сил тяжіння і опору повітря, застосуємо отриману вище формулу для термінальної швидкості зниження:

$$v_{\text{зниж}} = \sqrt{\frac{mg}{\beta}} = \sqrt{\frac{2mg}{Ac_d\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 117 \cdot 9.8}{3.14 \cdot 5.2^2 \cdot 0.9 \cdot 1.3}} \approx 4.8 \text{ м/с},$$

де враховано, що площа поперечного перерізу купола $A = \pi R^2$.

Силу опору, що діє на парашутиста на ділянці рівномірного зниження, зручно знайти з умови рівності сил тяжіння й опору:

$$F_{\text{опору}} = F_{\text{тяжіння}} = mg = 117 \cdot 9.8 \approx 1147 \text{ Н}.$$

Відповідь: $v_{\text{зниж}} \approx 4.8 \text{ м/с}$; $F_{\text{опору}} \approx 1147 \text{ Н}$.

Вертикальний рух повітря. Висхідні потоки. [1]

Вдень за сонячної погоди найбільш потужні висхідні потоки спостерігаються у так званих термальних колонах – областях інтенсивного конвекційного підйому повітря (див. рис. 1.14). Найчастіше термальні колони утворюються на границі контрастних (з точки зору поглинання сонячного світла і вологості) елементів земної поверхні (наприклад, зраненого поля і посівів, що вже зійшли, ріки чи озера та піщаного пляжу, волого та сухого лугів, великої бетонної площадки поруч з асфальтованою тощо) або потужними промисловими спорудами, що виділяють велику кількість тепла. Як правило, термальні колони мають висоту до 1.5-2 км, є найвужчими у центральній частині та існують в середньому до 10 хв, проте можуть регулярно утворюватися над одними і тими самими ділянками зі сприятливими характеристиками.

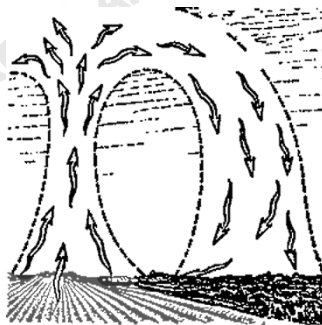


Рис. 1.14. Схематичне зображення термальної колони

Максимальна вертикальна швидкість повітря досягається приблизно на половині висоти термальної колони (зазвичай 3-5 м/с, але у деяких випадках може сягати і 10 м/с), а з наближенням до її нижньої і верхньої частин швидкість зменшується (за виключенням колон, у верхній частині яких відбувається активне хмароутворення). У більшості випадків, на висотах до 500 м (у хорошу погоду) підйом повітря відбувається зі швидкістю до 2-3 м/с, однак може сягати і значно вищих значень залежно від особливостей погодних умов і елементів земної поверхні, що призвели до утворення термального стовпа. Найбільш сильно дане явище проявляється у весняно-літній період.

Потужні висхідні потоки (зі швидкістю до 5-6 м/с) можуть утворюватися і під великими хмарами, однак ці потоки зазвичай не досягають поверхні Землі та пов'язані з ризиком перетворення хмари на грозову.

Спадні потоки зазвичай є значно ширшими і повільнішими за висхідні.

Парашутно-реактивні системи десантування.

У деяких спеціальних випадках, особливо при десантуванні важкої техніки (наприклад, бойових машин десанту, БМД), застосовуються комбіновані *парашутно-реактивні системи*, в яких розміри парашута не є достатніми для забезпечення достатньо малої швидкості зниження об'єкта, за якої він не розіб'ється при контакті з землею. Для уповільнення вантажа до допустимого значення швидкості зіткнення на певній (відносно малій) висоті над землею застосовується потужний (зазвичай, пороховий) реактивний двигун, який гасить швидкість зниження об'єкта протягом кількох останніх секунд руху. При цьому вкрай важливою задачею є визначення *оптимальної* висоти увімкнення двигуна за відомих умов руху та параметрів системи (швидкості зниження відносно поверхні землі, маси об'єкта, потужності двигуна тощо).



Рис. 1.15. Десантування БМД за допомогою ПРС

Приклад 1.11. Визначте оптимальну висоту увімкнення реактивного двигуна парашутно-реактивної системи при десантуванні БМД-2, за якої приземлення машини буде м'яким. Вважайте відомими значення маси машини, швидкості її зниження та потужності реактивного двигуна.

Аналіз та розв'язок

Нехай у момент увімкнення порохової системи стала вертикальна швидкість спуску дорівнює v_0 , висота над землею h_0 , польотна маса машини з парашутом дорівнює m , а масою парашуту та впливом опору повітря на рух самої машини знехтуємо. Максимальна тривалість роботи порохової системи дорівнює τ , а її середня сила тяги $F_{\text{тяг}}$.

Запуск гальмівного двигуна (чорний квадрат у центрі рисунка 1.15) типової парашутно-реактивної системи відбувається за допомогою розкладних машт («шупів», вертикальні прямі стрижні у нижній частині рисунка), довжина яких налаштовується перед десантуванням, а при контакті нижньої частини шупа з землею спрацьовує датчик, який ініціює роботу реактивного двигуна.

За умови сталої потужності порохової системи рівняння руху вантажа протягом гальмування має вигляд (спрямувавши вісь системи координат вниз – уздовж напрямку швидкості об'єкта і дії сили тяжіння):

$$ma = mg - F_{\text{тяг}} \Rightarrow a = g - \frac{F_{\text{тяг}}}{m} < 0,$$

де $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння, а від'ємний знак прискорення машини вказує на те, що воно напрямлене протилежно швидкості руху, тобто зменшує її. Швидкість приземлення $v_{\text{п}}$ об'єкта можна визначити з рівнянь кінематики прямолінійного рівноприскореного руху:

$$h = \frac{v_{\text{п}}^2 - v_0^2}{2a}.$$

Зміна польотної маси бойової машини чи зміна погодних умов (температури чи тиску повітря) призведуть до зміни швидкості v_0 її спуску на парашуті (див. приклад 1.10) і, як наслідок, до зміни оптимальної висоти увімкнення порохової системи. Зміна температури пороху у реактивному двигуні призведе до зміни його потужності, також впливаючи на оптимальну висоту початку гальмування.

Густина повітря найбільш істотно залежить від його температури, а її зміна призводить до зміни термінальної швидкості зниження. Тобто похибка в оцінці температури повітря поблизу землі в районі десантування призведе до похибки у довжині шупа й, відповідно, до жорсткого приземлення.

Оптимальна висота h_0 увімкнення реактивного двигуна відповідає випадку приземлення з нульовою швидкістю $v_{\text{п},0} = 0$, тобто

$$h_0 = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{mg/\beta}{2(g - F_{\text{тяг}}/m)} = \frac{m^2 g}{2\beta(F_{\text{тяг}} - mg)},$$

де β – коефіцієнт опору парашутної системи, а також враховано, що $v_0^2 = mg/\beta$ за умови відсутності вертикальних потоків повітря.

Хоча задача даних розрахунків полягає саме в тому, щоб максимально наблизити до нуля значення очікуваної швидкості приземлення БМД $v_{\text{п}}$, у дійсності досягти цього, взагалі кажучи, не вдасться внаслідок впливу великого числа факторів, які неможливо (чи дуже складно) врахувати: швидкості вітру поблизу землі, локальних змін температури повітря, нерівномірності згоряння пороху в гальмівній системі тощо. Тому як мінімум необхідно гарантувати потрапляння швидкості приземлення $v_{\text{п}}$ у діапазон $0 - 5 \text{ м/с}$, на який розрахована БМД.

Підставляючи значення маси БМД-2 ($m = 8100 \text{ кг}$), швидкості її зниження за даних умов ($v_0 = 20 \text{ м/с}$) і сили тяги реактивного двигуна ПРС ($F_{\text{тяг}} = 230 \text{ кН}$), визначаємо оптимальну висоту увімкнення гальмівного двигуна ПРС:

$$h_0 = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{m v_0^2}{2(F_{\text{тяг}} - mg)} = \frac{8100 \cdot 20^2}{2 \cdot (230\,000 - 8100 \cdot 9.8)} \approx 10.8 \text{ м}.$$

Відповідь: $h_0 \approx 10.8 \text{ м}$.

Контрольні питання

1. Як середовище впливає на рух тіл?
2. Дайте означення *сили опору*? Від яких параметрів вона залежить?
3. Який зміст має коефіцієнт опору?
4. Коротко опишіть принцип дії та будову *парашута*.
5. Які види *парашутів* існують? У чому полягає різниця між ними?
6. Від чого залежить *аеродинамічний коефіцієнт парашута*?
7. Дайте означення поняттю *термінальна швидкість зниження*.
8. У яких випадках застосовують *парашутно-реактивні системи*?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Як зміниться швидкість зниження парашута з вантажем, якщо радіус парашута збільшити вдвічі, а інші параметри залишити незмінними?

Відповідь: зменшиться в 2 рази.

2. Як зміниться швидкість зниження парашута з вантажем, якщо масу вантажу збільшити вдвічі, а інші параметри залишити незмінними?

Відповідь: зросте в 1.41 рази.

3. Як зміниться швидкість зниження парашута з вантажем, якщо температуру повітря збільшити вдвічі, а інші параметри залишити незмінними?

Відповідь: зросте в 1.41 рази.

4. Вантаж якої максимальної маси можна десантувати з парашутом з $c_d = 0.8$, площа поперечного перерізу якого дорівнює 100 м^2 , при температурі повітря 18°C і атмосферному тиску 10^5 Па , якщо максимальна дозволена швидкість приземлення дорівнює 3 м/с ?

Відповідь: $m_{\text{max}} = 44 \text{ кг}$.

5. У скільки разів збільшиться максимальна маса вантажу, що десантується за допомогою парашута, якщо максимальну дозволену швидкість приземлення збільшити з 3 до 5 м/с ?

Відповідь: у 2.78 рази.

6. Чому дорівнює максимальна дозволена швидкість приземлення десантної машини масою 7 тон, якщо гранична величина безпечного ходу її підвіски дорівнює 340 мм при сумарній жорсткості $1.5 \times 10^6 \text{ Н/м}$?

Відповідь: $v_{\text{кр}} = 5 \text{ м/с}$.

7. Як зміниться відповідь задачі 6, якщо десантну машину навантажити додатковим обладнанням масою 850 кг?

Відповідь: зменшиться до 4.7 м/с .

9. Визначте оптимальну висоту увімкнення реактивного двигуна парашутно-реактивної системи, якщо маса БМД-2 становить 7900 кг, а швидкість її зниження і сила тяги порохового двигуна дорівнюють 18 м/с і 215 кН .

Відповідь: $h_0 \approx 9.3 \text{ м}$.

1.5. Балістика. Вплив опору повітря на траєкторії куль і снарядів

Балістика (*ballistics*) – це наука, що вивчає особливості запуску, руху і зіткнення з цілью різноманітних металевих снарядів (у тому числі куль, мін, гранат, ракет, некерованих бомб тощо).

Внутрішня балістика (*internal ballistics*) досліджує рух кулі (міни, снаряда) до моменту припинення дії на неї порохових газів, тобто у каналі ствола та одразу після виходу з нього.

Зовнішня балістика (*external ballistics*) вивчає рух кулі (міни, снаряда) після припинення дії на неї порохових газів.

Термінальна (кінцева) балістика (*terminal ballistics*) досліджує взаємодію кулі (снаряда) з тілом, у яке вона влучає, а також її руху після влучення.

Задачею балістики є математичне визначення залежності траєкторії кулі (снаряда) від усіх чинників, що впливають на неї (сили тяжіння, опору повітря, динаміки горіння і результуючого тиску порохових газів, впливу вітру й обертання Землі, обертання самої кулі, тертя у каналі ствола тощо).

Балістичний рух – рух тіла під дією лише сил гравітації і опору повітря за відсутності будь-яких двигунів і відчутної аеродинамічної підйомної сили.

Далі у цьому розділі розглядатимуться окремі елементи зовнішньої балістики куль і снарядів, що рухаються за настільними траєкторіями, снарядів і мін, що рухаються за навісними траєкторіями, та деякі питання термінальної балістики. Основи внутрішньої балістики будуть детально розглянуті у наступному розділі.

Фізичні основи зовнішньої балістики

Балістичні характеристики вогнепальної зброї визначаються головним чином параметрами куль (снарядів), під які вона спроектована. При розробці самих куль, як правило, переслідується максимальне покращення однієї з трьох наступних характеристик:

- точності стрільби на всіх доступних дистанціях;
- здатності до пробиття захисту та/або завдання шкоди цілі;
- запобігання надмірного проникнення всередину цілі (зазвичай з метою запобігання наскрізних пробиттів).

Головна складність полягає у тому, що вказані характеристики зазвичай ставлять протилежні вимоги до форми та будови кулі. У багатьох випадках ці протиріччя вдається подолати шляхом ускладнення будови кулі (снаряда) та застосування більш різноманітних і специфічних матеріалів. Наприклад, загострена форма носової частини кулі, оптимальна з точки зору аеродинаміки, є невдалою з точки зору її бронебійної дії. Ситуацію можливо покращити, «одягнувши» на носову частину бронебійної кулі з

твердого металу аеродинамічний «ковпачок» з м'якого металу, який забезпечить оптимальну форму протягом польоту, однак розтечеться при зіткненні, дозволяючи твердій бронейній частині вступити в дію.

Основним засобом запобігання надмірного проникнення кулі всередину тіла людини та його наскрізного пробиття (а також пробиття стін будівель чи корпусів літаків і човнів) є застосування експансивних куль, носова частина яких при зіткненні сильно деформується і розплющується, істотно збільшуючи діаметр кулі та прискорюючи її уповільнення (при цьому відповідним чином збільшується і діаметр ранового каналу – сильно зростає зупиняюча дія). Виділяють оболонкові кулі з носовою частиною з м'якого металу, зазвичай – сплавів свинця (*jacketed soft-point*, JSP), які зберігають відносно високі аеродинамічні характеристики та мають достатню пробивну здатність, і оболонкові кулі

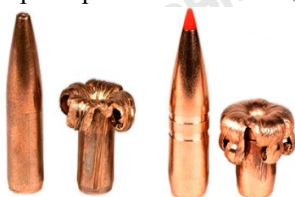


Рис 1.16. Експансивні JHP кулі з балістичним наконечником (праворуч) і без нього (ліворуч)

з експансивною порожниною (*jacketed hollow point*, JHP), що мають вищу зупиняючу дію, але гіршу аеродинаміку і меншу пробивну здатність внаслідок значно більш швидкої деформації. Однак, аналогічно бронейним кулям, порожнинна експансивна куля може бути оснащена аеродинамічним наконечником з твердого пластику, що дозволяє істотно покращити аеродинаміку кулі без зниження її зупиняючої дії (див. рис. 1.16).

Динаміка руху металевого снаряда.

Основними факторами, що впливають на траєкторію металевого снаряда є сила тяжіння (що є причиною викривлення траєкторії у бік Землі) та взаємодія снаряда з повітрям, що призводить до виникнення цілого переліку важливих ефектів:

- опору повітря – головного чинника, що обмежує як максимальну дальність польоту, так і ефективну дальність застосування куль і підкаліберних снарядів, а також істотно впливає на форму траєкторії;
- деривації – відхилення кулі (снаряда), випущеної з нарізної зброї, праворуч (відносно стрілка) або ліворуч (для японської стрілецької зброї) внаслідок прояву гіроскопічного ефекту та ефекту Магнуса;
- зносу вітром (зазначимо, що впливи бічного, зустрічного і попутного вітру сильно відрізняються).

При стрільбі на великі дистанції починають відігравати все більший вплив кривизна поверхні й обертання Землі (конкретний прояв якого сильно залежить від напрямку стрільби відносно осі обертання Землі).

При стрільбі на дистанціях до 200 м більшістю з перелічених факторів зазвичай можна знехтувати, бо вплив кожного з них не перевищує 1 см.

Хоча сила тяжіння є основним фактором, що визначає траєкторію польоту куль і снарядів, її вплив на їхню руйнівну силу є дуже малим. Наприклад, при стрільбі з АКМ по безпілотному літальному апарату на висоті 500 м втрати кінетичної енергії внаслідок дії сили опору складатимуть біля 75% від її початкового значення, а відповідні втрати внаслідок дії сили тяжіння – лише біля 2%.

Внаслідок дії опору повітря будь-який металевий снаряд (не обладнаний двигуном) протягом польоту неперервно уповільнюється. При цьому, чим більшою є його поточна швидкість, тим сильнішим є вплив опору, а втрати швидкості – інтенсивнішими.

Враховуючи те, що кінетична енергія снаряда (яка, як правило, і визначає його механічну руйнівну дію при зіткненні з бронею) є пропорційною квадрату швидкості, її втрати виявляються ще більшими (див. рис. 1.20).

Існують три шляхи забезпечення необхідної кінетичної енергії кулі (тобто її руйнівної/вбивчої сили) на заданій максамальній ефективній відстані стрільби:

- збільшення початкової швидкості кулі, внаслідок чого пропорційно зросте і її швидкість у момент влучення у ціль;
- збільшення маси кулі (відповідно і її початкової кінетичної енергії), яке, на відміну від збільшення початкової швидкості, не призводить до зростання сили опору, що діятиме на кулю (тобто відчутно збільшивши початковий запас кінетичної енергії не призведе до сильного збільшення її втрат протягом польоту);
- зменшення коефіцієнту опору кулі, внаслідок чого пропорційно впаде як сила опору, що діє на кулю впродовж її польоту, так і відповідні втрати кінетичної енергії (тобто її залишок у момент зіткнення збільшиться).

Наприклад, для подвоєння руйнівної сили кулі АКМ при стрільбі по віддаленій на 400 м захищеній цілі необхідно у ≈ 1.5 рази збільшити масу кулі (і масу пороху в патроні) або у ≈ 1.4 рази збільшити її початкову швидкість (і подвоїти масу пороху), чи знизити коефіцієнт опору кулі у ≈ 5 разів.

Внаслідок того, що всі вказані варіанти мають певні недоліки та пов'язані з відповідними складнощами, зазвичай при необхідності покращення ефективності стрілецької зброї комбінують декілька з них. Наприклад, одночасно збільшують масу кулі (за рахунок збільшення калібру, довжини чи використаних матеріалів) і покращують її аеродинаміку.

Хоча збільшення калібру також призводить і до зростання опору повітря, що діє на кулю (внаслідок її більших розмірів), однак при цьому початковий запас кінетичної енергії (разом з масою) зростає значно більше, ніж її втрати протягом польоту. Саме тому ефективна дальність

стрілби з крупнокаліберних гвинтівків чи кулеметів завжди є більшою, ніж у їх аналогів з меншим калібром (звісно, за умови використання аналогічних боеприпасів тощо).

У теплу погоду і при пониженому атмосферному тиску ефективна дальність стрілби всіх видів стрілецької зброї дещо зростає внаслідок зменшення густини повітря і, відповідно, створюваного ним опору. Холодна погода чи підвищення атмосферного тиску призводять до протилежного ефекту внаслідок збільшення густини повітря.

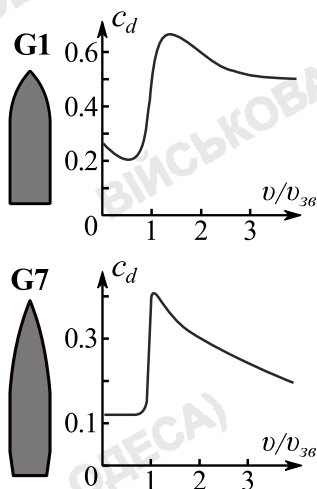


Рис. 1.17. Основні моделі балістики кулі

Наявність зустрічного вітру призводить до збільшення швидкості, з якою кулі «налітає» на його молекули, відповідно збільшуючи силу опору, що діє на кулю. Попутний вітер, навпаки, призводить до деякого зменшення сили опору і, як наслідок, зниження втрат кулею кінетичної енергії і швидкості.

Зміна сили опору повітря внаслідок зміни густини повітря чи наявності вітру не тільки впливає на залишок кінетичної енергії кулі у момент влучення, але й деформує форму траєкторії, уздовж якої вона рухається. Важливість врахування цього впливу різко зростає зі збільшенням дальності стрілби і зменшенням маси кулі.

При стрільбі на порівняно великі дистанції ситуація ускладнюється тим, що коефіцієнт c_d , який описує вплив форми кулі на силу опору повітря, також змінюється разом зі зниженням швидкості кулі: поступово зростає з наближенням швидкості кулі до швидкості звуку (біля 330 м/с), після чого різко падає і далі залишається приблизно сталим (див. рис. 1.17).

Серед шляхів збільшення дальності стрілби ствольної артилерії за рахунок ускладнення будови снаряда варто виділити наступні:

- **активно-реактивні снаряди** (*rocket-assisted projectile*) – снаряди, оснащені малопотужним ракетним двигуном, що вмикається через деякий час після виходу снаряда з каналу ствола гармати та працює протягом декількох секунд, надаючи снаряду додаткову швидкість (див. приклад 1.9). Найбільш доцільним є увімкнення двигуна лише після того, як снаряд втратить відчутну частину своєї початкової швидкості та підніметься достатньо високо над землею, де розріджене повітря створює значно менший опір, внаслідок чого отриманий приріст швидкості зберігатиметься протягом більш тривалого проміжку часу;

- **снаряди з донним газогенератором** (*base bleed shell*) – снаряди, коефіцієнт опору форми c_d яких зменшується на додаткові 20-30% (порівняно з аналогічними звичайними снарядами) внаслідок постійного виділення певної кількості газу розташованим у задній частині снаряда газогенератором (аналогічно ракетному двигуну) з метою послаблення аеродинамічних ефектів, що призводять до виникнення сили опору повітря (розрідження повітря за снарядом, турбулентності тощо). На відміну від активно-реактивних снарядів донний газогенератор не генерує значної тяги і не призводить до прискорення снаряда.

Траєкторія польоту кулі визначається характеристиками самої кулі, силами, що діють на неї протягом руху, та **кутом кидання** (α_k) – кутом відносно горизонту, під яким вона покидає канал ствола зброї. Зауважимо, що цей кут може істотно відрізнятися від

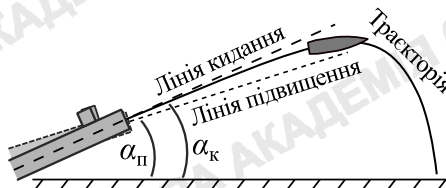


Рис. 1.18. Основні елементи траєкторії

кута підвищення (α_n), що описує нахил осі ствола зброї відносно горизонту перед початком пострілу (рис. 1.18) Причина цього полягає у наступному: упродовж руху кулі у каналі ствола на зброю діє сила віддачі (пов'язана з тиском порохових газів на гільзу чи казенну частину ствола), яка призводить як до поступального руху ствола назад (відкату), так і до його повороту у деякому напрямку (який визначається будовою зброї та її геометричним розташуванням). Таким чином, треба розрізняти дві різні прямі, які описують кутові положення осі ствола: **лінію підвищення** (наведене на ціль положення) та **лінію кидання** (положення у момент вильоту кулі). Кут між цими прямими називають **кутом вильоту** кулі, а важливість його точного врахування різко зростає зі збільшенням дальності стрільби.

Обчислення коефіцієнту опору кулі та зміни її швидкості у польоті

Рух кулі, випущеної зі стрілецької зброї чи гармати під малим кутом до горизонту, за наявності опору повітря описується наступними формулами (зауважимо, що тут значення коефіцієнтів c_d і β вважаються сталими):

- швидкість і кінетична енергія, які куля зберігає після подолання відстані L при польоті по настильній траєкторії, дорівнюють

$$v(L) = v_0 e^{-\frac{\beta}{m}L}, \quad E_{\text{кін}}(L) = \frac{mv_0^2}{2} e^{-2\frac{\beta}{m}L},$$

де v_0 – початкова швидкість кулі, m – маса кулі, β – коефіцієнт опору;

- тривалість польоту кулі на відстань L :

$$t(L) = \frac{m}{\beta v_0} \left(e^{\frac{\beta}{m}L} - 1 \right);$$

- середня швидкість польоту кулі при стрільбі на дальність L :

$$v_{\text{сер}}(L) = \frac{\beta}{m} \frac{v_0 L}{\frac{\beta}{mL} - 1}.$$

Наприклад, визначимо коефіцієнт опору β експансивної кулі НК 4.6×30 мм для пістолету-кулемету Heckler & Koch MP7:

- маса кулі $m = 2 \text{ г} = 0.002 \text{ кг}$,
- початкова швидкість $v_0 = 700 \text{ м/с}$,
- швидкість через $L = 50 \text{ м}$ польоту (при густині повітря $\rho = 1.225 \text{ кг/м}^3$)
 $v(50) = 568 \text{ м/с}$.

Застосуємо формулу $\beta = \frac{m}{L} \ln \frac{v_0}{v(L)}$:

$$\beta = \frac{0.002}{50} \ln \frac{700}{568} \approx 8.4 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}.$$

На практиці коефіцієнт опору β визначається з формули для $v(L)$ на основі відомих значень маси кулі, її початкової швидкості та швидкості польоту, виміряної на заданій відстані від стрілка:

$$\beta = \frac{m}{L} \ln \frac{v_0}{v(L)}.$$

Для визначення швидкості кулі після подолання заданої відстані (50, 100, 200 м тощо) застосовують балістичні маятники, балістичні

хронографи і спеціальні радіолокатори.

Швидкість кулі на довільній відстані від стрілка визначається за допомогою формули для $v(L)$ з відомих значень маси і дульної швидкості кулі, та заздалегідь виміряного значення коефіцієнту опору.

Внаслідок того, що при швидкостях, близьких до швидкості звуку, значення коефіцієнту c_d (а, відповідно, і коефіцієнту опору β) починає сильно мінятися, точність наведених формул знижується у тих випадках, коли протягом польоту на достатньо велику дистанцію куля переходить з надзвукового режиму у дозвуковий. Однак у тих випадках, коли протягом всього польоту куля залишається у дозвуковому або гіперзвуковому режимі (у яких величина c_d змінюється дуже слабо), дане наближення виявляється доволі точним, не зважаючи на його простоту.

Зауважимо, що значного покращення результатів можна досягти, якщо розбити траєкторію польоту на окремі ділянки і послідовно застосувати для кожної з них ті ж самі формули (з наведених), однак зі значенням c_d , які відповідають середній швидкості на кожній з ділянок.

На рисунку 1.19. зображено залежності швидкості польоту кулі $v(L)$ та її кінетичної енергії $E_K(L)$ від подоланої відстані L для трьох різних набойів НК 4.6×30 мм пістолету-кулемету Heckler & Koch MP7 з діаметром кулі 4.65 мм (при густині повітря $\rho = 1.225 \text{ кг/м}^3$). Коефіцієнти опору для всіх трьох куль визначені за експериментальними даними з таблиці 1.5. Бачимо, що важка куля з масою 2.7 г втрачає швидкість повільніше за 2-грамову кулю з кращою аеродинамікою (хоча при цьому значення їхніх кінетичних енергій залишаються приблизно рівними протягом польоту).

Таблиця 1.5

Балістичні параметри куль ($\rho = 1.225 \text{ кг/м}^3$)

Тип кулі	m , г	v_0 , м/с	$E_{K,0}$, Дж	$v(l_1)$, м/с	l_1 , м	β , кг/м
Copper-plated steel core AP	2.0	720	518	425	200	5.3×10^{-6}
Copper-zinc hollow point	2.0	700	480	568	50	8.4×10^{-6}
Full metal jacket	2.7	600	486	463	100	7×10^{-6}

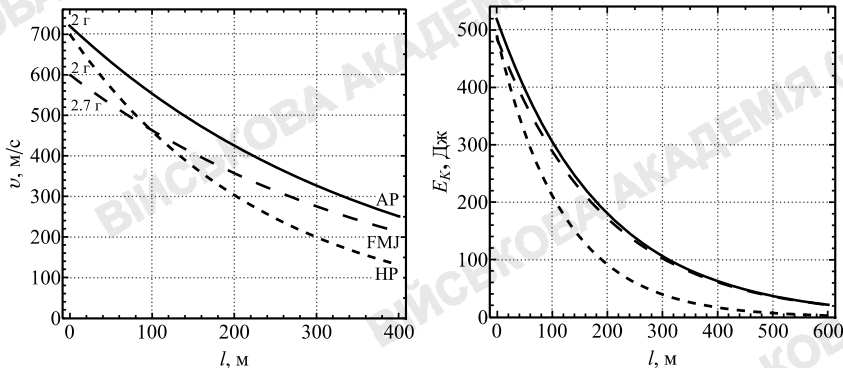


Рис. 1.19. Залежності швидкості польоту (ліворуч) і кінетичної енергії кулі (праворуч) від подоланої відстані l для бронебійної (AP), експансивної (HP) і звичайної свинцевої кулі з суцільнометалевою оболонкою (FMJ).

Експансивна 2-грамова куля, що має гіршу аеродинаміку і вище значенням β , втрачає кінетичну енергію значно швидше за обидві інші, що є головною причиною дуже малої ефективної дальності її застосування.

Аналогічним чином порівняємо втрати кулею швидкості і кінетичної енергії після подолання відстані L для снайперської гвинтівки Sako TRG, штурмових гвинтівок АКМ і АК-74, та пістолету-кулемету Н&К МР7.

З рисунку 1.20 видно, що 16-грамова куля снайперської гвинтівки переходить у дозвуковий режим польоту лише після подолання біля 1500 м (у той час, як у випадках АКМ і АК-74 це відбувається після подолання біля 500 і 800 м відповідно), а її кінетична енергія навіть на відстані у 800 м перевищує початкову кінетичну енергію кожної з трьох інших розглянутих куль (головною причиною чого є саме велика маса снайперської кулі).

Також цікавим є те, що після 500-600 м польоту кінетичні енергії куль АКМ і АК-74 зрівнюються, після чого залишаються приблизно рівними. Також варто відміти, що на дистанціях стрільби більше 1 км середня швидкість кулі АКМ стає меншою за швидкість звука (тобто звук від пострілу досягатиме цілі раніше за саму кулю!).

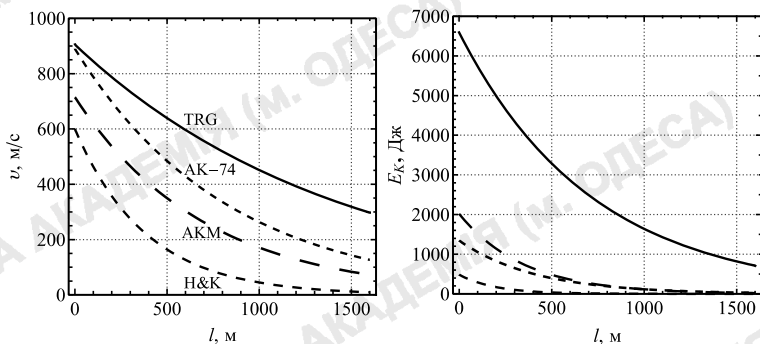


Рис. 1.20. Залежності швидкості польоту та кінетичної енергії кулі від подоланої відстані l для снайперської гвинтівки Sako TRG (8.6×70 мм, 16.1 г, 905 м/с), пістолету-кулемету H&K MP7 (4.6×30 мм, 2.7 г, 600 м/с) та штурмових гвинтівок AKM (7.62×39 мм, 7.9 г, 715 м/с), AK-74 (5.45×39 мм, 3.4 г, 890 м/с).

Окрім зазначеного, наведені графіки дозволяють оцінити й ефективний радіус враження цілей різного типу для кожного зразка озброєння, для чого достатньо знати орієнтовне значення кінетичної енергії кулі, за якого влучення у ціль призводить до її враження.

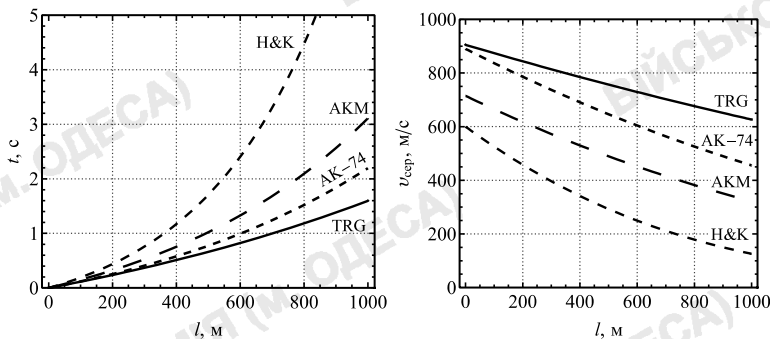


Рис. 1.21. Залежності тривалості польоту кулі (ліворуч) і її середньої швидкості (праворуч) при стрільбі на відстань l для снайперської гвинтівки Sako TRG, штурмових гвинтівок AKM і AK-74, та пістолету-кулемету H&K MP7.

Наприклад, при стрільбі з АКМ по цілі, що рухається зі швидкістю 10 м/с на відстані 715 м від стрілка, тривалість польоту кулі становитиме не 1 с, а 1.7 с. Відповідно, вірна величина упередження становитиме $10 \cdot 1.7 = 17$ м.

Графіки, наведені на рисунку 1.21, демонструють сильну нелінійну залежність тривалості польоту кулі від відстані до цілі (подвоєння відстані до цілі збільшує тривалість польоту значно більше, ніж удвічі). Їх застосування при стрільбі по віддалених рухомих цілях (чи з рухомого об'єкта) дозволяє вірно визначити тривалість польоту кулі та необхідну величину упередження (див. приклад 1.3).

Приклад 1.12. Балістичний маятник – пристрій для вимірювання імпульсу кулі – складається з ящика з піском загальною масою 3 кг, підвішеного на дроті довжиною 2 м (рахуючи від центра мас ящика). Куля масою 10 г, що летіла горизонтально, влучає у центр ящика і застрягає у ньому, після чого максимальне кутове відхилення дроту сягає 30° . Визначте швидкість кулі перед зіткненням, нехтуючи дією опору повітря на ящик.

Дано:
 $m = 3 \text{ кг}$
 $m_0 = 0.01 \text{ кг}$
 $l = 2 \text{ м}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $g \approx 10 \text{ м/с}^2$
 $v_0 - ?$

У даному випадку система «ящик – куля» є замкнутою, бо дія на неї зовнішніх сил є скомпенсованою. Отже ми можемо скористатися законом збереження повного імпульсу системи:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'.$$

Взаємодія ящика і кулі є абсолютно непружною, тому закон збереження імпульсу в проекції на вісь x має вигляд:

$$m_0 v_0 = (m_0 + m)v,$$

де v_0 – швидкість кулі до зіткнення, а v – швидкість ящика і кулі після зіткнення, яку можна визначити з закону збереження енергії.

Виберемо за нульовий рівень потенціальної енергії той, що збігається з віссю x . В результаті зіткнення з кулею центр мас ящика піднявся на висоту h (рис. 1.22), тобто:

$$\frac{(m + m_0)v^2}{2} = (m + m_0)gh \Rightarrow v^2 = 2gh.$$

Враховуючи, що після влучення кулі ящик рухається дугою кола, за допомогою наведеного рисунку отримуємо:

$$h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha).$$

Отже швидкість ящика одразу після зіткнення становить

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)},$$

а швидкість кулі за мить до зіткнення дорівнювала

$$v_0 = \frac{m_0 + m}{m_0} v = \left(1 + \frac{m}{m_0}\right) \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} \approx 697 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $v_0 \approx 697 \text{ м/с}$.

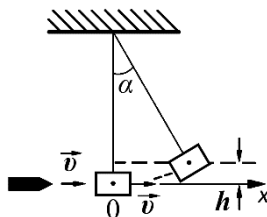


Рис. 1.22. Балістичний маятник

Особливості балістики у випадку мінометів і гранатометів

На відміну від легких і швидких куль, вплив опору повітря на рух яких є величезним і у жодному разі не може бути знехтуваним, на політ істотно важчих і повільніших мін та гранат опір повітря впливає значно менше.

Важливою причиною цього є те, що при дозвукових швидкостях польоту сильно зменшується і сам аеродинамічний коефіцієнт опору форми тіла



Рис. 1.23. Типовий міномет, міна з пороховими кільцями та окреме порохове кільце

порівняно зі значенням для того ж самого тіла при надзвукових швидкостях. Внаслідок цього відношення β/m , яке доволі добре описує ступінь впливу опору на рух тіла, істотно зменшується, порівняно з кулями стрілецької зброї і артилерійськими снарядами. Наприклад, для АКМ $\beta/m \approx 1.4 \cdot 10^{-3}$, а для міномета L16 калібром 81 мм $\beta/m \approx 1 \cdot 10^{-4}$, тобто має у 14 разів менше значення. Аналогічною є ситуація і у випадку ручних гранат і гранат, запущених з підствольного гранатомета.

Розглянемо особливості траєкторій мін більш детально на прикладі міномета L16 калібром 81 мм. Боєприпасами для даного міномету є міни масою 4.5-5.5 кг із власним пороховим зарядом, розрахованим на дульну швидкість у 73 м/с, який може посилюватися додаванням с-подібних порохових насадок з нітроцелюлози (рис. 1.23), які у кількості від 1 до 6 одягаються на хвостову частину міни та ініціюються при пострілі вбудованим у неї пороховим зарядом. Залежно від кількості застосованих кілець змінюються початкова швидкість міни, а також максимальна і мінімальна дальності її польоту.

Таблиця 1.6

Початкова швидкість і дальність стрільби міномета L16 [2].

Пороховий заряд	Початкова швидкість v_0	Мінімальна дальність ($\alpha = 80^\circ$)	Максимальна дальність ($\alpha = 45^\circ$)
Основний заряд	73 м/с	180 м	520 м
+1 кільце	110 м/с	390 м	1120 м
+2 кільця	137 м/с	580 м	1710 м
+3 кільця	162 м/с	780 м	2265 м
+4 кільця	195 м/с	1070 м	3080 м
+5 кілець	224 м/с	1340 м	3850 м
+6 кілець	250 м/с	1700 м	4680 м

Для обчислення аеродинамічного коефіцієнту опору форми для фугасної міни масою 4.5 кг достатньо побудувати траєкторію польоту міни таким чином, щоб при пострілах під кутом $\alpha = 45^\circ$ дальність її польоту відповідала значенням максимальної дальності, наведеним у табл. 1.6. Комп'ютерне моделювання траєкторії призводить до значення $c_d \approx 0.14$, яке завдяки дозвуковому режиму польоту міни є майже утричі меншим за відповідне значення для кулі 7.62×39 (АКМ).

Знаючи значення коефіцієнту c_d , початкової швидкості, маси і калібру міни, а також густини повітря, можна обчислити дальність, тривалість і траєкторію польоту міни при пострілі із заданою кількістю порохових зарядів під будь-яким кутом до горизонту.

На рисунку 1.24 наведені траєкторії польоту міни, що відповідають максимальній (суцільні лінії) і мінімальній (штрихові лінії) дальності стрільби при пострілах без додаткових порохових зарядів, а також з 2, 4 та 6 такими зарядами. Відстань між дальніми кінцями відповідних ліній – той діапазон дистанцій стрільби, що є можливим для даного міномета при пострілі із вказаним числом порохових зарядів. Мінімальна тривалість польоту становить ≈ 10.5 с ($\alpha = 45^\circ$, без додаткових зарядів), а максимальна ≈ 44 с ($\alpha = 80^\circ$, 6 додаткових зарядів). Тривалість польоту на мінімальну відстань є приблизно на 40% більшою, ніж тривалість польоту на максимальну відстань при тій самій початковій швидкості. Відмітимо, що зображені на рисунку 1.24 траєкторії дійсно є дуже близькими до правильних парабол – тієї форми, яку б мали всі траєкторії мін, куль і снарядів за відсутності опору повітря.

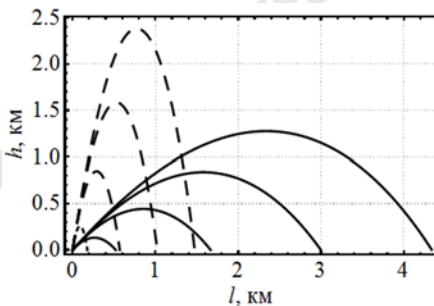


Рис. 1.24. Траєкторії мін при стрільбі з міномета L16 під кутами 45° (суцільні лінії) та 80° (штрихові лінії) на основному заряді, а також 2, 4 і 6 порохових кільця

Зазначимо, що хоча при стрільбі з 5-ю та 6-ю додатковими пороховими зарядами міна підіймається вище ніж на 1 км над землею (у деяких випадках навіть більше ніж на 2 км), завдяки її відносно великій масі та відносно малій швидкості руху нехтування зміною густини атмосферного повітря з висотою (відповідно, і силою опору повітря) не призводить до істотних похибок (не більше 3% у найгіршому випадку), на відміну від розрахунку траєкторій снарядів далекобійної артилерії. Тим не менш, для відносно далекобійних крупнокаліберних мінометів коректне врахування зміни густини повітря з висотою є необхідним, тому ми присвяtimo цьому питанню окрему увагу у наступному розділі.

Хоча внаслідок дозвукової початкової швидкості міни міномети мають відносно малу максимальну дальність ведення вогню, у цьому діапазоні вони мають ряд істотних переваг над звичайною і далекобійною артилерією:

- навісна траєкторія стрільби дозволяє вести вогонь з добре захищених позицій та вражати цілі, які знаходяться не лише поза зоною прямої видимості, але й за доволі високими перешкодами;

- можуть без проблем обстрілювати порівняно близькі цілі, розташовані вище за позицію міномета (що часто є недоступним для далекобійної артилерії);
- внаслідок стабілізації міни у польоті за допомогою хвостового оперення її корпус може бути тоншим, ніж у снарядів нарізної артилерії. Відповідно, міни зазвичай несуть більший заряд вибухової речовини, ніж снаряди того ж калібру;
- менша (порівняно зі снарядами) дульна швидкість міни дозволяє використовувати значно менший пороховий заряд, а також коротший і легший ствол.

Балістика активно-реактивних снарядів

Одним зі шляхів збільшення максимальної дальності стрільби гаубиць є застосування *активно-реактивних снарядів*, оснащених малогабаритним ракетним двигуном, який вмикається посеред польоту і надає снаряду додатковий імпульс, збільшуючи його швидкість (див. приклад 1.9).

Як правило, тривалість роботи таких двигунів становить лише декілька секунд, а момент їх увімкнення підбирається таким чином, щоб досягти балансу між збільшенням дальності та збереженням точності стрільби (чим пізніше запускатиметься двигун – тим сильніше впливатиме на точку влучення дія випадкових факторів на першій частині польоту).

Побудуємо траєкторію польоту активно-реактивного снаряда і дослідимо її особливості на прикладі американського 155-мм снаряда M549. Даний снаряд має масу 43.6 кг, з яких 3 кг – маса палива у ракетному двигуні, який вмикається приблизно на сьомій секунді польоту (завдяки піротехнічному сповільнювачу, ініціація якого відбувається при пострілі) і працює 2.5-3 с. При розрахунках вважатимемо, що швидкість витікання з сопла двигуна продуктів згоряння становить 2400 м/с.

На рисунку 1.25 зображені траєкторії польоту даного снаряда при пострілі з початковою швидкістю 826 м/с під кутом 45° до горизонту (що відповідає максимальній дальності стрільби звичайними снарядами) без увімкнення реактивного двигуна та з його увімкненням на сьомій секунді польоту, а також при пострілі під кутом 57° з увімкненням двигуна на 18-й секунді польоту (максимальна дальність пострілу для даного снаряда з даним двигуном за вказаної початкової швидкості). Зауважимо, що останній варіант є суто теоретичним, бо піротехнічні сповільнювачі завжди працюють в однаковому режимі не дозволяючи додаткового налаштування, а при пострілі з гаубиць, які забезпечують меншу початкову швидкість снаряда, оптимальні значення кута кидання і затримки увімкнення реактивного двигуна змінюються.

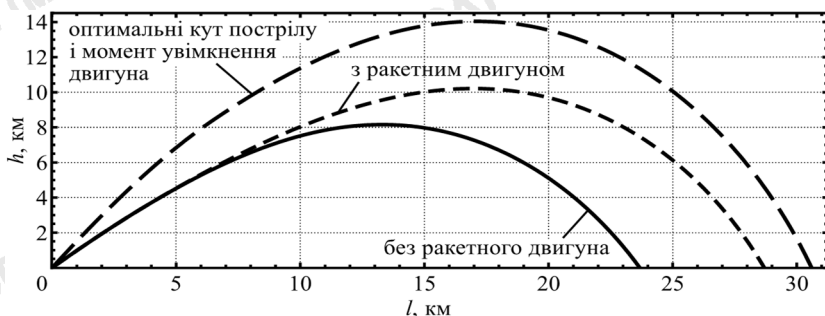


Рис. 1.25. Траєкторії польоту 155-мм снаряда М549 при пострілах з початковою швидкістю 826 м/с під кутом 45° з увімкненням реактивного двигуна і при його повній відмові, а також теоретична траєкторія, що забезпечує максимальну дальність польоту снаряда при оптимальному моменті увімкнення двигуна.

Дальності й тривалості польоту при температурі 15°C дорівнюють 23.7 км, 80.8 с; 28.7 км, 92.9 с; 30.6 км, 113.3 с відповідно.

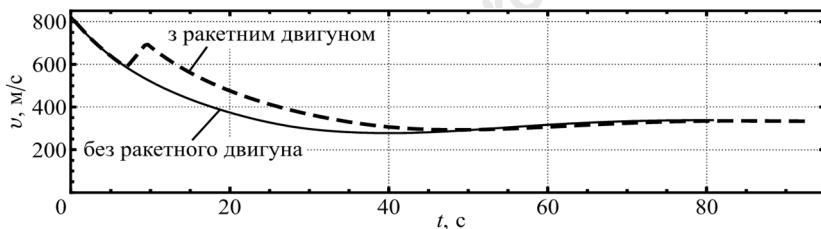


Рис. 1.26. Залежність швидкості польоту снаряда М549 при пострілі з початковою швидкістю 826 м/с під кутом 45° до горизонту при температурі 15°C за умови штатної роботи реактивного двигуна та за його повної відмови.

На рисунку 1.26 наведені залежності швидкості польоту снаряда від часу, що пройшов з моменту пострілу для ситуацій штатної роботи реактивного двигуна (штрихова лінія) та його повної відмови (суцільна лінія). Різке зростання швидкості між 7-ю і 10-ю секундами є наслідком роботи двигуна, а повільне зростання швидкості, що спостерігається на другій половині польоту (після ≈ 40 -ї секунди) є наслідком дії сили тяжіння, яка прискорює снаряд після подолання вершини траєкторії. Зазначений приріст швидкості внаслідок роботи ракетного двигуна становить 112 м/с, що значно менше за значення у 171 м/с, отримане у прикладі 1.9, внаслідок втрати швидкості під дією сили опору повітря протягом роботи двигуна (згадаємо, що формула Цюлковського є точною лише за умови миттєвого прискорення або за відсутності зовнішніх сил).

Наведені на рисунку 1.27 траєкторії відповідають максимальній дальності польоту снаряда при пострілі з трьох різних гаубиць. Варто відмітити, що

разом зі зростанням початкової швидкості снаряду зростає оптимальний кут пострілу (який при стрільбі з крупнокаліберних гаубиць звичайними снарядами зазвичай є дуже близьким до 45°): 49° при $v_0 = 561$ м/с, 50° при $v_0 = 678$ м/с і 55° при $v_0 = 826$ м/с. Причина цього полягає у тому, що політ снаряда після вимкнення ракетного двигуна є аналогічним його польоту після пострілу, виконаного на великій висоті над поверхнею Землі, до моменту якого кут між траєкторією снаряда і горизонтом встигає дещо зменшитись.

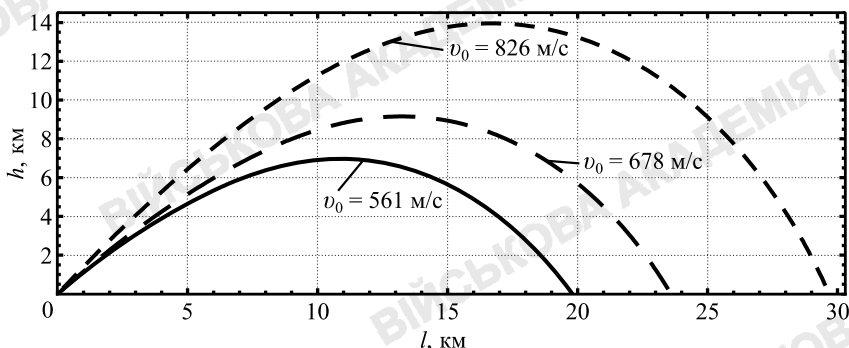


Рис. 1.27. Траєкторії польоту 155-мм снаряда M549 при пострілі з гаубиць M114 ($v_0 = 561$ м/с), M109 ($v_0 = 678$ м/с), M114 ($v_0 = 826$ м/с), обчислені при температурі 15°C . Дальності і тривалості польоту дорівнюють 19.8 км, 80.8 с; 23.6 км, 92.9 с; 29.7 км, 113.4 с відповідно.

Бачимо, що застосування простого реактивного двигуна дозволяє відчутно (на 25-30%) збільшити максимальну дальність стрільби існуючої ствольної артилерії без необхідності її додаткової модернізації. Однак недоліками таких снарядів є менший заряд вибухової речовини, дещо нижча точність стрільби (внаслідок того, що на дальність польоту снаряда доволі відчутно впливають навіть малі зміни точного моменту спрацювання двигуна, його потужності чи тривалості роботи), а також більша вартість і складність виробництва.

Вплив обертання Землі на рух тіл

Якщо система відліку здійснює рівномірний обертальний рух навколо тіла відліку з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$, то на тіла, рух яких описується у цій системі відліку, діє **сила інерції**, що визначається формулою:

$$\vec{F}_I = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}] - m[\vec{\omega}, [\vec{\omega}, \vec{r}]],$$

де $\vec{v}$ і $\vec{r}$ – швидкість і положення тіла, до якого прикладена ця сила.

Перший доданок у наведеній формулі називають **силою Коріоліса**. Вона завжди перпендикулярна до швидкості руху тіла та змінює лише напрямок його руху, не впливаючи на величину швидкості.

Другий доданок – це **відцентрова сила**, яка прискорює тіло в бік від осі обертання системи відліку. Вона є пропорційною до квадрата кутової швидкості обертання системи відліку і за величиною дорівнює $m\omega^2 R$, де R – відстань від тіла до осі обертання (радіус кола, яким воно рухається).

Відцентрова сила завжди напрямлена від осі обертання Землі і дещо змінює вектор прискорення вільного падіння у кожній точці Землі.

Кутова швидкість обертання Землі $\omega_E \approx 7.27 \cdot 10^{-5}$ рад/с є сталою величиною. Відповідно, прискорення тіл внаслідок дії відцентрової сили дорівнює $a_{в.ц.} \approx 5.29 \cdot 10^{-9} R$, де R – відстані від поверхні Землі у даній точці до її осі. На екваторі $R \approx 6371$ км, отже $a_{в.ц.} \approx 3.37 \cdot 10^{-2}$ м/с², що є у 300 разів меншим за прискорення вільного падіння. В інших точках поверхні Землі відцентрове прискорення є ще меншим внаслідок наближення до осі обертання і практично не впливає на балістичний рух.

Тим не менш, навіть таке мале додаткове прискорення приймають до уваги при запусках космічних апаратів – воно дозволяє дещо збільшити корисне навантаження ракети при тій самій масі палива. Крім того, лінійна швидкість руху поверхні Землі є найбільшою на екваторі (біля 465 м/с), що робить розташування пускових майданчиків біля екватору відчутно вигіднішим, ніж у високих широтах. Причина цього полягає у тому, що внаслідок руху поверхні Землі всі розташовані на ній тіла також постійно рухаються з тією ж швидкістю. Отже вже одразу після старту ракета має (відносно центру мас Землі) доволі велику швидкість (при старті з екватора – біля 6% від першої космічної), що істотно спрощує вихід на орбіту за умови, що запуск відбувається у бік обертання Землі.

Вплив сили Коріоліса на балістику не залежить від маси тіла й істотно залежить від його швидкості та напрямку руху.

При польоті у північній півкулі Землі уздовж меридіану кулі, снаряди і ракети відхиляються праворуч незалежно від того, чи вони обертаються навколо своєї осі, чи ні (у південній півкулі – аналогічно, проте ліворуч). Цей ефект є нульовим на екваторі та посилюється з віддаленням від нього.

При русі уздовж паралелі на схід сила Коріоліса «припіднімає» траєкторію збільшуючи дальність польоту тіла, а при русі на захід – «притискає» траєкторію до поверхні Землі, зменшуючи дальність польоту. Цей ефект найсильніше проявляється на екваторі та послаблюється при віддаленні від нього.

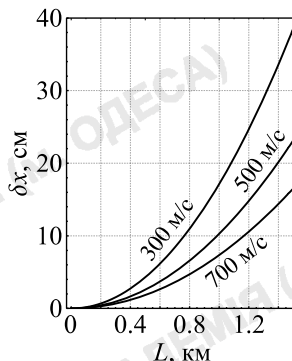


Рис. 1.28. Відхилення куль з різними середніми швидкостями польоту внаслідок дії сили Коріоліса

При русі у будь-яких інших напрямках описані ефекти накладаються один на одного, що дещо ускладнює врахування їх впливу на траєкторію.

При стрільбі на короткій дистанції впливом сили Коріоліса можна сміливо знехтувати, але зі зростанням відстані до цілі важливість його врахування дуже швидко зростає. Відхилення кулі типової стрілецької зброї на дистанції у 1000 м може сягати 7-10 см і більше (див. рис. 1.28).

Хоча величина сили Коріоліса є пропорційною швидкості руху тіла, однак величина промаху δx , до якої вона призводить, є обернено пропорційною до швидкості польоту і наближено описується наступною формулою (цілком достатньою для більшості практичних випадків застосування стрілецької зброї, але занадто простою для випадку далекобійної артилерії внаслідок значно більш опуклої форми траєкторії снарядів) [3]:

$$\delta x = \frac{\omega_E L^2}{v_{\text{сеп}}} \sin \vartheta,$$

де L – дистанція стрільби, ϑ – географічна широта (додатна для північної півкулі), $v_{\text{сеп}}$ – середня швидкість польоту кулі на даній дистанції (чим менше $v_{\text{сеп}}$ відрізняється від v_0 , тим точнішою є дана формула).

Тут також варто згадати, що середня швидкість польоту кулі доволі швидко зменшується при збільшенні дистанції стрільби, призводячи до різкого посилення даного ефекту при збільшенні відстані до цілі.

Можна зробити висновок, що застосування зброї з більшою дульною швидкістю та більшим балістичним коефіцієнтом кулі дозволяє істотно зменшити похибки при стрільбі, пов'язані з обертанням Землі.

Приклад 1.13. Оцініть відхилення кулі від очікуваної траєкторії польоту внаслідок дії сили Коріоліса при пострілі уздовж меридіана у північній півкулі на широті м. Одеси ($\approx 46.5^\circ$). Середня швидкість польоту кулі $v_{\text{сеп}} = 600$ м/с при дистанції стрільби 600 м і 500 м/с при дистанції 800 м.

Аналіз та розв'язок

Згадаємо, що вплив сили Коріоліса не залежить від маси і форми кулі, а визначається лише швидкістю та дальністю її польоту. Крім того, при стрільбі уздовж меридіану відхилення буде відбуватися строго праворуч. Застосуємо наведену вище формулу для відхилення внаслідок дії цієї сили:

$$\delta x(600 \text{ м}) = \frac{\omega_E L^2}{v_{\text{сеп}}} \sin \vartheta = \frac{7.27 \cdot 10^{-5} \cdot 600^2}{600} \sin 46.5^\circ \approx 0.032 \text{ м} = 3.2 \text{ см.}$$

$$\delta x(800 \text{ м}) = \frac{\omega_E L^2}{v_{\text{сеп}}} \sin \vartheta = \frac{7.27 \cdot 10^{-5} \cdot 800^2}{500} \sin 46.5^\circ \approx 0.068 \text{ м} = 6.8 \text{ см.}$$

Відповідь: $\delta x(600 \text{ м}) \approx 3.2 \text{ см}$, $\delta x(800 \text{ м}) \approx 6.8 \text{ см}$.

Вплив вітру на балістичний рух

Перейдемо до розгляду впливу вітру на балістичний рух тіл.

Згадаємо, що вітер – це рух великих обсягів повітря, у якому рухається тіло. А сила опору, що діє на тіло при русі у повітрі, визначається саме швидкістю руху відносно повітря, а не поверхні Землі. Отже основним механізмом впливу вітру на балістичний політ тіла є саме деяка зміна сили опору повітря. Однак здавалося б проста зміна сили опору призводить до складніших ефектів, наслідком яких може бути як зміна швидкості зіткнення кулі з перешкодою, так і зміщення точки влучення порівняно з аналогічним пострілом за відсутності вітру.

Результат впливу вітру на круті траєкторії снарядів далекобійних гармат важко описати без розгорнутого застосування складного математичного апарату і комп'ютерного моделювання, тому далі ми зупинимося лише на випадку польоту кулі (чи снаряда) по достатньо пологих траєкторіях, (наприклад, при прямих пострілах), до яких відносяться всі практичні випадки застосування стрілецької зброї, протитанкових гармат тощо.

Вплив попутного (*tailwind*) і зустрічного (*headwind*) вітру на положення точки влучення у більшості практичних випадків є мінімальним [3]. Однак вітер все-таки дещо впливає на тривалість польоту кулі та швидкість її зіткнення з ціллю (тобто на вбивчу/пробивну здатність). Зрозуміло, що наслідком наявності попутного вітру є менша тривалість польоту та більша швидкість зіткнення, а наявність зустрічного вітру призводить до протилежного ефекту. Очевидно, що чим більшою є швидкість вітру, тим сильніше проявляється його дія.

Наявність бічного вітру (*crosswind*) призводить до відхилення траєкторії польоту кулі у напрямку вітру, а величина цього відхилення є прямо пропорційною швидкості вітру і швидко зростає при збільшенні відстані до цілі. Окрім швидкості вітру дуже важливу роль грають і балістичні характеристики самої кулі, а саме, величина відношення β/m , яка характеризує швидкість уповільнення кулі внаслідок дії опору повітря (чим більшим є значення β/m , тим інтенсивнішою є втрата швидкості).

У випадку бічного вітру, швидкість якого у всіх точках траєкторії польоту кулі є сталою і дорівнює $W_{\perp}$, величина δx зносу кулі з великою точністю описується наступною формулою:

$$\delta x(L) = W_{\perp} \left(t(L) - \frac{L}{v_0} \right),$$

де $t(L)$ – тривалість польоту кулі з урахуванням дії сили опору повітря, L – відстань до цілі, v_0 – початкова швидкість кулі (тобто відношення L/v_0 дорівнює тривалості польоту кулі на ту ж саму відстань за відсутності опору повітря, а вираз у великих дужках – затримка моменту влучення внаслідок дії сили опору) [3].

У випадках, коли зміна коефіцієнту c_d кулі є нехтовно малою, можна скористатися формулою для $t(L)$, отриману на початку цього підрозділу:

$$t(L) = \frac{m}{\beta v_0} \left(e^{\frac{\beta}{m} L} - 1 \right) \Rightarrow \delta x(L) = \frac{W_{\perp} L}{v_0} \left(\frac{m}{\beta L} \left(e^{\frac{\beta}{m} L} - 1 \right) - 1 \right).$$

З останнього виразу добре видно, що збільшення початкової швидкості кулі за незмінності її балістичних характеристик призводить до пропорційного зменшення величини зносу бічним вітром (див. рис. 1.29). Внаслідок того, що сила опору повітря зменшується при зменшенні швидкості кулі, перші дві третини шляху кулі відповідають за більше ніж 80% величини зносу вітром.

Вплив вертикального руху повітря є цілком аналогічним впливу бічного вітру й описуються тією ж самою формулою. Однак швидкість такого

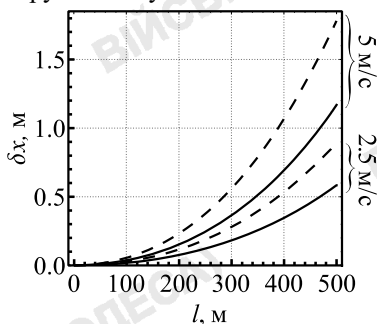


Рис. 1.29. Відхилення кулі гвинтівки АК-74 (суцільна лінія) та АКМ (штрихова лінія) внаслідок дії бічного вітру зі швидкістю 2.5 м/с (9 км/год) і 5 м/с (18 км/год)

вітру зазвичай є малою і лише у дуже рідких випадках може перевищувати 2 м/с, тобто вплив цього фактору на положення точки влучення є значно меншим, ніж у горизонтального вітру, і проявляється переважно лише за умов літньої спеки, коли вертикальні потоки повітря є найпотужнішими.

У випадку довільного горизонтального вітру зі швидкістю W швидкість $W_{\perp}$ бічної компоненти вітру дорівнює

$$W_{\perp} = W \sin \theta,$$

де θ — кут між напрямком вітру та напрямком польоту кулі.

Гіроскопічний ефект і нарізна зброя

Гіроскоп (*gyroscope*) — це пристрій, здатний реагувати на зміну орієнтації основи, на якій він встановлений, відносно інерціальної системи відліку.

Традиційно під **гіроскопом** розуміють пристрій, який містить тверде тіло (*ротор*), що швидко обертається навколо своєї осі, а його підвіс має три обертальні ступені вільності (тобто можливість вільно обертатися навколо трьох взаємно-перпендикулярних осей).

Вісь ротора гіроскопа, навколо якої йому надане швидке обертання, називають *головною віссю* гіроскопа або віссю власного обертання. Будь яка спроба змінити орієнтацію цієї осі призведе до відповідної, доволі специфічної, реакції ротора, саме на якій і ґрунтується дія гіроскопів.

Яскравим прикладом гіроскопа є дитяча іграшка *дзига*.

Характерні властивості гіроскопа:

- здатність ефективно опиратися зовнішнім діям, що прагнуть змінити напрямок осі його обертання в інерціальній системі відліку;
- *прецесія*: якщо на гіроскоп діє постійний момент сил, який прагне змінити напрямок головної осі, то вона набуває обертання зі сталою кутовою швидкістю у площині, що проходить через головну вісь та вісь прикладеного моменту сил; швидкість прецесії є обернено пропорційною до кутової швидкості власного обертання гіроскопа;
- *нутація*: якщо на гіроскоп подіяти ударним імпульсом з метою змістити напрямок його головної осі обертання, то вона почне здійснювати коливання (з великою частотою і малою амплітудою), описуючи у просторі конічну поверхню з вершиною у точці кріплення; частота нутації прямо пропорційна, а амплітуда нутації обернено пропорційна величині власної кутової швидкості гіроскопа.

Всі ці властивості суттєво визначаються величиною кутової швидкості власного обертання гіроскопа та його моментами інерції.

Прилади, що використовують властивості гіроскопа, застосовуються у системах навігації і системах керування рухомих транспортних засобів (суден, літальних і космічних апаратів, ракет, торпед тощо).

Гірокомпас – механічний прилад для визначення напрямку справжнього (географічного) меридіану, курсу об'єкта, а також азимуту (пеленгу), принцип дії якого базується на особливостях гіроскопічного ефекту.

Принцип дії нарізної зброї

Принцип стабілізації орієнтації тіла завдяки його швидкому обертанню (на кшталт дзиги) застосовують також для куль і деяких видів снарядів.

Внаслідок інерції кулі, неперервної зміни напрямку її руху через дію сили тяжіння, впливу вітру та наявності інших випадкових факторів рівнодійна сил опору повітря, що діють на кулю, завжди напрямлена протилежно до швидкості кулі та під деяким кутом до її осі. Оскільки більша частина опору повітря виникає на передній частині кулі, а центр мас кулі розташований ближче до її задньої частини, то рівнодійна сил опору зазвичай перетинає вісь кулі десь між її вершиною і центром мас (дивись рисунок 1.30).

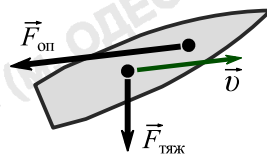


Рис. 1.30. Сили, що діють на кулю у польоті

Враховуючи, що куля має форму загостреного циліндру (для збільшення маси та зменшення опору повітря у польоті), то внаслідок дії двох зображених на рисунку сил вона дуже швидко почне перекидатися.

Як наслідок, вона зустрічатиме потік повітря не загостреною головною частиною, а боковою чи донною частинами, через що опір повітря, що діє на неї, по-перше, постійно змінюватиметься за величиною (призводячи до непрогнозованих змін траєкторії кулі, тобто зменшуючи купчастість стрільби) і, по-друге, його середнє значення різко зросте у кілька разів (сильно зменшуючи максимальну дальність польоту кулі).

Для уникнення описаного явища на початку епохи вогнепальної зброї застосовували круглі кулі та гарматні ядра, які не можуть перекидатися. Однак коефіцієнт опору при такій формі є доволі високим, а для збільшення маси кулі чи снаряда доводилося сильно збільшувати калібр ствола (а разом з ним і пороховий заряд), що негативно впливало на масу, розміри, вартість і зручність експлуатації зброї.

Тому з розвитком вогнепальної зброї перейшли до куль і снарядів витягнутої форми (які при тому ж калібрі, що й сферичні ядра, мають значно більшу масу і відчутно менший коефіцієнт опору), стабілізованих за допомогою обертального руху, для надання якого у стволах з'явилися нарізи (зауважимо, що існує і альтернативний метод стабілізації – хвостове оперення, яке зміщує точку прикладення сили опору у бік донної частини снаряда, за його центр мас).

Таким чином, при пострілі з нарізної зброї куля упродовж прискорення у каналі ствола не тільки набирає *лінійну* швидкість руху (яку ми називаємо її початковою швидкістю), проте внаслідок взаємодії з нарізами отримує ще й відповідну *кутову* швидкість. Після вильоту з каналу ствола куля продовжує обертатися за інерцією, а швидкість обертання залишається сталою внаслідок закону збереження моменту імпульсу (обертального моменту) і може істотно змінитися лише внаслідок пластичної деформації кулі, що не є характерним для сучасних оболонкових куль.

Швидке обертання кулі призводить до її стабілізації завдяки гіроскопічному ефекту, проте для кожної конкретної кулі оптимальна швидкість обертання складним чином залежить від її маси, діаметра, довжини та характерної швидкості польоту.

Якщо куля обертатиметься недостатньо швидко (*недостабілізована куля*) – вона може втратити свою стабільність, а якщо занадто швидко (*перестабілізована куля*) – її вісь перестане слідувати за зміною траєкторії.

Саме тому у сучасній нарізній зброї параметри ствола і кулі пов'язані не тільки калібром останньої – крок нарізів ствола визначається тим значенням кутової швидкості обертання кулі, за якого її стабілізація буде оптимальною.

Переважає більшість сучасної нарізної зброї має правоґвинтову нарізку (традиційно лівоґвинтову нарізку застосовують лише в Японії).

Приклад 1.14. Визначте зв'язок між параметрами ствола та швидкістю обертання кулі для автомата АК-74, крок нарізки ствола якого дорівнює $h = 200$ мм, калібр $d = 5.45$ мм, а дульна швидкість кулі $v = 910$ м/с.

Аналіз та розв'язок

Польотна кутова швидкість обертання кулі визначається лінійною швидкістю її руху в момент виходу з нарізної частини ствола. У цей момент куля рухається зі швидкістю, близькою до v та здійснює один повний оберт, проходячи відстань h , рівну кроку нарізки.

Наприкінці нарізної частини ствола куля долає деяку відстань Δl за час $\Delta t = \Delta l / v$ і при цьому провертається на кут $\Delta \varphi$, що визначається пропорцією

$$\frac{\Delta l}{h} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \Rightarrow \Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta l}{h}.$$

Вважаючи цей відрізок достатньо малим, кутову швидкість кулі визначимо за її означенням:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{2\pi \cdot \Delta l}{h} : \frac{\Delta l}{v} \right) = \frac{2\pi v}{h}.$$

Отже польотна кутова швидкість ω і частота обертання ν дорівнюють:

$$\omega = \frac{2\pi v}{h} \approx 28\,600 \text{ рад/с}, \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{h} = 4550 \text{ об/с}.$$

При дальності польоту біля 800 м тривалість польоту складатиме 1.5 с, тобто до влучення у ціль куля встигне зробити біля 6800 обертів.

Лінійна швидкість руху поверхні кулі дорівнює добутку її радіусу r і кутової швидкості обертання:

$$v_n = \omega r = \frac{\omega d}{2} = \frac{2.86 \cdot 10^4 \cdot 5.45 \cdot 10^{-3}}{2} \approx 78 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $\omega \approx 28\,600$ рад/с; $\nu \approx 4550$ об/с; $v_n \approx 78$ м/с.

У випадку снарядів ситуація є цілком аналогічною та відрізняється лише меншою швидкістю обертання. Справа у тому, що маса кулі є набагато меншою за масу снаряда, тому для надійної стабілізації її руху потрібна значно більша кутова швидкість.

Бічний вітер при взаємодії з обертальним рухом снаряда чи кулі може призводити до деякої зміни траєкторії внаслідок дії сили Магнуса, проте для звичайної стрілецької зброї цей ефект зазвичай є слабким.

Визначимо частоту обертання, а також лінійну та кутову швидкості обертання снаряда протитанкової гармати ЗІС-2:

- калібр $d = 57$ мм;
- крок нарізки $h = 1.71$ м;
- дульна швидкість снаряда $v = 990$ м/с.

Частота обертання в польоті:

$$\nu = \frac{v}{h} = \frac{990}{1.71} \approx 580 \text{ об/с}.$$

Кутова швидкість:

$$\omega = 2\pi \nu \approx 2 \cdot 3.14 \cdot 580 \approx 3600 \text{ рад/с}.$$

Лінійна швидкість обертання:

$$v_n = \frac{\omega d}{2} \approx \frac{3600 \cdot 0.057}{2} \approx 100 \text{ м/с}.$$

Значно важливішим наслідком обертання кулі є **деривація** – відхилення її траєкторії праворуч (у випадку правої гвинтової нарізки ствола) та ліворуч (у випадку лівої гвинтової нарізки) внаслідок взаємодії з атмосферним повітрям, не пов'язаною з дією вітру.

Деривація є прямим наслідком гіроскопічного ефекту, а саме взаємодії обертального моменту кулі з моментом сили опору повітря відносно центру мас кулі (дивись рисунок 1.30). Через те, що траєкторія кулі постійно викривляється вниз під дією сили тяжіння, а положення осі кулі за інерцією прагне залишатися незмінним, сила опору повітря починає перекидати кулю. Завдяки гіроскопічній стабілізації цього перекидання вдається запобігти, однак після врівноваження всіх сил носова частина кулі відхиляється праворуч відносно напрямку руху (для правої гвинтової нарізки), а вісь кулі утворює деякий невеликий кут з траєкторією вже у горизонтальній площині (до 2° у випадку АКМ і $1-3^\circ$ у випадку АК-74 [4]). Наслідком несиметричного відносно повітря розташування кулі є виникнення «підйомної» сили, що діє у горизонтальній площині та відхиляє кулю праворуч.

Як правило, бічний знос кулі внаслідок деривації є приблизно у три рази більшим за її знос внаслідок дії сили Коріоліса (яка у північній півкулі завжди зносить кулю праворуч). Тому при правої гвинтовій нарізці ствола дії цих двох явищ додаються, а при лівої гвинтовій нарізці – вони частково компенсують одне одного.

У Розділі 2 ми розглянемо ще один важливий аспект зовнішньої балістики – залежність траєкторії від термодинамічного стану повітря (його температури і тиску), а також від висоти польоту снаряда над рівнем моря.

Елементи термінальної балістики

Основні фактори механічної руйнівної дії.

Одним із показників механічної руйнівної дії кулі (снаряда) є глибина її проникнення у матеріал цілі. При відносно малих швидкостях польоту кулі ця глибина визначається кінетичною енергією кулі (для води, піску чи людського тіла це швидкості до 25 м/с, для сталеві броні – до 600 м/с). На більш високих швидкостях глибина пробиття починає залежати від швидкості лінійно (а не квадратично, як раніше), однак характер залежності від маси залишається незмінним.

При зіткненні з міцними перешкодами на дуже високих швидкостях, коли снаряд починає істотно деформуватися внаслідок взаємодії з матеріалом цілі, глибина проникнення перестає залежати від маси чи швидкості снаряда, а стає пропорційною добутку його довжини та кореня з відношення густини матеріалу снаряда до густини матеріалу броні.

Взагалі, з точки зору саме здатності до пробиття матеріалу цілі у всіх *практично важливих* випадках глибина пробиття визначається не самою масою снаряда, а відношенням його маси до площі поперечного перерізу (або, що те саме, добутком довжини снаряда на густину його матеріалу). Саме тому бронебійні кулі та снаряди намагаються виготовляти якомога довшими та оснащувати осердям з щільного та міцного матеріалу (наприклад, карбіду вольфраму, одного з найтвердіших серед відомих матеріалів і при цьому дуже міцного, з густиною ≈ 15.6 кг/л, вдвічі вищою за густину сталі, або збідненого урану, який має ще більшу густину, біля ≈ 19 кг/л, і схильність до самозагострювання протягом пробиття броні, а також яскраво проявляє запалювальний ефект, істотно збільшуючи заброньове враження цілі без необхідності додання спеціальних запалювальних хімічних речовин).

Окрім того, велику роль грають кут зіткнення кулі (снаряда) з ціллю та стабільність її польоту. У процесі пробиття достатньо товстої цілі куля може деформуватися (діаметр кулі з м'якого матеріалу може зрости удвічі) або втратити стабільність і почати перекидатися, що, з одного боку, призводить до зменшення максимальної глибини пробиття захисного шару, але, з іншого боку, – до збільшення руйнівної дії проти незахищеної цілі.

Якщо броня має достатню товщину, а її матеріал є значно твердішим і міцнішим за матеріал кулі, то ймовірним результатом влучення є фрагментація кулі при ударі без нанесення пошкодження броні.

Залежно від механічних властивостей матеріалу монолітної броні та снаряда виділяють декілька істотно різних режимів її пробиття (рис. 1.31, [2]) з різним ступенем пошкодження суміжних ділянок броні та характером заброньової дії.

При влученні у живу ціль окрім механічного пошкодження біологічних тканин виникає ще й гідростатичний удар внаслідок утворення потужних ударних хвиль у тілі людини при різкому стисненні тканин кулею. Хоча вважається, що цей фактор не здатний спричинити помітне руйнування тканин, віддалених від ранового каналу, є багато свідчень

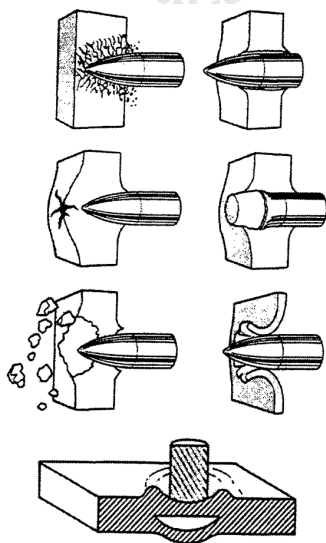


Рис. 1.31. Режими пробиття гомогенної броні [2]

про його негативну дію на роботу центральної нервової системи. Чим меншою є відстань між точкою влучення і головним мозком, тим сильнішим є цей вплив, наслідком чого можуть бути втрата свідомості, контузія тощо.

Відмітимо, що куля (снаряд), проникаючи у будь-яку перешкоду, виконує роботу і витрачає свою кінетичну енергію на руйнування зв'язків між частинками речовини, а також передає їм свій імпульс. Цей процес відбувається тим швидше, чим більший опір створює середовище. Очевидно, що земля, глина та пісок чинять значно менший опір, ніж броня, але, з іншого боку, вони є значно дешевшими у використанні.

Практичний досвід свідчить, що мішки з піском створюють достатньо надійний бар'єр проти найбільш поширених гвинтівочних і пістолетних куль, який до того ж швидко і легко зводиться та у будь-який момент може бути переконфігурований. Зрозуміло, що балістична проникність редуту, створеного з мішків з піском, залежить від багатьох факторів: як від фізико-механічних властивостей піску (його зернистості, вологості) так і від дульної швидкості кулі, відстані з якої ведеться стрільба, типу кулі та її характеристик (форми, розміру, матеріалу, маси).

Експериментально встановлено, що незалежно від типу кулі глибина її проникнення у вологому піску є значно більшою, ніж у сухому (внаслідок зменшення механічного зчеплення між сусідніми гранулами). Крім того, розмір піщинок може по-різному впливати на глибину проникнення для

різних куль. Загальна тенденція полягає у тому, що проникнення кулі у гранульовану речовину зменшується зі збільшенням розміру гранул.

Цей процес є більш складним і пов'язаний як із нюансами взаємодії сусідніх гранул, так і з особливостями механізму передачі кулею свого імпульсу речовині, крізь яку вона рухається. Наприклад, зрозуміло, що коли розміри гранули речовини стають значно більшими за кулю, то вона фактично вдаряється о поверхню твердої породи, внаслідок чого проникнення буде значно меншим (при достатній твердості породи

Наприклад, оцінимо коефіцієнти β_1, β_2 для кулі калібру 7.62 мм автомату АКМ, що знаходиться на відстані $l_1 = 200$ м від редуту з піщаним валом:

- маса кулі $m = 7.9$ г = 0.0079 кг,
- початкова швидкість $v_0 = 715$ м/с,
- швидкість кулі перед влученням у мішок з піском $v(200) = 539$ м/с.

Коефіцієнт опору в повітрі $\beta_1 = \frac{m}{l_1} \ln \frac{v_0}{v(l_1)}$,

$$\beta_1 = \frac{0.0079}{200} \ln \frac{715}{539} \approx 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м.}$$

Коефіцієнт опору в піску $\beta_2 = \frac{1}{2} \rho c_d A$

- коефіцієнт опору форми $c_d \approx 1$,
- густина піску $\rho = 1800$ кг/м³,
- площа поперечного перерізу кулі $A = \pi d^2/4 \approx 4.6 \cdot 10^{-5}$ м².

$$\beta_2 = \frac{1800 \cdot 4.6 \cdot 10^{-5}}{2} \approx 0.04 \text{ кг/м.}$$

куля може навіть розколотися на частини, повністю втрачаючи подальшу пробивну здатність). Саме тому щербини чи колотий камінь значно краще зупиняють кулі (навіть великих калібрів) ніж пісок чи сипкі матеріали з дрібними гранулами (розміром ~ 1 мм). У будь-якому разі важливу роль грає комбінація матеріалів середовища та кулі, а також будова останньої.

Зауважимо, що пробивна здатність повністю свинцевих куль є дуже малою внаслідок низької твердості свинцю – при ударі о перешкоду куля одразу починає деформуватися та нагріватися, швидко втрачаючи свою кінетичну енергію. Передня частина кулі розплющується, частково руйнуючись і різко зростаючи у діаметрі, внаслідок чого опір середовища пропорційно зростає, ще сильніше посилюючи процес уповільнення. Якщо ж перешкода виявляється значно твердішою за свинець і достатньо міцною, щоб витримати згинальну деформацію у місці влучення, то при ударі в неї куля розбивається на дрібні фрагменти.

Кулі у суцільнометалевій оболонці (*full metal jacket, FMJ*) та кулі зі сталевим осердям мають значно більшу механічну міцність і набагато краще пробивають «м'які» перешкоди (живі тканини, рідину, сипкі матеріали тощо) та тверді перешкоди середньої міцності (дерево, тонкі металеві пластини, легкі бронежилети).

Проаналізуємо зміну швидкості та кінетичної енергії кулі при влученні у достатньо «м'яку» перешкоду на прикладі редуту з мішків з піском. Найпростішим шляхом такого аналізу є застосування наведених вище формул, що описують зниження швидкості та кінетичної енергії кулі упродовж її руху внаслідок дії на неї сили опору середовища:

$$v(L) = v_0 e^{-\frac{1}{m}\beta L}, \quad E_{\text{кін}}(L) = \frac{m v_0^2}{2} e^{-\frac{2}{m}\beta L}.$$

У даному випадку куля послідовно долає дві ділянки шляху, які відрізняються характеристиками середовища: відстань l_1 у повітрі з коефіцієнтом опору β_1 та відстань l у піску з коефіцієнтом опору β_2 . З урахуванням властивостей експоненти отримуємо:

$$v(l_1, l) = v_0 e^{-\frac{1}{m}(\beta_1 l_1 + \beta_2 l)}, \quad E_{\text{кін}}(l_1, l) = \frac{m v_0^2}{2} e^{-\frac{2}{m}(\beta_1 l_1 + \beta_2 l)},$$

де v_0 – початкова швидкість кулі, m – її маса, $\beta_1 = \frac{m}{l_1} \ln \frac{v_0}{v(l_1)}$ – коефіцієнт опору повітря, l_1 – відстань від місця розташування зброї до валу редуту.

На рисунку 1.32 зображені залежності швидкості польоту $v(l_1, l)$ та кінетичної енергії $E_{\text{кін}}(l_1, l)$ кулі калібру 7.62 мм від глибини її проникнення l у пісок, якщо стрільба ведеться з АКМ на відстанях $L = 100$ м, 200 м, 300 м.

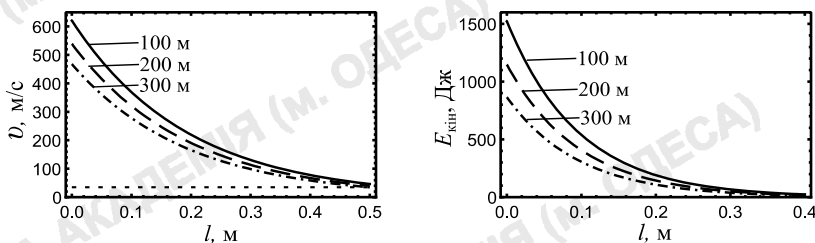


Рис. 1.32. Залежності швидкості польоту $v(l)$ та кінетичної енергії $E_{\text{кін}}(l)$ кулі калібру 7.62 мм від її проникнення l у пісок при стрільбі з автомату АКМ на відстанях 100 м, 200 м, 300 м.

Бачимо, що при заглибленні кулі у пісок на відстань 50 см її швидкість падає приблизно до 35 м/с (пунктирна лінія на графіку), за якої куля вже практично не здатна нанести шкоду людині [5]. При подальшому проникненні кулі у пісок різко зростають сили тертя, які остаточно зупиняють кулю.

Оцінимо заглиблення кулі калібру 7.62 мм, випущеної з АКМ у віддалений на 200 м мішок з піском, якщо порогова швидкість кулі у піску дорівнює $v_{\text{п}} \approx 11$ м/с:

$$l \approx \frac{0.0079}{0.04} \ln \frac{715}{11} - \frac{1.1 \cdot 10^{-5}}{0.04} 200 \approx 0.8 \text{ м.}$$

Просту наведену модель можна істотно покращити, якщо врахувати, що при проникненні кулі у матеріал її швидкість буде спадати описаним вище чином лише до деякого порогового значення $v_{\text{п}}$, нижче якого

розглянуте наближення припиняє діяти, оскільки сили міцності матеріалу зрівнюються з динамічними силами та швидко зупиняють кулю. З урахуванням цих сил можна отримати більш точний вираз для глибини проникнення кулі у деякий матеріал (вважаючи її рух прямолінійним):

$$l \approx \frac{m}{\beta_2} \ln \left(\frac{v_0}{v_{\text{п}}} \right) - \frac{\beta_1}{\beta_2} L.$$

Зауважимо, що отримані таким чином значення глибини проникнення у більшості випадків будуть сильно завищеними внаслідок припущення (зазвичай дуже далекого від дійсності), що куля у середовищі рухатиметься прямолінійно, не втрачаючи своєї стабільності. Більш того, деякі кулі спеціально розробляються таким чином, щоб втрачати стабільність одразу після влучення у ціль з метою спричинення якомога більшої шкоди незахищеним живим цілям (наприклад, кулі зі зміщеним центром мас).

При проведенні подібних оцінок прийнято вважати, що куля зберігає здатність вбити незахищену людину доки її кінетична енергія перевищує 150 Дж (зрозуміло, що ця оцінка є формальною і зіткнення навіть зі значно нижчою енергією може виявитися летальним, залежно від фактичної точки і кута влучення, а також фізіологічних особливостей конкретної людини).

Контрольні питання

1. У чому полягає задача балістики?
2. За яких умов рух називають балістичним?
3. Що вивчають внутрішня, зовнішня і термінальна балістика?
4. Які основні фактори впливають на траєкторію польоту кулі?
5. Поясніть різницю між поняттями кут кидання та кут підвищення; лінія кидання та лінія підвищення.
6. Як визначається коефіцієнт опору кулі та зміна її швидкості у польоті?
7. Яким чином можна зменшити коефіцієнт опору кулі чи снаряда?
8. Завдяки чому снайперські кулі значно довше зберігають вбивчу силу?
9. У чому полягає перевага мінометів над звичайною і далекобійною артилерією на відносно малих максимальних дистанціях ведення вогню?
10. Як впливає обертання Землі на рух куль і снарядів?
11. Опишіть особливості впливу вітру на рух куль і снарядів.
12. Поясніть відмінність між балістикою куль і снарядів у випадках нарізної та гладкоствольної зброї.
13. Які фактори впливають на результат зіткнення кулі (снаряда) з ціллю?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Стрільба ведеться на дальність 800 м з кутом пострілу 60° . Рівно посередині між мінометом і ціллю розташований 9-поверховий будинок (висота одного поверху – 3 м). Нехтуючи опором повітря визначте:
 - а) чи зможе міна перелетіти через будинок;
 - б) якщо зможе, то який запас по висоті залишиться?

Відповідь: зможе; $\Delta h \approx 319$ м.

2. Мінометний вогонь ведеться по об'єктах супротивника, що рухаються зі швидкістю 4 м/с. Дальність до цілі становить 1200 м, а кут кидання дорівнює 45° . Нехтуючи опором повітря визначте:
 - а) тривалість польоту мін до супротивника;
 - б) на яку відстань за цей час може зміститися ціль?

Відповідь: $t \approx 15.6$ с; $S \approx 63$ м.

3. Куля масою 8 г, що летіла горизонтально, влучила у балістичний маятник масою 5 кг, підвішений на довгому дроті, і застрягла у ньому. Визначте початкову швидкість кулі та імпульс, який вона передала маятнику, якщо після удару він, відхилившись, піднявся на 51 мм.

Відповідь: $v_k \approx 626$ м/с; $\Delta p = 5$ кг·м/с.

4. Для штурмової гвинтівки АК-74 (5.45 мм, 3.4 г, $\beta \approx 4.1 \times 10^{-6}$ кг/м, $v_0 = 890$ м/с) оцініть (у наближенні сталого c_d) тривалість польоту кулі при дальності стрільби 400 м, а також її середню і кінцеву швидкості.

Відповідь: $t \approx 0.58$ с; $v_{400 \text{ м}} \approx 549$ м/с; $v_{\text{сер}} \approx 693$ м/с.

5. Як треба змінити масу кулі для штурмової гвинтівки з попередньої задачі, щоб середня швидкість кулі на дистанції 400 м зросла до 770 м/с?

Відповідь: збільшити до 5.8 г.

6. При випробуваннях АКМ на полігоні було визначено, що дульна швидкість кулі калібром 7.62 мм і масою 7.9 г дорівнює 718 м/с, а на відстані 200 м швидкість кулі знижується до 543 м/с внаслідок дії сили опору повітря. Вважаючи коефіцієнт c_d сталим, визначте:

- а) коефіцієнт опору повітря β за даних умов;
- б) силу опору, що діяла на кулю на початку польоту;
- в) аеродинамічний коефіцієнт кулі c_d (при густині повітря 1.27 кг/м^3).

Відповідь: $\beta \approx 1.1 \times 10^{-5} \text{ кг/м}$; $F_{\text{оп}} \approx 5.7 \text{ Н}$; $c_d \approx 0.38$.

7. Підкаліберний бронебійний снаряд М829 має масу 9 кг, початкову швидкість 1670 м/с, аеродинамічний коефіцієнт $c_d \approx 0.51$ і площу поперечного перерізу $A \approx 10^{-3} \text{ м}^2$. Оцініть (у наближенні сталого c_d) швидкість даного снаряда на дальності 1 км, 2 км і 3 км від гармати. Визначте тривалість польоту для кожного з цих випадків, а також долю початкової кінетичної енергії, яку снаряд зберігає наприкінці польоту. Густина повітря вважайте рівною 1.25 кг/м^3 .

Відповідь: $v_{1\text{км}} \approx 1612 \text{ м/с}$; $t_{1\text{км}} \approx 0.61 \text{ с}$; $E_{K,1\text{км}}/E_{K,0} \approx 93\%$;

$v_{2\text{км}} \approx 1556 \text{ м/с}$; $t_{2\text{км}} \approx 1.24 \text{ с}$; $E_{K,2\text{км}}/E_{K,0} \approx 87\%$;

$v_{3\text{км}} \approx 1502 \text{ м/с}$; $t_{3\text{км}} \approx 1.90 \text{ с}$; $E_{K,3\text{км}}/E_{K,0} \approx 81\%$.

8. У скільки разів треба зменшити аеродинамічний коефіцієнт бронебійного снаряда з попередньої задачі, щоб втричі зменшити втрати кінетичної енергії (при дистанції стрільби 1 км)?

Відповідь: приблизно у 3.2 рази.

9. Обчисліть поправку на знос вітром, яку необхідно брати при стрільбі на дистанції 400 м зі штурмової гвинтівки АК-74 (5.45 мм, 3.4 г, $\beta \approx 4.1 \times 10^{-6} \text{ кг/м}$, $v_0 = 890 \text{ м/с}$), якщо вітер дує перпендикулярно до лінії прицілювання зі швидкістю 5 м/с (застосуйте наближення сталого c_d).

Відповідь: $\delta x \approx 0.64 \text{ м}$.

10. Чому дорівнюватиме відповідь попередньої задачі, якщо

- а) дальність стрільби зросте до 600 м;
- б) масу кулі збільшити на 1 г;
- в) коефіцієнт опору повітря зменшиться на 10%?

Відповідь: а) $\delta x \approx 1.58 \text{ м}$; б) $\delta x \approx 0.48 \text{ м}$; в) $\delta x \approx 0.57 \text{ м}$.

11. Обчисліть поправку на врахування обертання Землі (у наближенні сталого c_d) при стрільбі на дистанцію 1100 м строго на південь, якщо стрільба ведеться на широті м. Одеса (46.5°) зі снайперської гвинтівки Sako TRG (8.6 мм, 16.1 г, $\beta \approx 1.2 \times 10^{-5} \text{ кг/м}$, $v_0 = 905 \text{ м/с}$).

Відповідь: $\delta x \approx 11 \text{ см}$.

РОЗДІЛ 2

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

2.1. Термодинаміка речовини

Матеріальні об'єкти складаються з крихітних частинок – *атомів* і *молекул*.

Атоми (*atoms*) – хімічно неподільні частинки речовини, які утворюють хімічні елементи – прості речовини, що складаються лише з одного виду атомів. У природі зустрічається біля 90 різних хімічних елементів, а ще декілька були отримані штучно (всі вони є радіоактивними та відносно швидко розпадаються, внаслідок чого не були знайдені у довкіллі).

Проте, навколо нас можна побачити значно більше, ніж 90, різних за властивостями речовин. Їх існування пояснюється двома причинами:

- по-перше, атоми одного й того самого елемента можуть утворювати різні за властивостями речовини, поєднуючись різними способами. Це явище називають *алотропією*, а її яскравим прикладом є вуглець, який може утворювати такі зовсім різні речовини, як алмаз і графіт. Всього відомо біля 500 простих речовин;
- по-друге, атоми різних елементів можуть поєднуватись у *молекули*, утворюючи нові речовини – *хімічні сполуки*. *Молекули* – це найменші частинки речовини, що ще зберігають її хімічні властивості. Відомо понад 100'000 неорганічних і понад 3 мільйони органічних сполук.

Молекулярно-кінетична теорія – розділ фізики, в якому досліджуються закономірності внутрішньої будови макроскопічних тіл та речовин, а також деякі їх властивості. Задачею молекулярно-кінетичної теорії є пояснення та передбачення таких властивостей речовини, як температура, тиск, теплоємність тощо як результату сумарної дії великої кількості молекул. При цьому вона користується статистичним методом, цікавлячись не рухом окремих молекул, а лише такими середніми величинами, що характеризують рух величезної кількості частинок.

Першим експериментальним підтвердженням молекулярної будови речовини було відкриття Броунівського руху – хаотичного руху крихітних частинок (пилку рослин) у воді, що виникає внаслідок поштовхів молекулами води.

Постулати молекулярно-кінетичної теорії:

- Будь-які речовини мають дискретну (переривчасту) будову. Вони складаються з найдрібніших частинок – молекул і атомів.
- Атоми та молекули знаходяться у стані неперервного хаотичного (невпорядкованого) руху – *теплого руху*, який у загальному випадку є сукупністю поступального, обертального та коливального рухів.
- Молекули взаємодіють між собою за допомогою сил електромагнітної природи: на великих відстанях вони притягуються, а на малих – відштовхуються. Ці сили діють постійно і не можуть бути «вимкнені».

Розміри атомів є настільки малими, що їх принципово неможливо побачити за допомогою оптичних мікроскопів. Більшість атомів має розмір від 0.1 до 0.2 нм (*нанометр* – одна мільярдна доля метра).

Маси атомів зазвичай вимірюють у так званих *атомних одиницях маси, дальтонах* (1 а.о.м. = 1.66×10^{-27} кг). Приблизні значення мас атомів були визначені ще з результатів дослідів Броунівського руху.

Одним *молем* речовини називають таку її кількість, що містить у собі 6.02×10^{23} молекул.

Число Авогадро $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ моль⁻¹ – стала, що визначає кількість атомів в 1 молі речовини.

Кількість речовини ν (моль) – відношення кількості N молекул речовини до числа Авогадро: $\nu = N/N_A$.

Маса m (кг) – сума мас всіх частинок, що складають речовину.

Молярна маса $M = m/\nu$ (кг/моль) – маса 1 моля молекул речовини.

Маса 1 моля будь-якої речовини дорівнює її молярній масі в а.о.м.

Атомна маса вуглецю дорівнює 12 а.о.м., а маса одного моля атомів вуглецю – 12 г. У випадку молекулярного кисню маємо 36 а.о.м і 36 г/моль відповідно. Атомні маси хімічних елементів наведені у *таблиці Менделєєва*.

Броунівський рух – хаотичний рух дуже дрібних частинок у рідині, що виникає внаслідок поштовхів частинки молекулами рідини. Він став першим експериментальним підтвердженням молекулярної будови речовини та основою перших експериментів з визначення маси молекул.

Знаючи масу m_0 атомів або молекул деякої речовини їх розмір можна оцінити з відомої маси m і об'єму V великої кількості речовини (кількість частинок $N = m/m_0$, об'єм кожної молекули $v = V/N$, а розмір $-\sqrt[3]{v}$).

Так, для 1 моля заліза маємо: $m = 0.056$ кг, $V \approx 7.1 \times 10^{-6}$ м³, $m_0 \approx 9.3 \times 10^{-26}$ кг. З цих значень отримуємо: $a \approx \sqrt[3]{v} = \sqrt[3]{V m_0 / m} \approx 2.3 \times 10^{-10}$ м.

Звісно, такий розрахунок не є точним і дає завищену оцінку розміру атомів, проте більш точний розрахунок вимагає уявлень про внутрішню будову кожної конкретної речовини.

Термодинаміка – розділ фізики, що вивчає загальні властивості макроскопічних систем і шляхи передачі та перетворення енергії у таких системах.

Об'єктом вивчення термодинаміки є *термодинамічна система* – сукупність матеріальних тіл, які перебувають у взаємодії з навколишніми тілами і можуть обмінюватися з ними енергією та частинками. Вона відокремлена від навколишнього середовища межею, що може бути реальною (газ у резервуарі, межа розділу фаз) або умовною (задана контрольна поверхня).

Однорідні підсистеми термодинамічної системи називають *фазами*.

При дослідженні термодинамічних систем їх поділяють на три основні категорії: *відкриті* (*open*), *закриті* (*closed*) та *ізолювані* (*isolated*).

Відкрита термодинамічна система – термодинамічна система, яка може обмінюватися з навколишнім середовищем як енергією, так і речовиною. У стані термодинамічної рівноваги притік речовини до відкритої системи та витік речовини з неї врівноважуються.

Закрита термодинамічна система – це термодинамічна система, яка не обмінюється своєю речовиною з навколишнім середовищем, але може обмінюватись енергією (шляхом передачі теплоти чи виконання роботи).

Ізольована термодинамічна система – ідеалізована термодинамічна система, яка не взаємодіє з навколишнім середовищем. Енергія та маса такої системи залишаються сталими, вона не обмінюється з зовнішніми тілами ні речовиною, ні енергією.

Повністю ізольованих систем у природі не існує, але деяких з них можна умовно, протягом певного часу, вважати ізольованими.

Поняття ізольованої системи є корисним для наближеного опису реальних процесів та побудови їх математичних моделей (особливо у тих випадках, коли процеси обміну в середині системи відбуваються значно швидше або інтенсивніше, ніж обмін із навколишнім середовищем).

Стан термодинамічної системи описується набором наступних термодинамічних параметрів:

Об'єм (*volume*) V (м^3) – об'єм твердого тіла, рідини або ємності, у якій знаходиться газ.

Тиск (*pressure*) p ($\text{Па} = \text{Н}/\text{м}^2$, паскаль) – сила, з якою газ (рідина або тверде тіло) діє на одиницю площі поверхні ємності, у якій він знаходиться.

Внутрішня енергія (*internal energy*) U (Дж) – сума кінетичної енергії руху молекул (атомів) системи та потенціальної енергії їх взаємодії між собою.

Внутрішня енергія системи тіл дорівнює сумі їх внутрішніх енергій та енергії взаємодії цих тіл.

У випадку газів енергія взаємодії молекул зазвичай є нехтовно малою.

Внутрішня енергія тіла залежить від стану системи та не залежить від процесу, в результаті якого тіло перейшло у даний стан. Вона може бути змінена лише шляхом теплопередачі чи виконання над тілом роботи.

При передачі енергії речовині швидкість теплового руху (і, відповідно, кінетична енергія) її частинок збільшується.

Температура (*temperature*) T (К, кельвін; $^{\circ}\text{C}$, градус Цельсія) – величина, що кількісно відображає інтуїтивне поняття *ступеню нагрітості* тіла.

Абсолютна шкала температур: термодинамічна шкала температур, що застосовується у науці і техніці, в якій *температура* є мірою *середньої* кінетичної енергії $\langle E_{kin} \rangle$ хаотичного поступального руху молекул тіла:

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} k_B T; \quad \langle v^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_i v_i^2,$$

де $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана, m_0 – маса атома або молекули речовини, T – температура, N – кількість молекул.

В абсолютній шкалі температура вимірюється у кельвінах (К).

Мінімальним значенням температури за абсолютною шкалою є 0 К. Досягти його неможливо, хоча можна наблизитися наскільки завгодно близько. Відповідно, температура є строго додатною величиною ($T > 0$).

Завдяки тому, що за величиною $1\text{К} = 1^\circ\text{C}$, для переходу від абсолютної шкали температур (шкали Кельвіна) до звичної у побуті шкали Цельсія необхідно від значення температури у кельвінах відняти 273:

$$T_{\text{Цельсія}} = T - 273,$$

а для переходу від шкали Цельсія до абсолютної шкали температур – до значення температури у градусах Цельсія треба додати 273:

$$T = T_{\text{Цельсія}} + 273.$$

Теплоємність (*heat capacity*) C – кількість енергії, яку необхідно надати визначеній кількості речовини, щоб збільшити її температуру на 1К.

Розрізняють **питому теплоємність** (c , теплоємність 1 кг речовини) та **молярну теплоємність** (c_v , теплоємність 1 моля речовини).

$$[C] = \text{Дж/К}; \quad [c] = \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \quad [c_v] = \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Теплоємність газів сильно залежить від характеру процесу, в ході якого температура змінюється. Окремо виділяють **теплоємність при сталому об'ємі** (c_v) та **теплоємність при сталому тиску** (c_p).

Перший закон термодинаміки – одне з основних положень термодинаміки, яке виражає закон збереження енергії у термодинамічних процесах:

кількість теплоти Q , що передається системі, витрачається на зміну її внутрішньої енергії ΔU і на здійснення системою роботи A проти зовнішніх сил:

$$\Delta U = Q - A_{\text{газу}} \quad \text{або} \quad Q = \Delta U + A_{\text{газу}}.$$

Робота газу при зміні його об'єму: газ виконує роботу при зміні свого об'єму: $A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$. Якщо об'єм збільшується – робота газу додатна, а якщо об'єм зменшується – робота газу від'ємна.

Контрольні питання

1. Сформулюйте основні постулати *молекулярно-кінетичної теорії*.
2. Дайте означення поняття *термодинамічна система*.
3. Які види термодинамічних систем виділяють?
4. Якими параметрами описується стан термодинамічних систем?
5. Яку фізичну величину називають *тиском* газу?
6. Дайте означення поняття *абсолютна шкала температур*.
7. Як перевести значення температури зі шкали Цельсія у абсолютну шкалу та навпаки?
8. Як можна обчислити середню кінетичну енергію молекул газу?
9. Дайте означення понять *внутрішня енергія, теплота, робота*.
10. Що таке *теплоємність речовини*? Які її види виділяють?
11. Сформулюйте та поясніть *перший закон термодинаміки*.
12. Як визначається *робота* газу?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Яку температуру в абсолютній шкалі температур має тіло, якщо його температура за шкалою Цельсія становить 27°C ?
Відповідь: $T = 300\text{ K}$.
2. Початкова температура газу становила 34°C . У скільки разів зросте його температура в абсолютній шкалі температур, якщо у шкалі Цельсія вона зросте у 10 разів?
Відповідь: у два рази.
3. Чому дорівнює середня кінетична енергія поступального руху молекул деякого газу при температурі 80°C ?
Відповідь: $\langle E_{\text{kin}} \rangle \approx 7.3 \cdot 10^{-21}\text{ Дж}$.
4. У скільки разів зросте середня кінетична енергія поступального руху молекул газу при збільшенні його температури з 27°C до 177°C ?
Відповідь: зросте у 1.5 рази.
5. В ході деякого процесу газ виконав роботу, що дорівнює 100 Дж, і віддав 200 Дж теплоти. Як при цьому змінилася внутрішня енергія газу?
Відповідь: $\Delta U = -300\text{ Дж}$.
6. Яку кількість теплоти отримав чи втратив ідеальний газ, якщо при виконанні роботи у 20 Дж його внутрішня енергія зросла на 30 Дж?
Відповідь: отримав $Q = 50\text{ Дж}$.
7. В ході деякого промислового процесу газ отримав 1.7 МДж теплоти, а його внутрішня енергія при цьому зросла на 800 кДж? Яку роботу виконав газ в ході даного процесу?
Відповідь: отримав $A = 900\text{ кДж}$.

2.2. Модель ідеального газу. Газові процеси і статистичні розподіли

Ідеальний газ – модель газу, в якому молекули знаходяться (в середньому) на дуже великих відстанях одна від одної (порівняно з їх власними розмірами), а між зіткненнями – рухаються як вільні частинки і не взаємодіють (тобто силами міжмолекулярної взаємодії можна знехтувати).

Близькими за властивостями до ідеального газу є реальні гази (наприклад, інертні гази He , Ne , Ar) за не дуже низьких температур, тиск яких не перевищує 200 атм. За вказаних умов середня відстань між молекулами газу набагато перевищує їх розміри, а потенціальна енергія взаємодії молекул є нехтовно малою у порівнянні з кінетичною.

Стан ідеального газу описується наступними дуже простими рівняннями, які пов'язують між собою об'єм, тиск і температуру газу:

- **основне рівняння МКТ газів:** $pV = Nk_B T$;
- **рівняння Менделєєва-Клапейрона:** $pV = \nu RT$,

де $R = N_A k_B \approx 8.314$ Дж/(моль·К) – універсальна газова стала.

Ці формули мають універсальний характер, бо в них не входить жодної величини, пов'язаної з природою газу чи формою ємності (звісно, це є наслідком наближень, прийнятих у моделі ідеального газу).

Наслідками наведеної особливості рівнянь стану є наступні закони:

закон Дальтона: тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків (внесків) кожного з газів, що до неї входять:

$$p = p_1 + p_2 + \dots;$$

закон Авогадро: за однакових температур і тисків різні ідеальні гази з однаковою кількістю молекул займають однакові об'єми.

При нормальних умовах ($p = 10^5$ Па, $T = 273$ К) об'єм 1 молу будь-якого ідеального газу дорівнює $V_{v,0} \approx 22.4$ л.

Внутрішня енергія ідеального газу дорівнює сумі кінетичних енергій всіх його молекул (внаслідок нехтування взаємодією молекул):

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{mv_i^2}{2} = N \frac{m\langle v^2 \rangle}{2} = \frac{i}{2} N k_B T = \frac{i}{2} \nu RT,$$

де $\langle v^2 \rangle$ – середня квадратична швидкість руху молекул газу, N – кількість атомів в одній молекулі, i – число активних ступенів вільності молекули.

Таблиця 2.1

Значення числа і активних ступенів вільності молекул газів

Характеристика газу	Низькі температури	Кімнатні температури	Високі температури
одноатомний	3	3	3
двохатомний	3	5	7
багатоатомний з лінійними молекулами	3	5	$6N - 5$
багатоатомний з нелінійними молекулами	3	6	$6N - 6$

Газові процеси – процеси, в ході яких стан газу змінюється під дією внутрішніх чи зовнішніх чинників.

Ізопроцесами називають такі термодинамічні процеси, які відбуваються у системі з постійною масою газу та при незмінному значенні одного з термодинамічних параметрів.

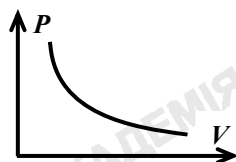
Ізотермічний процес – газовий процес, при якому температура газу є сталою. При цьому процесі добуток тиску та об'єму газу є сталим:

$$p \cdot V = \text{const} \quad \text{або} \quad p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2,$$

$$A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2},$$

$$Q = A,$$

$$c_v \rightarrow \infty.$$



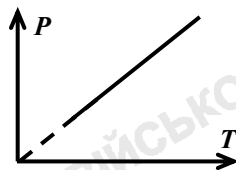
Ізохорний процес – газовий процес, при якому об'єм газу є сталим. При цьому процесі тиск газу лінійно змінюється зі зміною його температури.

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

$$A = 0 \quad (\text{внаслідок того, що об'єм не змінюється}),$$

$$Q = \Delta U,$$

$$c_v = c_V = \frac{1}{\nu} Q'(T) = \frac{1}{\nu} U'(T) = \frac{i}{2} R.$$



Ізобарний процес – газовий процес, при якому тиск газу є сталим. При цьому процесі об'єм газу лінійно змінюється зі зміною його температури:

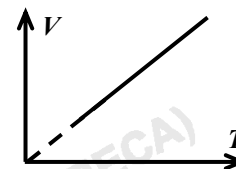
$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

$$A = p \cdot \Delta V,$$

$$Q = \Delta U + A,$$

$$c_v = c_p = \frac{1}{\nu} Q'(T) = \frac{1}{\nu} (U'(T) + A'(T)) = \frac{i+2}{2} R,$$

$$c_p = c_v + R.$$



Адіабатний процес – газовий процес, при якому не відбувається теплообміну між газом і навколишнім середовищем (більшість дуже швидких процесів із великою точністю є адіабатними):

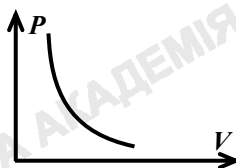
$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad \text{або} \quad pV^{\gamma} = \text{const}$$

$$(\gamma = c_p/c_v - \text{показник адіабати}),$$

$$A = -\Delta U = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1 - \gamma},$$

$$\Delta U + A = 0,$$

$$c_v = 0.$$



Розподіл Максвелла

Рух молекул газу є цілком хаотичним. Всі вони рухаються з різними швидкостями, які, більш того, ще й постійно змінюються внаслідок зіткнень з іншими молекулами (при нормальних умовах молекула газу зазнає біля 10^9 зіткнень за 1 секунду). Тим не менш, спостерігаються важливі закономірності, що описують розподіл молекул за швидкостями.

По-перше, внаслідок того, що всі напрямки руху є рівноправними, у будь-який момент часу в кожен бік рухаються приблизно рівні кількості молекул.

По-друге, зрозуміло, що в яких умовах газ би не знаходився, завжди є деяка максимальна швидкість, доступна для його молекул. Наприклад, кінетична енергія жодної молекули не може перевищувати повну внутрішню енергію всього газу (неймовірною є навіть така ситуація, коли одна молекула отримує всю енергію газу внаслідок випадкових зіткнень). Більш того, молекули, швидкість яких у кілька разів перевищує середню швидкість руху молекул газу, мають зустрічатися доволі рідко. З іншого боку, дуже малі значення швидкості (близькі до нуля) також не повинні зустрічатися часто, бо при зіткненнях «повільні» молекули постійно отримуватимуть енергію від більш швидких молекул.

Тобто розподіл молекул за швидкостями без сумніву є неоднорідним і прямує до нуля як при малих, так і при великих значеннях швидкості.

Розподіл густини ймовірності знаходження молекули з даною величиною швидкості називають **розподілом Максвелла** (дивись рисунок 2.1).

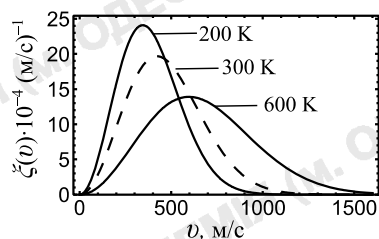


Рис. 2.1. Розподіл молекул азоту по величині швидкості при різних значеннях температури

Найбільш ймовірна швидкість $v_{\text{ім}}$ молекул газу відповідає максимуму розподілу Максвелла, а середня квадратична швидкість молекул газу $v_{\text{кв}}$ і середня арифметична швидкість $v_{\text{ар}}$ пов'язані з середньою кінетичною енергією та температурою газу. Вони визначаються наступними формулами:

$$v_{\text{ім}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}; \quad v_{\text{ар}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Відмітимо, що $v_{\text{ім}} < v_{\text{ар}} < v_{\text{кв}}$ або $v_{\text{ар}} \approx 1.13 v_{\text{ім}}$; $v_{\text{кв}} = 1.22 v_{\text{ім}}$.

Якщо газ є сумішшю декількох різних сортів молекул, що перебувають у рівновазі, то кожен вид молекул описуватиметься розподілом Максвелла з відповідним значенням молярної маси молекули M .

Швидкість звуку в газі є близькою до швидкості теплового руху молекул. У випадку ідеального газу вона визначається формулою

$$v_{зв} = \sqrt{\gamma RT/M} = v_{кв} \sqrt{\gamma/3}.$$

Показник адіабати газу у випадку сухого повітря дорівнює $\gamma_{пов} \approx 1.4$.

Розподіл Больцмана

Якщо на газ, що знаходиться у деякій ємності, не діють ніякі зовнішні сили, його тиск і густина будуть однаковими в усіх точках ємності. Однак у всіх практичних випадках на газ діє сила тяжіння Землі. Якщо розміри ємності є достатньо малими, то тиск газу скрізь всередині неї все одно можна вважати сталим. Однак при зростанні розмірів ємності або зменшенні маси молекул газу вплив сил тяжіння почне помітно проявлятися.

Густина ρ ідеального газу, який знаходиться в умовах теплової рівноваги в однорідному гравітаційному полі описується **розподілом Больцмана**:

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

де ρ_0 – густина газу у дна ємності, $\rho(h)$ – густина на висоті h над її дном, M – молярна маса газу, g – прискорення вільного падіння.

З даної формули видно, що зі зниженням температури газу кількість молекул, що знаходяться у верхній половині ємності, зменшуватиметься.

Наслідком розподілу Больцмана є зміна пропорцій різних газів у повітрі з висотою: зі збільшенням висоти зростає доля газів з легшими молекулами, а доля газів з важкими молекулами зменшується. Так масова доля кисню на рівні моря становить 21%, на висоті 8 км – 19%, а на висоті 16 км – 17%. Концентрація CO_2 на висоті 12 км є вдвічі меншою, ніж на рівні моря.

Барометрична формула описує залежність тиску газу від висоти над рівнем моря (див. рис. 2.2), зумовлену дією гравітації Землі і тепловим рухом молекул повітря (вважаючи його ідеальним газом зі сталою температурою, а значення прискорення вільного падіння g – незалежним від висоти над рівнем моря):

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

де p_0 – тиск на рівні моря, $M \approx 0.029$ кг/моль.

Для більш точного визначення параметрів повітря на різних висотах застосовують *Міжнародну стандартну модель атмосфери (ISA)* [6], яка враховує зміну температури і прискорення вільного падіння при збільшенні висоти над рівнем моря і грає важливу роль в аеронавтиці та балістиці (особливо при застосуванні ракет і далекобійної артилерії).

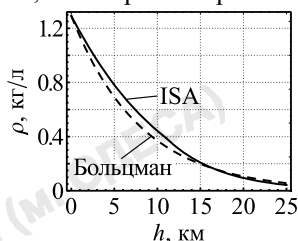


Рис. 2.2. Залежності густини повітря від висоти над рівнем моря, обчислені при 0°C за розподілом Больцмана та моделлю ISA

Вплив стану повітря на траєкторію руху куль і снарядів

У Розділі 1 ми детально розглядали вплив сили опору на форму траєкторій різних металевих предметів, однак у більшості випадків вважали густину повітря (яка залежить від його температури і тиску) незмінною.

Тепер, познайомившись із розподілом Больцмана та рівнянням стану ідеального газу (яке дуже добре описує атмосферне повітря), ми можемо проаналізувати вплив найбільш істотних термодинамічних факторів на зовнішню балістику куль і артилерійських снарядів.

Згадаємо, що сила опору, яка діє на тіло, визначається густиною газу. Формулу для густини можна легко отримати з рівняння стану газу:

$$\rho = \frac{pM}{RT},$$

звідки одразу видно три можливі механізми впливу стану повітря на швидкість і траєкторію руху тіла: зміною температури, тиску чи молярної маси.

Одразу зазначимо, що зміна молярної маси повітря з висотою є нехтовно малою і її врахування взагалі не є необхідним.

Зростання тиску чи зменшення температури призводять до збільшення густини повітря (а разом з нею і сили опору). А внаслідок зниження тиску чи зростання температури густина повітря і сила опору зменшуються.

Можливі зміни величини атмосферного тиску на заданій висоті є значно меншими за можливі зміни температури, тому типовий внесок від зміни тиску у зміщення точки влучення також буде у декілька разів меншим.

Однак зниження атмосферного тиску (і густини повітря) внаслідок збільшення висоти польоту тіла може бути дуже значним (див. рис. 2.2), тому врахування цього фактору є дуже важливим у двох випадках: при стрільбі за навісними траєкторіями або при веденні бойових дій високо над рівнем моря (наприклад, у високогір'ях чи при застосуванні авіації).

У будь-якому разі можна сформулювати наступні загальні правила:

- при зменшенні густини повітря тривалість польоту кулі зменшується, точка влучення відхиляється вгору, а горизонтальне відхилення кулі внаслідок деривації, бічного вітру і дії сили Коріоліса послаблюється;
- при збільшенні густини повітря тривалість польоту кулі зростає, точка влучення відхиляється вниз, а горизонтальне відхилення кулі внаслідок деривації, бічного вітру і дії сили Коріоліса посилюється.

Розпочнемо з розгляду впливу зміни температури повітря на точку влучення кулі стрілецької зброї (на прикладі штурмової гвинтівки АКМ) на різних дистанціях стрільби (рисунок 2.3). При цьому траєкторія польоту кулі є практично плоскою та не підіймається над рівнем

розташування стрілка більше ніж на 6 метрів навіть на найбільшій з розглянутих дистанцій. Це означає, що вплив зменшення густини повітря з висотою у даному випадку є практично непомітним. Бачимо, що при пострілі під фіксованим кутом до горизонту на дистанції 200 м зміна температури на цілих 30°C (від -5°C до $+25^{\circ}\text{C}$) призводить до відхилення точки влучення лише приблизно на 1 см, що є нехтовно малим. Однак це відхилення різко зростає при збільшенні дистанції стрільби і на 500 м становить вже біля 30 см, а на 800 м – значно більше 1 м. Це означає, що на достатньо коротких (для даного зразка зброї) дистанціях (до 300-400 м для АКМ) фактор зміни температури можна не приймати до уваги, якщо пристрілка зброї проводилася при середньому значенні температури для відповідної кліматичної зони. Однак на середніх і особливо великих дистанціях стрільби врахування впливу зміни температури стає дуже важливим.

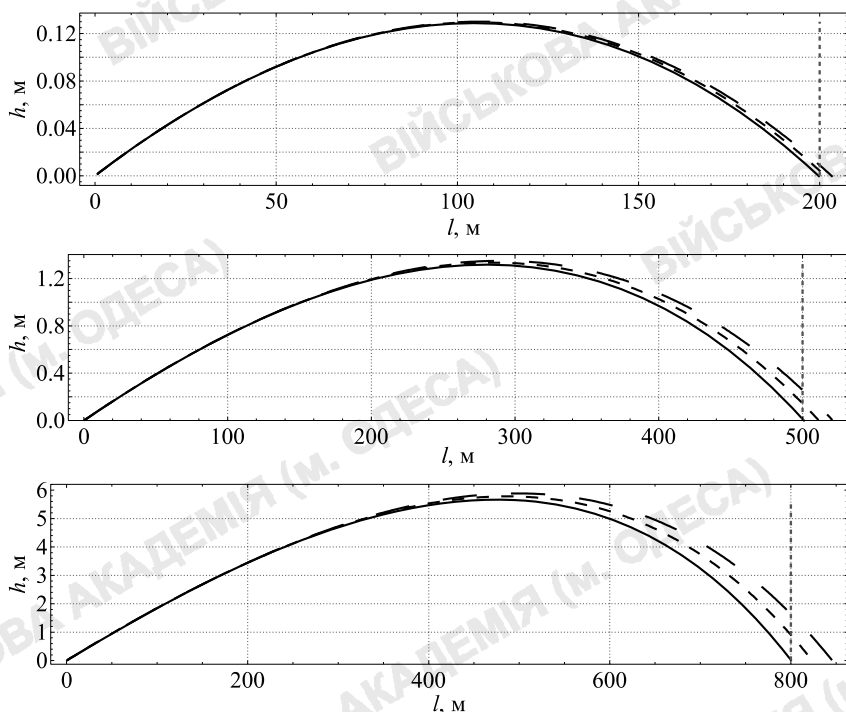


Рис. 2.3. Залежність траєкторії польоту кулі (АКМ) від дистанції стрільби і температури: -5°C (нижні криві), 10°C (середні криві), 25°C (верхні криві)

Як було вказано вище, типові зміни атмосферного тиску у тій самій ситуації призвели б до приблизно втричі менших відхилень, тобто їх врахування стає важливим лише на великих дистанціях стрільби.

Далі розглянемо вплив на траєкторію польоту кулі висоти над рівнем моря, на якій ведеться стрільба (рис. 2.4). Бачимо, що при дистанції стрільби 200 м підйом на Говерлу (2 км над рівнем моря) призвів би до зміщення точки влучення лише на 2 см, а при пострілі на висоті 500 м над рівнем моря відповідне зміщення було б практично непомітним. Однак вже на дистанції у 500 м промах на висоті 500 м перевищуватиме 10 см, а на висоті 2 км – досягне 40 см. На дистанції 800 м відхилення досягають дуже великих значень: 85 см на висоті 500 м і більше 2.5 м на висоті 2 км. Бачимо, що нехтування фактором зміни атмосферного тиску з підйомом над рівнем моря є припустимим лише при стрільбі на коротких дистанціях (аналогічно впливу змiну температури повітря), тобто до 200-300 м для АКМ. А на дистанції у 800 м кожні наступні 100 м збільшення висоти над рівнем моря призводитимуть до збільшення відхилення точки влучення вгору приблизно на 14 см.

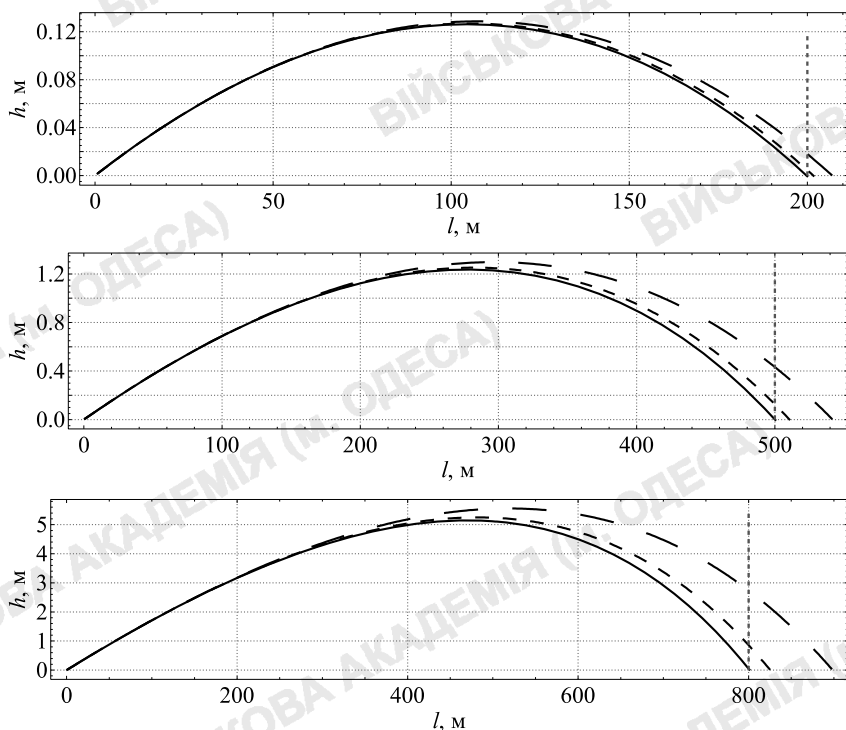


Рис. 2.4. Зміна траєкторії польоту кулі АКМ (при однакових параметрах пострілу) внаслідок підняття над рівнем моря (для різних дистанцій стрільби): 0 м над рівнем моря (нижні криві), 500 м (середні криві), 2000 м (верхні криві).

Тепер розглянемо вплив змін температури і зниження густини повітря з висотою на форму траєкторії і дальність польоту снарядів далекобійної артилерії (які протягом польоту можуть підніматися на висоту кількох кілометрів над поверхнею Землі). Для спрощення виокремлення внеску саме вказаних факторів при подальших обчисленнях ми не будемо враховувати обертання Землі та вплив вітру.

На рисунку 2.5 наведені траєкторії польоту звичайного снаряда (без донного газогенератора) типової сучасної далекобійної гаубиці, розраховані з урахуванням дії сили тяжіння та сили опору повітря із застосуванням різних моделей зміни густини атмосферного повітря з висотою.

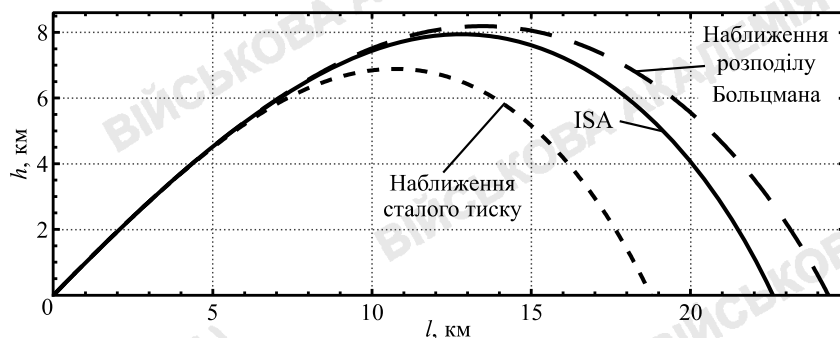


Рис. 2.5. Траєкторії польоту снаряда M795 155-мм гаубиці M777, обчислені в різних моделях залежності густини повітря від висоти над рівнем моря (при однакових параметрах пострілу): незмінної густини повітря на всіх висотах польоту; із застосуванням розподілу Больцмана; із застосуванням Міжнародної стандартної моделі атмосфери (ISA). Маса снаряда 46.7 кг, початкова швидкість 827 м/с; застосована залежність $c_d(v)$, наведена на рисунку 2.6.

Бачимо, що врахування зміни густини повітря є принципово важливим моментом, враховуючи, що максимальна висота польоту снаряда сягає 8 км (на цій висоті атмосферний тиск і густина повітря зменшуються більше ніж вдвічі, порівняно зі значеннями на рівні моря). Як наслідок, нехтування цим фактором призвело б до промаху (недольоту) на 4.5 км ($\approx 20\%$), а застосування більш простої больцманівської моделі зниження густини з висотою – до перельоту на 1.2 км (5%). Окрім того, виникли б і додаткові похибки при врахуванні обертання Землі, зносу вітром та дери́вації, бо всі ці явища істотно пов'язані з тривалістю польоту снаряда

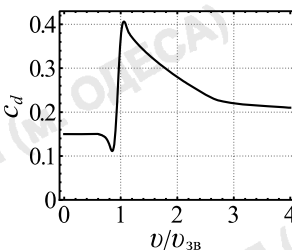


Рис. 2.6. Залежність коефіцієнта c_d снаряда від швидкості його польоту [6]

та швидкістю його руху протягом польоту (яка істотно залежить від величини сили опору). У даному випадку значення тривалості польоту снаряда у найбільш точній моделі становить ≈ 79 с, а у двох інших моделях – ≈ 72 с і ≈ 81 с відповідно. Середні швидкості польоту снаряда дорівнюють 367 м/с, 335 м/с і 375 м/с відповідно і також відрізняються між собою більше ніж на 10%.

Тепер розглянемо вплив зміни температури повітря на траєкторію і дальність польоту того самого снаряда із застосуванням Міжнародної стандартної моделі атмосфери (рис. 2.7).

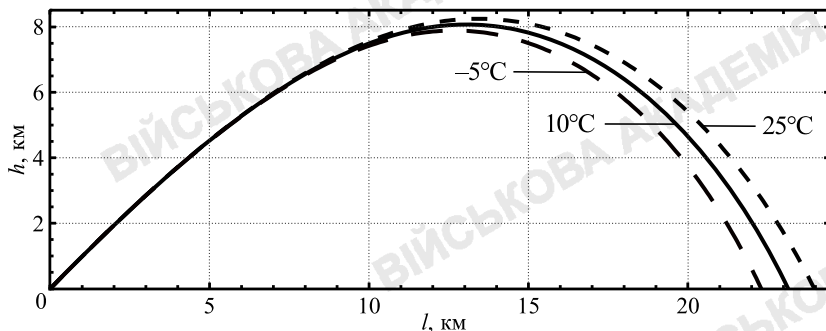


Рис. 2.7. Траєкторії польоту снаряда M795 155-мм гаубиці M777, обчислені при температурах -5°C , 10°C і 25°C . Дальності і тривалості польоту дорівнюють 23.2 км, 79.5 с; 24.0 км, 80.4 с; 24.8 км, 81.3 с відповідно.

Результати моделювання показують, що зростання температури на кожні 5°C призводить до збільшення дальності та тривалості польоту снаряда приблизно на 275 м і 0.3 с відповідно, тобто неврахування відповідних поправок призведе до дуже відчутного промаху. Аналогічно, зниження тиску на кожні 7 мм. рт. ст. призводитиме до збільшення дальності польоту снаряда на додаткові 125 м.

Взагалі кажучи, з урахуванням того, що густина повітря пропорційна відношенню його тиску до температури, можна стверджувати, що одночасне зростання температури на 4°C і тиску на 11 мм. рт. ст. з достатньою точністю компенсуватимуть один одного, а наслідком зниження однієї з цих величин при зростанні іншої буде, навпаки, істотне збільшення величини промаху.

Зауважимо, що при виконанні подібних розрахунків треба враховувати, що швидкість звуку в повітрі істотно залежить від його температури, яка міняється з висотою. А значення швидкості звуку в свою чергу впливає на значення аеродинамічного коефіцієнту c_d снаряда.

Контрольні питання

1. Дайте означення *ідеального газу*. За яких умов газ можна вважати ідеальним? Запишіть рівняння стану ідеального газу.
2. Чи залежить тиск ідеального газу (при фіксованих температурі та об'ємі) від природи самого газу?
3. Які газові процеси називають *ізопрцесами*? Які їх види вам відомі?
4. Запишіть вирази першого закону термодинаміки для всіх ізопрцесів.
5. Запишіть вираз для роботи газу при ізобарному процесі.
6. При якому з газових процесів робота не виконується?
7. Чи залежить швидкість звуку у газі від його температури чи тиску (і якщо «так», то яким чином)?
8. Яким чином густина повітря залежить від його температури і тиску?
9. Як густина повітря змінюється при збільшенні висоти над рівнем моря? Чи впливає це на опір повітря руху тіл на великих висотах?
10. Як зсунеться точка влучення при пострілі з гвинтівки внаслідок істотного підвищення температури або тиску?
11. Як дальність стрільби гаубиці при однаковому куті кидання залежить від температури і тиску повітря?

Задачі для самостійного розв'язання

1. При ізотермічному розширенні газ отримав 70 Дж теплоти. Визначте роботу, виконану газом, та зміну його внутрішньої енергії.

Відповідь: $A = 70$ Дж; $\Delta U = 0$ Дж.

2. Приміщення має площу $S = 50 \text{ м}^2$ і висоту $h = 4$ м. Яка маса повітря міститься в ньому при температурі 29°C та нормальному тиску?

Відповідь: $m \approx 231$ кг.

3. У циліндрі автомобіля температура повітря на початку такту стиснення дорівнює 50°C . Визначте температуру повітря в кінці такту, якщо його об'єм зменшився в 17 разів, а тиск зріс в 50 разів.

Відповідь: $T = 950$ К.

4. Тиск повітря в камері колеса автомобіля при температурі -13°C становив 130 кПа. Чому дорівнюватиме тиск, якщо в результаті тривалого руху автомобіля повітря в камері нагрілося до 17°C ?

Відповідь: $p = 145$ кПа.

5. Визначте, у скільки разів сила опору повітря, що діє на снаряд далекобійної гаубиці на висоті $h_1 = 2$ км відрізняється від сили опору на висоті, що відповідає рівню моря ($h_0 = 0$ м). Швидкість снаряда вважайте незмінною. Тиск на рівні моря $p_0 = 100$ кПа. Температуру на всіх висотах вважайте сталою і рівною 17°C .

Відповідь: $F_1/F_0 \approx 0.79$.

2.3. Агрегатні стани речовини. Фазові переходи

Агрегатні стани речовини – стани однієї й тієї ж речовини при заданих значеннях температури і тиску, які відрізняються такими властивостями, як здатність зберігати форму й об'єм, наявністю чи відсутністю внутрішньої симетрії тощо.

Причиною таких сильних відмінностей між різними агрегатними станами однієї й тієї ж речовини є зміна величини та/або характеру взаємодії між атомами чи молекулами, що її складають.

Міжмолекулярна взаємодія залежить від типу молекул і відстані між ними. Тому речовини, що складаються з різних молекул або атомів, можуть перебувати у зовсім різних агрегатних станах при одних і тих самих значеннях тиску та температури.

Залежно від характеру руху та взаємодії молекул розрізняють **чотири стани речовини: твердий, рідкий, газоподібний і плазму.**

- ♦ Газом називають такий стан речовини, в якому відстані між окремими частинками значно перевищують їх власні розміри. Наслідком великої відстані між частинками є слабка взаємодія між ними, тому гази можуть легко розширюватись або стискатись (при наявності зовнішніх сил). Молекули газу хаотично рухаються і зіштовхуються одна з іншою та зі стінками посудини.
- ♦ У рідинах молекули розміщені тісно та коливаються навколо деяких положень рівноваги, періодично перестрибуючи з одного рівноважного положення в інше. Внаслідок сильної взаємодії між молекулами рідини зберігають свій об'єм та є дещо впорядкованими на малих масштабах.
- ♦ У твердих тілах сили взаємодії кожної молекули з сусідніми настільки великі, що молекула здійснює малі коливання навколо деякого сталого положення рівноваги – вузла кристалічної ґратки. Тверді тіла зберігають як об'єм, так і форму, внаслідок жорстких міжмолекулярних зв'язків у них можуть виникати деформації (зсувні, згинальні, крутильні тощо).
- ♦ Плазма – це сильно іонізований газ, що утворюється при високих температурах або за інших спеціальних умов. Внаслідок наявності заряджених частинок сили міжчастинкової взаємодії у плазмі не є малими, а її властивості дуже сильно відрізняються від звичайних газів.

Термодинамічна фаза – термодинамічно рівноважний стан речовини, відмінний за своїми фізичними властивостями від інших станів тієї ж речовини. Різні фази мають різні упаковки атомів або молекул (для кристалічних фаз – різні кристалічні ґратки), і, отже, характеризуються різними значеннями таких величин, як коефіцієнт теплового розширення, стисливість, електрична і магнітна сприйнятливості тощо. Внаслідок цього різні фази можуть мати різні електричні, магнітні й оптичні властивості.

Прикладами різних термодинамічних фаз є: рідка вода, лід і водяна пара; тверда і розплавлена мідь; феромагнітне і парамагнітне залізо; пластичне об'ємноцентроване залізо і пружне гранецентроване залізо; газоподібний і рідкий кисень; алмаз і графіт тощо.

Фазовий перехід – така трансформація внутрішньої структури речовин, за якої відбувається різкий стрибок певної фізичної характеристики системи, викликаний малою зміною іншої характеристики.

Перехід речовини з однієї термодинамічної фази до іншої зазвичай відбуваються лише внаслідок зміни зовнішніх умов.

Розрізняють *фазові переходи першого і другого роду*:

- **переходи I роду** (стрибком змінюються густина і внутрішня енергія): зміна агрегатного стану речовини (плавлення та кристалізація, кипіння та конденсація, возгонка та сублімація);

- **переходи II роду** (стрибком змінюються теплоємність, магнітні властивості, внутрішня симетрія, тощо):

 - перехід між парамагнітним і феромагнітним станами; переходи у надпровідний або надплинний стани і навпаки тощо.

Фазові переходи завжди пов'язані з тими чи іншими змінами всередині речовини, які не можуть відбуватися миттєво й одночасно в усьому об'ємі речовини. Тому здійснення фазового переходу займає деякий час.

Якщо мова йде про фазові переходи першого роду, які супроводжуються стрибкоподібною зміною внутрішньої енергії тіла, то для їх здійснення зайву енергію треба відвести від тіла (або, навпаки, надати йому енергію, якої не вистачає). Внаслідок неможливості миттєвої передачі енергії (її передача обмежена швидкістю руху частинок або швидкістю світла залежно від способу теплопередачі) мінімальна тривалість фазового переходу є обмеженою швидкістю відведення (підведення) енергії від (до) речовини.

Теплотою фазового переходу називають ту кількість енергії, яку необхідно відвести від тіла (передати тілу) для здійснення фазового переходу.

Питома теплота фазового переходу – теплота, необхідна для здійснення фазового переходу в одиниці маси речовини (зазвичай – *в одному кілограмі*).

Пароутворення – процес переходу речовини з рідкого у газоподібний стан. Розрізняють два види пароутворення: *випаровування* та *кипіння*. Зворотний процес називається *конденсацією*.

Випаровування – процес переходу рідини у газоподібний стан, який відбувається при будь-якій температурі (на відміну від кипіння, що відбувається лише при певній температурі).

Рідина, залишена у відкритій ємності, повністю випарується, тому що в ній у будь-який час є молекули здатні покинути рідину, бо їх кінетична енергія є

достатньою для подолання міжмолекулярних сил притягання на поверхні рідини. Температура рідини при випаровуванні знижується, тому що кінетична енергія молекул, які її покидають, є вищою за середню кінетичну енергію молекул рідини (температуру). Швидкість випаровування зростає зі зростанням температури.

Кипіння – процес перетворення рідини у пару, при якому, на відміну від випаровування, утворення пари відбувається в усьому об'ємі рідини, а не лише на її поверхні.

Температура кипіння залежить від хімічного складу рідини і атмосферного тиску. При зменшенні зовнішнього тиску температура кипіння також зменшується. Як правило, при заданій температурі з двох речовин швидше випаровуватиметься та, температура кипіння якої є нижчою.

Конденсація пари – процес, зворотний до випаровування та пов'язаний з переходом молекул з газоподібного стану до рідкого.

Конденсація пари супроводжується нагріванням рідини внаслідок надходження молекул зі значно вищою кінетичною енергією, ніж середня кінетична енергія молекул рідини.

Пару над поверхнею рідини називають *насиченою*, якщо між процесами випаровування і конденсації встановилася динамічна рівновага, при якій у будь-який проміжок часу кількість молекул, що покидає рідину, дорівнює кількості молекул, що повертаються до неї. Якщо пара над рідиною не є насиченою, то випаровування продовжуватиметься доти, доки пара не стане насиченою або рідина повністю не випарується.

Плавлення – перехід тіла з твердого стану в рідкий (відбувається з поглинанням теплоти).

Кристалізація – перехід тіла з рідкого стану в твердий (відбувається з виділенням теплоти).

При плавленні твердого тіла передана йому теплота йде на руйнування кристалічних зв'язків між атомами (молекулами) та «вивільнення» окремих атомів з кристалічної ґратки.

Плавлення та кристалізація відбуваються лише при деякій температурі, що визначається властивостями і складом даної речовини, та називається *температурою плавлення*.

Багато речовин при нормальному (атмосферному) тискові не можуть перебувати у рідкій фазі. При нагріванні до деякої заданої температури вони одразу переходять у газоподібний стан (і навпаки). Процес прямого фазового переходу з твердого у газоподібний стан називається *сублімацією (возгонкою)*, а зворотний процес – *десублімацією*.

Кількість теплоти, що необхідна для нагрівання заданої маси m речовини (або виділяється при її охолодженні) від температури T_1 до температури T_2 :

$$Q = c m (T_2 - T_1).$$

Кількість теплоти, що необхідна для плавлення (або виділяється при кристалізації) заданої маси m речовини, яка попередньо була нагріта (охолоджена) до температури плавлення (λ – питома теплота плавлення):

$$Q = \lambda m.$$

Кількість теплоти, що необхідна для випаровування (або виділяється при конденсації) заданої маси m речовини, яка попередньо була нагріта (охолоджена) до температури кипіння (r – питома теплота пароутворення):

$$Q = r m.$$

Хімічні реакції. Горіння. На відміну від плавлення, кипіння, кристалізації і конденсації, при хімічних реакціях відбувається перетворення одних речовин на інші, що також може призводити до появи нових фаз.

Наприклад, при окисленні водню (при не дуже високих температурах) буде з'являтися нова фаза – рідка вода.

Горіння є типовою для наших природних умов хімічною реакцією – окисленням різних речовин атмосферним киснем. Часто горінням називають будь-яке окислення одних речовин іншими, якщо воно супроводжується відкритим полум'ям і виділенням тепла.

Протікання хімічних реакцій зазвичай супроводжується поглинанням або виділенням теплоти залежно від того, чи є за даних умов продукти реакції енергетично вигіднішими за реагенти. Зміна зовнішніх параметрів системи (температури, тиску тощо) може призводити до зміни характеру реакції.

Як правило, хімічні реакції протікають таким чином, що продукти реакції є більш енергетично вигідними, ніж реагенти (у специфічних умовах можливі й протилежні випадки), проте «вигідні» реакції не завжди відбуваються одразу за наявності реагентів. Наприклад, вугілля або дрова при кімнатних температурах не починають горіти самостійно – причина цього полягає у необхідності розірвати міжатомні зв'язки в молекулах, які вступають у реакцію, на що потрібно витратити деяку енергію.

Зі збільшенням температури кінетичні енергії молекул зростають, також збільшується і кількість молекул з достатньо великою кінетичною енергією, якої при зіткненні виявляється достатньо для початку реакції, а виділене при цьому тепло допомагає прореагувати і сусіднім молекулам.

Прикладом таких ситуацій є самозаймання багатьох речовин при високих температурах (наприклад, паперу, сухого листя чи гілок під дією прямого сонячного проміння влітку).

Питома теплота згорання q – кількість теплоти, що виділяється при повному згорянні одиниці маси палива.

Кількість теплоти, що виділяється при згорянні заданої маси m палива:

$$Q = q m.$$

Приклад 2.1. Яку кількість теплоти потрібно затратити, щоб 200 г льоду, взятого при температурі -2°C , перетворилися у воду з температурою 10°C ?

Дано:
$m = 200 \text{ г} = 0.2 \text{ кг}$
$T_{\text{л}} = -2^{\circ}\text{C}$
$T_{\text{в}} = 10^{\circ}\text{C}$
$c_{\text{л}} = 2140 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$
$\lambda_{\text{л}} = 3.35 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$
$c_{\text{в}} = 4218 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$
$Q = ?$

Загальна кількість необхідної теплоти

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

де $Q_1 = c_{\text{л}} m (T_0 - T_{\text{л}})$ – кількість теплоти, необхідна для нагрівання льоду,

$Q_2 = \lambda_{\text{л}} m$ – кількість теплоти, що витрачається на плавлення льоду,

$Q_3 = c_{\text{в}} m (T_{\text{в}} - T_0)$ – кількість теплоти, необхідна для нагрівання води.

Отже

$$Q_1 = 2140 \cdot 0.2 \cdot (0 - (-2)) = 856 \text{ Дж},$$

$$Q_2 = 3.35 \cdot 10^5 \cdot 0.2 = 67 \cdot 10^3 \text{ Дж},$$

$$Q_3 = 4218 \cdot 0.2 \cdot (10 - 0) = 8436 \text{ Дж},$$

$$Q = 856 + 67 \cdot 10^3 + 8436 = 76292 \text{ Дж} \approx 76.3 \text{ кДж}.$$

Відповідь: $Q \approx 76.3 \text{ кДж}$.

Приклад 2.2. Яку масу води можна нагріти до кипіння при згоранні в кострі 1.8 кг сухих дров, якщо у навколишнє середовище розсіюється 90% тепла від їх згорання? Початкова температура води 10°C , питома теплота згорання сухих дров $8.4 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$.

Дано:
$m_{\text{дров}} = 1.8 \text{ кг}$
$q = 8.4 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$
$c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$
$T_1 = 10^{\circ}\text{C}$
$T_{\text{кип}} = 100^{\circ}\text{C}$
$m_{\text{в}} = ?$

При повному згорянні сухих дров виділиться $Q = qm$ теплоти. З іншого боку, на нагрівання води до 100°C йде лише 10% виділеного тепла, тому:

$$Q_1 = 0.1 \cdot q m_{\text{дров}}.$$

Кількість теплоти, необхідна для нагрівання води від початкової температури до температури кипіння:

$$Q_2 = c_{\text{в}} m_{\text{в}} (T_{\text{кип}} - T_1).$$

Згідно з рівнянням теплового балансу, кількість теплоти Q_1 , затрачена на нагрівання речовини, дорівнює кількості теплоти Q_2 , необхідної для її нагрівання до кінцевої температури:

$$Q_1 = Q_2,$$

$$m_{\text{в}} = \frac{0.1 \cdot q m_{\text{дров}}}{c_{\text{в}} (T_{\text{кип}} - T_1)} = \frac{0.1 \cdot 8.4 \cdot 10^6 \cdot 1.8}{4200(100 - 10)} = 4 \text{ кг}.$$

Відповідь: $m_{\text{в}} = 4 \text{ кг}$.

Контрольні питання

1. Що таке *агрегатні стани речовини*? Які їх види виділяють?
2. Який стан речовини називають *газом*? Перелічіть його основні відмінні якості та властивості.
3. Який стан речовини називають *рідиною*. В чому полягає її відмінність від інших агрегатних станів?
4. У чому полягають основні відмінності *твердого тіла* від рідини?
5. Які фізичні процеси називають *фазовими переходами*?
6. Назвіть основні фазові переходи та агрегатні стани, між якими вони відбуваються. При яких з них енергія поглинається (виділяється)?
7. Як визначити кількість теплоти, необхідну для нагрівання даного тіла?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Яку кількість теплоти необхідно витратити, щоб нагріти 5 кг води від 5°C до 75°C ? Питома теплоємність води дорівнює $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$.

Відповідь: $Q = 1.47 \text{ МДж}$.

2. Визначте ККД котла об'ємом 3 м^3 , якщо при спаленні 40 кг вугілля ($q_{\text{в}} \approx 29 \text{ МДж/кг}$) вода у ньому нагрівається на 60°C .

Відповідь: $\eta = 65\%$.

3. При повному згорянні якої маси деревини ($q_{\text{д}} \approx 21 \text{ МДж/кг}$) виділиться стільки ж тепла, як і при згорянні 5 кг керосину ($q_{\text{к}} \approx 46.2 \text{ МДж/кг}$)?

Відповідь: $m = 11 \text{ кг}$.

4. У чайник налили воду при 10°C і поставили на електричну плиту. Через 10 хв вода закипіла. Через який час вона повністю випарується?

Відповідь: $t = 3651 \text{ с}$.

5. Визначте, який відсоток від повної енергії згорання порошу протягом пострілу зі штурмової гвинтівки АК-47 переходить у кінетичну енергію кулі, якщо маса кулі $m_{\text{к}} = 7.9 \text{ г}$, маса порошу $m_{\text{п}} = 1.6 \text{ г}$, дульна швидкість кулі $v_{\text{к}} = 715 \text{ м/с}$, а теплота згорання порошу $q_{\text{п}} \approx 3.36 \text{ МДж/кг}$.

Відповідь: $\eta = 38\%$.

6. На скільки градусів Цельсія нагріється свинцева куля при влученні в броню, якщо швидкість польоту кулі перед зіткненням становила 200 м/с ? Вважайте, що на нагрівання кулі пішла лише половина її кінетичної енергії. Питома теплоємність свинця $c_{\text{с}} \approx 130 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$.

Відповідь: $\Delta T \approx 77^{\circ}\text{C}$.

7. Яку масу дизельного пального витрачає за годину двигун БТР-80 з максимальною потужністю 190 кВт , якщо його ККД дорівнює 25% та він працює на три чверті своєї потужності? Питома теплота згорання дизельного пального $q = 42 \text{ МДж/кг}$.

Відповідь: $m = 48.9 \text{ кг}$.

2.4. Термодинамічні процеси у військово-прикладних задачах

Приклад 2.3. Десантник зі спорядженою масою 110 кг опускається на парашуті з радіусом 5.2 м (дивись рисунок) та коефіцієнтом опору форми $c_d = 0.9$. З якою максимальною швидкістю спускатиметься парашутист взимку та влітку, якщо влітку температура сягає 35°C , а взимку падає до -10°C ? Вважайте тиск рівним нормальному атмосферному тискові 10^5 Па.

Дано:

$$r = 5.2 \text{ м}$$

$$c_d = 0.9$$

$$m = 110 \text{ кг}$$

$$T_1 = 35^\circ\text{C} = 308 \text{ К}$$

$$T_2 = -10^\circ\text{C} = 263 \text{ К}$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$v_{1 \text{ max}}, v_{2 \text{ max}} - ?$$

Максимальна швидкість спуску парашутиста визначається балансом сили опору повітря та сили тяжіння. Після того, як ці сили зрівнюються, швидкість парашутиста припиняє своє зростання (див. підрозділ 1.4 і приклад 1.10):

$$F_{\text{опору}} = F_{\text{тяжіння}} \quad (1)$$



Залежність сили опору повітря від швидкості зниження v визначається виразом

$$F_{\text{опору}}(v) = c_d \frac{\rho v^2}{2} \pi r^2. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1) і застосовуючи формулу для сили тяжіння $F_{\text{тяжіння}} = mg$, отримуємо вираз для величини швидкості зниження:

$$c_d \frac{\rho v_{\text{max}}^2}{2} \pi r^2 = mg \Rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 mg}{\pi r^2 \rho c_d}}. \quad (3)$$

Густину повітря при різних температурах можна отримати з рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$p_{\text{атм}} V = \frac{m}{M_{\text{п}}} R T_1 \Rightarrow \rho = \frac{p_{\text{атм}} M_{\text{п}}}{R T}, \quad (4)$$

де $R = 8.31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ – універсальна газова стала, $p_{\text{атм}} = 10^5 \text{ Па}$ – стандартний атмосферний тиск, $M_{\text{п}} = 0.029 \text{ кг/моль}$ – молярна маса повітря.

Підставляючи в (4) задані значення температур повітря, отримуємо

$$\rho_1 = \frac{M_{\text{п}} p_{\text{п}}}{R T_1} \approx 1.13 \text{ кг/м}^3; \quad \rho_2 = \frac{M_{\text{п}} p_{\text{п}}}{R T_2} \approx 1.33 \text{ кг/м}^3. \quad (5)$$

Підставляючи значення (5) у формулу (3) отримаємо шукані значення максимальних швидкостей зниження парашутиста влітку і взимку:

$$v_{1 \text{ max}} = \sqrt{\frac{2 mg}{\pi r^2 \rho_1 c_d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 110 \cdot 9.8}{3.14 \cdot 5.2^2 \cdot 1.13 \cdot 0.9}} \approx 5 \text{ м/с};$$

$$v_{2 \text{ max}} = \sqrt{\frac{2 mg}{\pi r^2 \rho_2 c_d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 110 \cdot 9.8}{3.14 \cdot 5.2^2 \cdot 1.33 \cdot 0.9}} \approx 4.6 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $v_{1 \text{ max}} \approx 5 \text{ м/с}$; $v_{2 \text{ max}} \approx 4.6 \text{ м/с}$.

Внутрішня балістика

Внутрішня балістика (*internal ballistics*) вивчає процеси, що відбуваються протягом пострілу і при русі кулі у каналі ствола.

Пострілом називають викидання кулі (снаряда, міни тощо) з каналу ствола зброї енергією газів, які утворюються внаслідок згоряння порохового заряду.

Процес пострілу зазвичай поділяють на 4 періоди:

- попередній період;
- перший (основний) період;
- другий період;
- період післядії газів.

Попередній (*піростатичний*) період триває від моменту початку займання заряду до моменту врізання кулі в нарізи ствола. Протягом цього періоду горіння пороху відбувається у постійному об'ємі, доки тиск не досягне величини, необхідної для зсуву кулі з місця (тиску форсування p_f , який, як правило, має значення від 250 до 500 кг/дм²).

Від удару бойка ініціююча вибухова речовина у капсулі запалюється, а гази, що при цьому виділяються, створюють початковий тиск (біля 20-40 кг/см²) і запалюють основний пороховий заряд. Протягом горіння порохового заряду утворюється велика кількість сильно нагрітих газів, які, прагнучи розширитися, створюють тиск на кулю (снаряд), стінки і дно гільзи. Тиск на дно гільзи притискає її до ствольної коробки; тиск на стінки гільзи щільно притискає її до стінок патронника, запобігаючи прориву газів назад, а тиск на кулю – намагається вирвати її із гільзи. Чим сильніше куля затиснена у гільзі, тим вищими будуть як тиск у кінці цього періоду, так і максимальний тиск у каналі ствола протягом пострілу (відповідно зростає й ефективність утилізації енергії порохових газів), але для гарантування цілісності зброї її частини доведеться робити міцнішими.

Перший або *основний* (*піродинамічний*) період триває від початку руху кулі до моменту припинення горіння пороху. При цьому тиск порохових газів спочатку швидко наростає, а потім, пройшовши максимум, спадає (внаслідок руху кулі одночасно зростає і доступний для газів об'єм). Саме в цей період гази виконують більшу частину своєї роботи.

На початку першого періоду пострілу наростання кількості газів йде значно швидше збільшення доступного для них об'єму, тому і тиск швидко підвищується, досягаючи найбільшої величини $p_{\max}$.

Максимальний тиск при пострілі зі стрілецької зброї розвивається при проходженні кулею 4-6 см шляху, а в артилерійських системах – при проходженні снарядом 20-45 см. Після цього швидкість руху кулі стає настільки значною, що збільшення доступного для порохових газів об'єму

починає переважати виділення нових газів, а тиск у каналі ствола – падати, хоча горіння порошу ще триває. У момент припинення горіння тиск газів становить p_k , а швидкість кулі досягає значення v_k ($v_k \approx 0.8-0.9 v_d$).

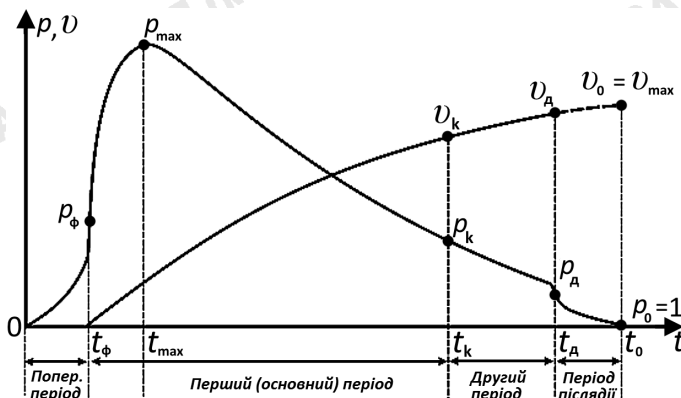


Рис. 2.8. Залежності тиску порохових газів у каналі ствола і швидкості кулі від часу, що пройшов з моменту початку пострілу. Момент часу t_ϕ відповідає початку руху кулі, $t_{\max}$ – максимальному тиску порохових газів у стволі, t_k – припиненню горіння порошу, t_d – вильоту кулі з каналу ствола.

Другий (термодинамічний) період триває від моменту припинення горіння порохового заряду до вильоту кулі з каналу ствола: при цьому тиск газів падає, а швидкість кулі досягає значення v_d . Хоча виділення нових газів протягом цього періоду і не відбувається, зростання швидкості кулі продовжується завдяки роботі, яку виконують вже існуючі порохові гази за рахунок своєї внутрішньої енергії (даний процес є максимально наближений до адіабатного). Тиск газів поступово падає від p_k до дульного тиску p_d , величина якого у різних зразках озброєнь може коливатися в межах 300-600 кг/см². Швидкість кулі у дульного зрізу зазвичай є дещо меншою за табличне значення її початкової швидкості.

Період післядії триває від моменту вильоту кулі з каналу ствола до моменту припинення дії на неї порохових газів, що вириваються зі ствола вслід за нею зі швидкістю 1.1-1.4 км/с. Порохові гази обтікають і обганяють кулю, маючи більшу за неї швидкість, продовжуючи прискорювати її. Довжина ділянки післядії у стрілецької зброї сягає декількох десятків сантиметрів, а в артилерійських системах – навіть декількох метрів, однак її внесок у остаточну швидкість кулі є мінімальним. Період післядії закінчується після падіння тиску в каналі ствола приблизно до 1 кг/см², в цей момент куля (снаряд) набуває максимальної швидкості $v_{\max} = v_0$, яка є початковою для її подальшого балістичного польоту.

Розглянемо *рух кулі у каналі ствола* на прикладі штурмової гвинтівки АК-47. Оцінимо дульну швидкість і кінетичну енергію кулі, а також тиск у каналі ствола автомата і прискорення кулі протягом пострілу у наближенні середнього тиску порохових газів у стволі (вважаючи його у 1.5 рази більшим за тиск у момент вильоту кулі).

ТТХ АК-47: калібр $d = 7.62$ мм; довжина ствола $l = 415$ мм; маса кулі $m_k = 7.9$ г; маса пороху $m_p = 1.6$ г; дульна швидкість кулі $v_k = 715$ м/с.

Параметри бездимного пороху: теплота згоряння: $q \sim 3.36$ МДж/кг;

питомий об'єм порохових газів за нормальних умов: $\chi_r \sim 0.9$ м³/кг;

середня температура порохових газів упродовж пострілу: $T_r \sim 2800$ К.

Вважаючи, що весь порох встигає згоріти впродовж руху кулі в каналі ствола, і спираючись на параметри пороху, можна визначити тиск у каналі ствола у момент вильоту кулі з нього. Для цього необхідно обчислити об'єм ствола та його відношення до питомого об'єму порохових газів.

Об'єм каналу ствола можна достатньо точно визначити як об'єм циліндру з висотою та діаметром, рівними довжині та калібру ствола:

$$V_{\text{ств}} = \pi R^2 l = l \frac{\pi d^2}{4}. \quad (1)$$

Об'єм порохових газів, що утворюються при пострілі, за нормальних умов дорівнює (m_p – маса пороху в патроні):

$$V_r = \chi_r m_p.$$

З рівняння Клапейрона

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

виразимо тиск порохових газів p_d у момент вильоту кулі, взявши за параметри в лівій частині рівності параметри порохових газів при нормальних умовах ($p_0 = 1$ атм; $T_0 = 300$ К; $V_0 = V_r$), а в правій частині – параметри у процесі пострілу ($T_1 = T_r = 2800$ К; $V_1 = V_{\text{ств}}$; $p_1 = p_d$):

$$p_d = p_0 \frac{V_r}{V_{\text{ств}}} \frac{T_r}{T_0} = p_0 \frac{\chi_r m_p}{V_{\text{ств}}} \frac{T_r}{T_0}. \quad (2)$$

Вважаючи середній тиск p у каналі ствола у півтора рази більшим за дульний тиск, можна визначити середню силу, що діє на кулю впродовж її розгону (де S – площа поперечного перерізу ствола, d – його калібр):

$$F = p S = 1.5 p_d S = 1.5 p_d \pi R^2 = 1.5 p_d \pi \frac{d^2}{4}. \quad (3)$$

Знаючи довжину ствола та середню силу, з якою порохові гази діють на кулю, оцінюємо дульну швидкість кулі:

$$a_k = \frac{F}{m_k}; \quad l = \frac{v_k^2}{2 a_k}; \quad v_k = \sqrt{2 l a_k} = \sqrt{\frac{2 l F}{m_k}}. \quad (4)$$

Поєднуючи формули (1) – (4) отримуємо вираз для дульної швидкості кулі:

$$v_k = \sqrt{\frac{3\pi l d^2 p_d}{4 m_k}} = \sqrt{3 p_0 \chi_r \frac{m_p T_r}{m_k T_0}} = \sqrt{1000 \chi_r T_r \frac{m_p}{m_k}} \approx 1587 \sqrt{\frac{m_p}{m_k}}.$$

Бачимо, що у даному найпростішому наближенні дульна швидкість кулі залежить лише від її маси і маси пороходу, та взагалі не залежить від параметрів ствола.

Підставивши значення ТТХ автомату АК-47 отримуємо наступні результати: Дульна швидкість і кінетична енергія кулі дорівнюють:

$$v_k = 1587 \sqrt{\frac{0.0016}{0.0079}} \approx 714 \text{ м/с}; \quad E_k = \frac{m_k v_k^2}{2} = \frac{0.0079 \cdot 714^2}{2} \approx 2014 \text{ Дж}.$$

Об'єм ствола і тиск у ньому в момент вильоту кулі:

$$V_{\text{ств}} \approx 1.9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3; \quad p_d \approx 7.07 \cdot 10^7 \text{ Па} = 707 \text{ атм}.$$

Середня сила, з якою порохові гази діють на кулю в каналі ствола, та середнє прискорення кулі:

$$F \approx 4836 \text{ Н}; \quad a_k \approx 6.12 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2 = 612 \text{ км/с}^2.$$

Приклад 2.4. Оцініть середній тиск у каналі ствола пістолету ТТ, виходячи з параметрів пороходу та наближення, що середній тиск у стволі є у 1.5 рази більшим за тиск у момент вильоту кулі.

ТТХ пістолету ТТ: калібр $d = 7.62 \text{ мм}$;

маса кулі $m_k = 5.5 \text{ г}$; маса пороходу $m_n = 0.5 \text{ г}$;

довжина ствола $l = 12 \text{ см}$; дульна швидкість $u_k = 430 \text{ м/с}$.

Параметри бездимного пороходу:

молярна маса порохових газів за нормальних умов: $M_{\text{пг}} \sim 25 \text{ г/моль}$;

середня температура порохових газів в кінці пострілу: $T_r \sim 2000 \text{ К}$.

Аналіз та розв'язок

Почнемо з обчислення об'єму каналу ствола $V_{\text{ств}}$, вважаючи його циліндром з висотою l і діаметром d :

$$V_{\text{ств}} = \pi R^2 l = l \pi d^2 / 4 = 0.12 \cdot 3.14 \cdot 0.00762^2 / 4 = 5.47 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Вважаючи, що весь порох встиг згоріти впродовж руху кулі в каналі ствола, визначимо тиск порохових газів p_d у момент вильоту кулі з каналу ствола за допомогою рівняння Менделєєва-Клапейрона $pV = \nu RT$:

$$p_d = \frac{m_p R T_r}{M_{\text{пг}} V_{\text{ств}}} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 8.31 \cdot 2 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 5.47 \cdot 10^{-6}} \approx 6 \cdot 10^7 \text{ Па} = 600 \text{ атм}.$$

Оцінку значення середнього тиску порохових газів $p_{\text{сер}}$ у каналі ствола впродовж пострілу отримуємо, вважаючи, що він є у 1.5 рази більшим за тиск порохових газів у момент вильоту кулі зі ствола:

$$p_{\text{сер}} = 1.5 \cdot p_d \approx 9 \cdot 10^7 \text{ Па} = 900 \text{ атм}.$$

Відповідь: $p_{\text{сер}} \approx 9 \cdot 10^7 \text{ Па}$.

Приклад 2.5. Визначте середнє прискорення, дульну швидкість і тривалість розгону кулі у каналі ствола пістолету ТТ, якщо довжина ствола дорівнює $l = 12$ см; калібр $d = 7.62$ мм; маса кулі $m = 5.5$ г, а середній тиск у каналі ствола $p_{\text{сер}} = 9 \cdot 10^7$ Па.

Дано:
 $v_0 = 0$ м/с
 $m_k = 0.0055$ кг
 $d = 0.00762$ м
 $l = 0.12$ м
 $p_{\text{сер}} = 9 \cdot 10^7$ Па
 $a_{\text{сер}}, v_k, t - ?$

Середнє прискорення кулі у каналі ствола визначимо за допомогою другого закону Ньютона, нехтуючи силами тертя у стволі:

$$a_{\text{сер}} = F_{\text{сер}} / m_k, \quad (1)$$

де $F_{\text{сер}}$ – середня сила тиску порохових газів на кулю.

За означенням тиску $p_{\text{сер}} = F_{\text{сер}} / S$, де $S = \pi d^2 / 4$ – площа поперечного перерізу каналу ствола.

Відповідно, виразивши з попередньої формули середню силу і підставивши її у формулу (1), отримаємо:

$$F_{\text{сер}} = p_{\text{сер}} S,$$

$$a_{\text{сер}} = \frac{p_{\text{сер}} S}{m_k} = \frac{p_{\text{сер}} \pi d^2}{4 m_k} = \frac{9 \cdot 10^7 \cdot 3.14 \cdot 0.00762^2}{4 \cdot 0.0055} \approx 746000 \text{ м/с}^2.$$

Вважаючи рух кулі протягом пострілу рівноприскореним дульну швидкість і тривалість розгону кулі у каналі ствола (сумарну тривалість першого і другого періодів пострілу) визначимо з рівнянь рівноприскореного руху (згадуючи, що початкова швидкість кулі при пострілі дорівнює $v_0 = 0$ м/с):

$$l = S = \frac{v_k^2 - v_0^2}{2a_{\text{сер}}} \Rightarrow v_k = \sqrt{2a_{\text{сер}} l} = \sqrt{2 \cdot 746000 \cdot 0.12} \approx 423 \text{ м/с},$$

$$a_{\text{сер}} = \frac{v_k - v_0}{t} \Rightarrow t = \frac{v_k}{a_{\text{сер}}} \approx 0.6 \text{ мс}$$

Відповідь: $a_{\text{сер}} \approx 746 \text{ км/с}^2$; $v_k \approx 423 \text{ м/с}$; $t \approx 0.0006 \text{ с}$.

Приклад 2.6. Визначте, який відсоток від повної енергії згоряння пороху протягом пострілу з пістолету ТТ переходить у кінетичну енергію кулі, якщо маса кулі $m_k = 5.5$ г, маса пороху $m_{\text{п}} = 0.5$ г, дульна швидкість кулі $v_k = 430$ м/с, теплота згоряння бездимного пороху $q_{\text{п}} \approx 3.36$ МДж/кг.

Дано:
 $v_0 = 0$ м/с
 $v_k = 430$ м/с
 $m_k = 0.0055$ кг
 $m_{\text{п}} = 0.0005$ кг
 $q_{\text{п}} \approx 3.36$ МДж/кг
 $\eta - ?$

Кількість теплоти, що виділяється при згорянні пороху, визначається формулою

$$Q_{\text{згор}} = q_{\text{п}} \cdot m_{\text{п}} = 3.36 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 1680 \text{ Дж}.$$

При пострілі куля набуває кінетичної енергії, рівної

$$E_k = \frac{m_k v_k^2}{2} = \frac{0.0055 \cdot 430^2}{2} \approx 508 \text{ Дж}.$$

Відповідно доля енергії від згоряння пороху, що перетворюється на кінетичну енергію кулі, дорівнює

$$\eta = (E_k / Q_{\text{згор}}) \cdot 100\% \approx 30\%.$$

Відповідь: $\eta \approx 30\%$.

Приклад 2.7. Для розгону кулі масою $m_k = 5.5$ г до дульної швидкості $v_k = 430$ м/с в пістолеті ТТ витрачається $m_n = 0.5$ г порошу. Визначте масу порошу, потрібну для розгону кулі масою 4.5 г до тієї ж швидкості.

Дано:

$$v_0 = 0 \text{ м/с}$$

$$m_{k1} = 0.0055 \text{ кг}$$

$$m_{k2} = 0.0045 \text{ кг}$$

$$m_{n1} = 0.0005 \text{ кг}$$

$$v_k = 430 \text{ м/с}$$

$$m_{n2} = ?$$

Вважаючи, що упродовж пострілу пороховий заряд повністю згоряє, тиск порохових газів у момент вильоту кулі з каналу ствола можна визначити за допомогою рівняння Менделєєва-Клапейрона (див. приклад 2.4):

$$p_d = \frac{m_n R T_r}{M_{nr} V_{ств}}, \quad (1)$$

де M_{nr} – молярна маса порохових газів за нормальних умов, T_r – середня температура порохових газів наприкінці пострілу, $V_{ств} = l S$ – об'єм каналу ствола.

Приймаючи середній тиск $p_{сер}$ у каналі ствола у 1.5 рази більшим за дульний, можна оцінити дульну швидкість кулі (див. приклад 2.3):

$$v_k = \sqrt{2 a_k l} = \sqrt{\frac{2 l F_{сер}}{m_k}} = \sqrt{\frac{2 p_{сер} l S}{m_k}} = \sqrt{\frac{3 p_d l S}{m_k}}. \quad (2)$$

Остаточний вираз для дульної швидкості кулі через масу порошу m_n і масу кулі m_k отримуємо, поєднавши формули (1) і (2):

$$v_k = \sqrt{\frac{3 l p_d \pi d^2}{m_k 4}} = \sqrt{\frac{3 R T_r m_n}{M_{nr} m_k}} \approx 1412 \sqrt{\frac{m_n}{m_k}}, \quad (3)$$

де враховано, що $R = 8.31$ Дж/(моль·К), $M_{nr} \approx 25$ г/моль, $T_r \approx 2000$ К.

За умовою задачі швидкість нової кулі має залишитися незмінною, тому використовуючи наближення (3), отримуємо пропорцію:

$$\frac{m_{n1}}{m_{k1}} = \frac{m_{n2}}{m_{k2}} \Rightarrow m_{n2} = m_{n1} \frac{m_{k2}}{m_{k1}} \approx 0.0004 \text{ кг} = 0.4 \text{ г}.$$

Відповідь: $m_{n2} \approx 0.4$ г.

Приклад 2.8. а) Свинцева куля, випущена з АКМ, влучає у дошку і застряє в ній. На скільки градусів підвищилася температура кулі, якщо третина енергії витрачається на її нагрівання, а відстань від АКМ до дошки становила 600 м? Початкова швидкість кулі $v_0 = 715$ м/с, маса кулі $m_k = 7.9$ г, коефіцієнт опору $\beta = 1.1 \cdot 10^{-5}$ кг/м.

Дано:

$$v_0 = 715 \text{ м/с}$$

$$m = 0.0079 \text{ кг}$$

$$L = 600 \text{ м}$$

$$\beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}$$

$$c_{pb} = 130 \text{ Дж/(кг·°C)}$$

$$\Delta T = ?$$

Згадаємо, що кінетична енергія, яку куля зберігає після подолання відстані L при польоті по настильній траєкторії дорівнює

$$E_{кін}(L) = \frac{m v_0^2}{2} e^{-2 \frac{\beta}{m} L},$$

де v_0 – початкова швидкість кулі, m – маса кулі, β – коефіцієнт опору.

Оскільки у теплову енергію переходить третина кінетичної енергії кулі, маємо:

$$Q = \frac{E_{\text{кін}}}{3}, \quad (1)$$

де $E_{\text{кін}}$ – кінетична енергія кулі перед ударом, $Q = mc_{pb}\Delta T$ – кількість теплоти, необхідна для нагрівання кулі масою m до температури плавлення.

Підставивши явні вирази для $E_{\text{кін}}$ і Q у рівність (1) отримуємо:

$$\frac{mv_0^2}{6} e^{-2\frac{\beta}{m}L} = mc_{pb}\Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{v_0^2}{6 c_{pb}} e^{-2\frac{\beta}{m}L},$$

де $c_{pb} = 130 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ – питома теплоємність свинцю. Остаточню маємо:

$$\Delta T = \frac{715^2}{6 \cdot 130} e^{-2\frac{1.1 \cdot 10^{-5}}{7.9 \cdot 10^{-3}} 600} \approx 123^\circ\text{C}.$$

Відповідь: $\Delta T \approx 123^\circ\text{C}$.

б) З якою мінімальною швидкістю повинна летіти свинцева куля (з початковою температурою 27°C), щоб при ударі о сталеву броню вона повністю розплавилася? Вважайте, що кінетична енергія кулі при ударі об перешкоду повністю перейде у її внутрішню енергію.

Дано:

$$t = 27^\circ\text{C}$$

$$t_{\text{п}} = 327^\circ\text{C}$$

$$c_{pb} = 130 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$$

$$\lambda_{pb} = 25 \text{ кДж}/\text{кг}$$

$$v - ?$$

Оскільки вся кінетична енергія кулі при ударі о перешкоду перетворюється на внутрішню енергію кулі, то є справедливою рівність:

$$E_{\text{кін}} = Q_1 + Q_2, \quad (1)$$

де $E_{\text{кін}}$ – кінетична енергія кулі маси m перед зіткненням з бронєю;

$Q_1 = mc_{pb}(t_{\text{п}} - t)$ – кількість теплоти, необхідна для нагрівання свинцевої кулі масою m від температури t до температури плавлення свинцю $t_{\text{п}} = 327^\circ\text{C}$ ($c_{pb} = 130 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ – питома теплоємність свинцю);

$Q_2 = \lambda m$ – кількість теплоти, необхідна для плавлення кулі ($\lambda = 25 \text{ кДж}/\text{кг}$ – питома теплота плавлення свинцю).

Після підстановки всіх наведених виразів рівність (1) набуває вигляду:

$$\frac{mv^2}{2} = mc_{pb}(t_{\text{п}} - t) + \lambda m \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2(c_{pb}(t_{\text{п}} - t) + \lambda)},$$

Бачимо, що шукана швидкість v залежить лише від параметрів свинцю та не залежить від маси самої кулі, а її значення дорівнює:

$$v = \sqrt{2 \cdot (130 \cdot (327 - 27) + 25 \cdot 10^3)} \approx 358 \text{ м/с}.$$

Зауважимо, що при стрільбі з АКМ швидкість кулі знижується до даного значення приблизно на відстані у півкілометра.

Відповідь: $v \approx 358 \text{ м/с}$.

Боеприпаси об'ємного вибуху (термобаричні боеприпаси).

Перетворення твердого тіла на газ не може відбутися миттєво, і у процесі перетворення газ встигає частково розширитись. Тобто максимальний тиск утворених газів не досягає свого максимально можливого значення.

При застосуванні боеприпасів об'ємного вибуху замість вибухової речовини застосовується аерозоль чи дрібнодисперсний пил звичайної горючої речовини, який підпалюється одразу у великому об'ємі простору. Як наслідок, густина продуктів реакції є у сотні разів меншою за їх густину при вибуху звичайних вибухових речовин, проте температура утворених газів є значно вищою (внаслідок великого теплового виходу горіння пального), а об'єм області підвищеного тиску є у мільйони разів більшим. Завдяки цьому тиск в області вибуху не встигає сильно зменшитись протягом протікання реакції горіння розпиленого пального і наближається до максимально можливих пікових значень. Іншим наслідком великого об'єму області вибуху є значно повільніше згасання ударної хвилі з відстанню від епіцентру, а також яскраво виражене розрідження атмосфери одразу за фронтом ударної хвилі.

Наприклад, розпилення легкозаймистого органічного пального (з питомою теплою згорання $q = 50$ МДж/кг) на великій території з густиною утворюваного аерозолі приблизно $\rho_F = 50$ г/м³ (50 кг сумарно у циліндричній області діаметром 20 м та висотою 3 м) призводить до виділення енергії (в одному кубічному метрі повітря)

$$Q_0 = q\rho_F = 2.5 \text{ МДж/м}^3.$$

Теплоємність кубічного метра повітря разом із продуктами згорання пального становить, приблизно,

$$C_0 = \frac{5}{2} R \nu_0 = \frac{5}{2} R \frac{\rho}{M} \approx \frac{5}{2} R \frac{1.3}{0.03} \approx 900 \text{ Дж/м}^3,$$

де $M \approx 0.03$ кг/моль – середня молярна маса повітря разом із продуктами згорання пального.

Відповідна зміна температури повітря дорівнюватиме

$$\Delta T \approx \frac{Q_0}{C_0} = \frac{2.5 \times 10^6}{900} \approx 2780 \text{ К},$$

тобто температура повітря після повного згорання пального сягає біля 3000 К, що вдсятеро перевищує його нормальну температуру та призводить до приблизно 10-кратного зростання тиску. Перепад тиску на фронті ударної хвилі є ще більшим. Для порівняння, для створення такого ж перепаду тисків в ударній хвилі на відстані 10 м від епіцентру вибуху необхідно використати приблизно 200 кг тротилу.

Контрольні питання

1. Чи опір повітря залежить від його температури та атмосферного тиску?
2. Як зміна температури і тиску атмосферного повітря впливає на швидкість зниження парашутиста?
3. У скільки разів необхідно збільшити площу парашута, щоб зменшити швидкість зниження вдвічі?
4. Як зміниться швидкість зниження вантажа на парашуті, якщо густина повітря на великій висоті зменшиться вдвічі?
5. Які процеси вивчає внутрішня балістика?
6. Які сили діють на кулю протягом пострілу? Які з них мають найбільший вплив на кінцеву швидкість кулі?
7. Які основні етапи пострілу можна виділити з точки зору газових процесів, що при цьому відбуваються?
8. Що є джерелом енергії при пострілі зі звичайної стрілецької зброї?
9. За рахунок чого порохомі гази виконують роботу з розгону кулі протягом другого періоду пострілу?
10. Від яких параметрів стрілецької зброї головним чином залежить дульна швидкість кулі?
11. Чому зростання швидкості кулі на першому етапі пострілу є значно більшим, ніж на другому етапі?
12. Завдяки чому відбувається прискорення кулі протягом періоду післядії?
13. Які види боєприпасів називають термобаричними?
14. У чому полягає основна перевага термобаричних боєприпасів над звичайними вибуховими речовинами?
15. Чи можна ефективно застосувати порох чи тротил для організації об'ємного вибуху?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Як зміниться швидкість зниження парашута з вантажем, якщо масу вантажа зменшиться втричі, а інші параметри залишити незмінними?

Відповідь: зменшиться в 1.73 рази.

2. Вантаж якої максимальної маси можна десантувати на парашуті з радіусом 5.5 м і коефіцієнтом опору форми $c_d = 0.8$ при температурі повітря 17°C, якщо максимальна дозволена швидкість приземлення становить 3 м/с?

Відповідь: $m_{\max} \approx 42$ кг.

3. Визначте як зміниться густина повітря при наступному відхиленні параметрів стану атмосфери від стандартних умов: температура зменшилася на 2°C, а тиск зріс на 2 мм рт. ст. (266.6 Па).

Відповідь: збільшиться на 13 г/м³.

4. Як зміниться швидкість знижування парашутиста, якщо температура повітря зменшиться з 21°C до -13°C при незмінних атмосферному тискові, нульовій вологості та інших параметрах?

Відповідь: зменшиться на 6%.

5. У скільки разів менший опір діє на артилерійський снаряд при польоті на висоті 10 км порівняно з польотом на рівні моря, якщо температура на всіх висотах є сталою і дорівнює 14°C ?

Відповідь: приблизно у 3.3 рази менший.

6. У скільки разів необхідно збільшити масу порохового заряду в патроні, щоб при збільшенні маси кулі на 50% її дульна швидкість залишилася незмінною? Застосуйте наближення сталого тиску і вважайте, що весь порох встигає згоріти до завершення пострілу.

Відповідь: також на 50%.

7. Яку роботу виконують порохові гази протягом другого етапу пострілу (вважаючи їх розширення адіабатним), якщо їх тиск при цьому знижується з $5 \cdot 10^7$ Па до $3 \cdot 10^7$ Па, а куля долає відстань у 0.2 м? Довжина ствола складає 0.6 м, калібр 7.62 мм, а показник адіабати порохових газів $\gamma \approx 1.25$.

Відповідь: $A \approx 365$ Дж.

8. Оцініть середній тиск у каналі ствола пістолету-кулемету НК МР7 (калібр $d = 4.6$ мм; довжина ствола $l = 180$ мм; маса кулі $m_k = 2$ г; маса пороху $m_n = 0.55$ г), виходячи з параметрів пороху (молярна маса порохових газів $M_{\text{г}} \approx 25$ г/моль; їх середня температура в кінці пострілу $T_{\text{г}} \sim 2000$ К). Вважайте, що середній тиск у стволі є в 1.5 рази більшим за тиск у момент вильоту кулі.

Відповідь: $p_{\text{сер}} \approx 1.8 \cdot 10^8$ Па.

9. Визначте середнє прискорення, дульну швидкість та час розгону кулі при пострілі з пістолету-кулемету НК МР7, якщо середній тиск у каналі ствола становить приблизно 1800 атмосфер.

Відповідь: $a_{\text{сер}} \approx 1.5 \cdot 10^6$ м/с²; $v_k \approx 735$ м/с; $t \approx 0.5$ мс.

10. Визначте відсоток енергії згорання пороху, який перейшов у кінетичну енергію кулі в результаті пострілу з НК МР7, якщо дульна швидкість кулі $v_k = 735$ м/с, а питома теплота згорання пороху $q_n \approx 3.36$ МДж/кг.

Відповідь: 29%.

11. Оцініть зростання температури в епіцентрі вибуху хмари аерозолію легкозаймистого пального ($q = 55$ МДж/кг) з густиною $\rho_{\text{г}} = 100$ г/м³, якщо середня теплоємність одного кубічного метра утвореної газової суміші дорівнює 915 Дж/м³.

Відповідь: $\Delta T \approx 6000$ К.

РОЗДІЛ 3

ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ ТА ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

У даному розділі ми розглянемо фізику електромагнітної взаємодії та практичне застосування відповідних явищ. Електромагнітна взаємодія, одна з чотирьох відомих фундаментальних взаємодій, відповідає за взаємодію між електрично зарядженими об'єктами. Фактично, саме з нею ми найчастіше зустрічаємося: атоми та молекули, світло, звук, тертя – всі вони не були б можливі, якби цей тип взаємодії не проявився у нашому Всесвіті.

Вже із самої назви електромагнітної взаємодії стає зрозуміло, що вона складається з двох взаємопов'язаних складових – електричної і магнітної. Однак для спрощення розуміння і вивчення відповідних явищ ми спершу розглянемо лише ті ситуації, у яких проявляється виключно електрична складова електромагнітної взаємодії, після чого, аналогічним чином, вивчимо основні закономірності чисто магнітної взаємодії. Переплетення цих двох компонент – електродинаміка – є значно більш складною та виходить за межі цього курсу, тим не менш, деякі її елементи ми все ж зустрінемо при вивченні електромагнітних хвиль і оптики.

3.1. Електричне поле

Електричне поле у вакуумі

Електростатика (*electrostatics*) – розділ фізики, що вивчає взаємодію систем нерухомих електричних зарядів.

Електричний заряд (*electric charge*) q (Кл, кулон) – дискретна скалярна величина, що є фундаментальною властивістю елементарних частинок і відповідає за їх електромагнітну взаємодію.

Електричні заряди поділяють на «*позитивні*» та «*негативні*».

Заряджені частинки (або тіла) з однойменними зарядами відштовхуються, а з різнойменними зарядами – притягаються.

Будь-який заряд є кратним елементарному заряду $e \approx 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Заряд *протона* $q_p = e$, заряд *електрона* $q_e = -e$.

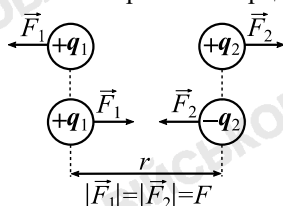
Закон збереження електричного заряду: повний електричний заряд будь-якої замкненої системи тіл завжди зберігається.

При розв'язанні практичних задач часто застосовують модель **точкових зарядів** (*point charges*) – заряджених тіл, розмір яких дорівнює нулю. Така модель є доцільною у двох випадках:

- коли реальні розміри тіла є у багато разів меншими за відстань між ним та іншими тілами, з якими воно взаємодіє;
- якщо тіла, що розглядаються, та розподіл зарядів у них є сферично симетричними (наприклад, взаємодія двох заряджених куль).

Ступінь зарядженості тіл, які не можна вважати точковими, зазвичай характеризують наступними величинами:

- **об'ємна густина заряду** $\rho = q/V$ (Кл/м³) – відношення величини q електричного заряду в деякому об'ємі до величини V цього об'єму;
- **поверхнева густина заряду** $\sigma = q/S$ (Кл/м²) – відношення величини q електричного заряду на деякій ділянці поверхні до її площі S ;
- **лінійна густина заряду** $\lambda = q/L$ (Кл/м) – відношення величини q електричного заряду на відрізку до довжини L цього відрізка.



Закон Кулона визначає величину і напрямок сили взаємодії двох точкових зарядів:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^3} \vec{r} \quad \text{або} \quad F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{\varepsilon r^2},$$

де $k = 9 \times 10^9$ Н·м²/Кл² – стала Кулона, $\vec{r}$ – вектор, що з'єднує заряди, r – відстань між зарядами; q_1 та q_2 – величини зарядів; $\varepsilon \geq 1$ – діелектрична проникність середовища (для вакууму $\varepsilon = 1$).

Рис. 3.1. Взаємодія електричних зарядів

Електричне поле (*electric field*) – фізичне поле, що існує навколо електрично заряджених частинок або тіл, виникає при зміні магнітного поля (наприклад, в електромагнітних хвилях) і спостерігається завдяки дії (з деякою силою $\vec{F}$) на інші частинки або тіла, що мають електричний заряд.

Електричне поле, що не змінюється з часом, називають *електростатичним*. Прикладом такого поля є поле системи нерухомих електричних зарядів.

Кількісними характеристиками електричного поля є **напруженість** $\vec{E}$ та **потенціал** φ .

Напруженість електричного поля (*electric field*) $\vec{E} = \vec{F}/q$ (Н/Кл або В/м) – силова характеристика електричного поля; векторна величина, яка визначена у всіх точках простору та дорівнює силі, що діє на одиничний позитивний заряд, розташований у даній точці поля.

Поле, напруженість якого у всіх точках простору є однаковою ($\vec{E} = \text{const}$), називають *однорідним*.

Потенціал електричного поля (*electric potential*) $\varphi = W_n/q$ (В, вольт) – енергетична характеристика електричного поля; скалярна величина, що у кожній точці простору дорівнює потенціальній енергії розміщеного у цій точці одиничного позитивного заряду.

Напруженість і потенціал електричного поля пов'язані співвідношенням

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\varphi(\vec{r}) = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \frac{\partial\varphi}{\partial y}; \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right),$$

геометричний зміст якого полягає у тому, що вектор напруженості електричного поля в кожній точці простору напрямлений у бік найшвидшого спадання потенціалу поля у цій точці.

У випадку однорідного електричного поля зв'язок між $|\vec{E}|$ і φ спрощується:

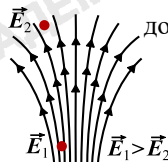
$$E = -\Delta\varphi/d = (\varphi_1 - \varphi_2)/d,$$

де d – відстань уздовж поля між точками з потенціалами φ_1 і φ_2 .

Зображення електричних полів. Стаціонарне електричне поле прийнято зображати за допомогою *силових ліній*.

Силова лінія (field line) – уявна лінія, напрямком дотичної до якої у кожній точці поля збігається з напрямком вектора напруженості поля $\vec{E}$ у цій точці.

Величина поля у заданій точці простору є пропорційною щільності силових ліній поблизу неї (аналогічно тому, як величина ухилу на топографічних картах пов'язана з щільністю горизонталей) (див. рис. 3.2).



Враховуючи, що напрямком вектора напруженості поля у точці за означенням збігається з напрямком руху розміщеного у ній пробного додатного заряду, силові лінії починаються на додатних зарядах і закінчуються на від'ємних зарядах (див. рис. 3.3 та 3.4).

Рис. 3.2. Силові лінії поля і його напруженість

Силові лінії не можуть замикатись самі на себе, перетинатись і обриватись.

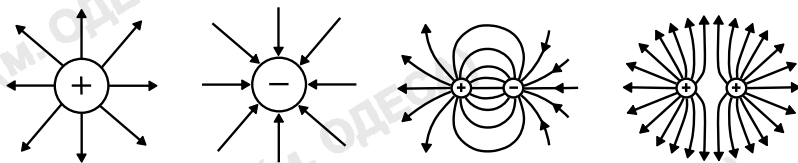


Рис. 3.3. Схематичні зображення електричних полів поодиноких точкових зарядів і пар точкових зарядів.

Напругою (voltage) U (В, вольт) між двома точками електричного поля називають різницю потенціалів поля у цих точках:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Точковий заряд q створює навколо себе сферично симетричне електричне поле, напруженість і потенціал якого на відстані r від заряду дорівнюють:

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^3} \vec{r} \quad \text{або} \quad E = k \frac{|q|}{r^2}, \quad \varphi = k \frac{q}{r}.$$

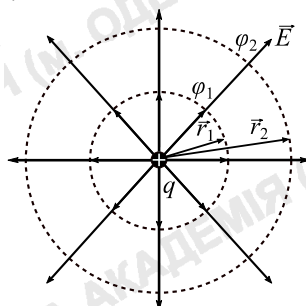


Рис. 3.4. Електричне поле точкового заряду

Потенціальна енергія W (Дж, джоуль) взаємодії двох точкових зарядів, розташованих на відстані r один від одного, дорівнює:

$$W = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r}.$$

Електричні поля систем точкових зарядів або заряджених тіл довільної форми визначаються за допомогою **принципу суперпозиції**, що є наслідком лінійності рівнянь, які описують електромагнітне поле у вакуумі:

*електричне поле системи зарядів,
дорівнює сумі електричних полів окремих зарядів цієї системи:*

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i(\vec{r}); \quad \varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\vec{r}),$$

де N – загальна кількість зарядів у системі, $\vec{E}_i(\vec{r})$ і $\varphi_i(\vec{r})$ – напруженість і потенціал поля, що створюються у точці $\vec{r}$ зарядом із номером i .

Згадаємо, що сила, з якою електричне поле діє на розміщений у ньому точковий заряд, визначається вектором напруженості поля у точці знаходження цього заряду: $\vec{F} = q\vec{E}$. Відповідно, з принципу суперпозиції випливає, що сила, з якою система точкових зарядів діє на пробний точковий заряд, дорівнює векторній сумі сил, що діють на нього, з боку кожного із зарядів системи:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i(\vec{r}).$$

Застосовуючи закон Кулона і принцип суперпозиції можна розрахувати електричні поля і потенціали тіл довільної форми та тіл з нерівномірним розподілом електричного заряду на їхній поверхні чи в їхньому об'ємі.

Найпростішими прикладами таких більш складних систем є нескінченно довга тонка нитка, нескінченна площина, куля і сфера (див. табл. 3.1).

Таблиця 3.1

Електричні поля однорідно заряджених модельних тіл

Однорідно заряджені тіла	Напруженість поля	Потенціал поля
Нескінченна нитка (r – відстань від нитки, λ – лінійна густина її заряду)	$E = 2k \frac{\lambda}{r}$	$\varphi = -2k\lambda \ln r + C$
Нескінченна площина (x – відстань від площини, σ – поверхнева густина її заряду)	$E = 2\pi k \sigma = \text{const}$	$\varphi = -2\pi k \sigma x + C$
Сфера радіуса R (r – відстань від центру сфери, q – її повний заряд)	$E = \begin{cases} k \frac{ q }{r^2}, & r > R \\ 0, & r < R \end{cases}$	$\varphi = \begin{cases} k \frac{q}{r}, & r > R \\ k \frac{q}{R}, & r < R \end{cases}$
Куля радіуса R (r – відстань від центру кулі, q – її повний заряд)	$E = \begin{cases} k \frac{ q }{r^2}, & r \geq R \\ k \frac{ q }{R^3} r, & r \leq R \end{cases}$	$\varphi = \begin{cases} k \frac{q}{r}, & r \geq R \\ kq \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right), & r \leq R \end{cases}$

Електричним диполем (*dipole*) називають систему двох різнойменних точкових зарядів рівної величини q , розташованих на фіксованій відстані l .

Дипольний момент $\vec{d}$ – фізична величина, що характеризує здатність електричного диполя взаємодіяти з зовнішнім електричним полем:

$$\vec{d} = q \vec{l},$$

де $\vec{l}$ – вектор, проведений з від'ємного заряду до додатного.

Сила, з якою зовнішнє електричне поле діє на електричний диполь, намагається розгорнути диполь таким чином, щоб його дипольний момент вишикувався уздовж силової лінії поля, на якій він знаходиться (рис. 3.5).

Потенціальна енергія диполя у зовнішньому електричному полі дорівнює

$$W = -(\vec{d}, \vec{E}) = -E d \cos \alpha.$$

Електричні диполі застосовують для моделювання поведінки як окремих молекул, так і складних систем зарядів чи тіл (наприклад, радіоантен).

Робота A (Дж) електростатичного поля по переміщенню заряду q між двома точками поля (з точки «1» у точку «2») дорівнює

$$A_{\text{поля}} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU.$$

Відповідно, *напруга* між двома точками поля дорівнює *роботі сил поля* з переміщення заряду $q = +1$ Кл між цими точками.

Важливою особливістю електростатичного поля є його **потенціальний характер**: *робота сил поля не залежить від траєкторії руху заряду і визначається лише різницею потенціалів початкової та кінцевої точок*.

Як наслідок, робота електростатичного поля з переміщення заряду по довільному замкненому контуру завжди дорівнює нулю (рис. 3.6), бо при цьому кінцева точка траєкторії збігається з початковою ($\varphi_1 = \varphi_2$).

Взагалі, будь-яке поле, робота сил якого не залежить від траєкторії руху тіла, на яке вони діють, називають *потенціальним* або *консервативним*.

Гравітаційне поле є ще одним яскравим прикладом консервативних полів.

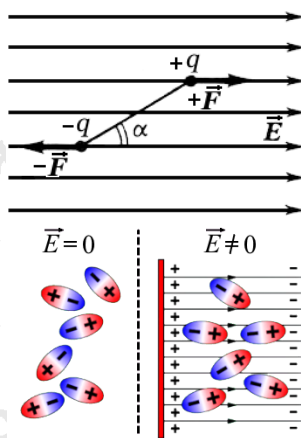
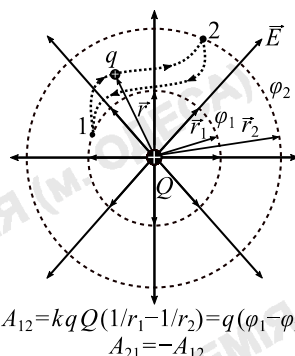


Рис. 3.5. Електричні диполі у зовнішньому електричному полі



$$A_{12} = kqQ(1/r_1 - 1/r_2) = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$A_{21} = -A_{12}$$

Рис. 3.6. Потенціальний характер електростатичного поля

Речовина в електричному полі

Речовина, з якої утворені всі оточуючі нас матеріальні тіла, складається з дрібних частинок – атомів, молекул та іонів, які у свою чергу складаються з трьох елементарних частинок – протонів і електронів (з позитивними та негативними зарядами) та нейтронів (які є електрично нейтральними).

Таким чином, навіть ті тіла, що для зовнішнього спостерігача виглядають незарядженими, складаються з величезної кількості заряджених частинок, більш-менш рівномірно розподілених в об'ємі тіла. Якщо сумарні величини позитивних і негативних зарядів є рівними, то тіло називають **електронейтральним**, а його повний електричний заряд дорівнює нулю.

Однак при внесенні тіла у зовнішнє електричне поле, між частинками, що складають тіло, і полем виникає електростатична взаємодія.

Реакція речовини на електричне поле істотно залежить від її внутрішньої будови, на основі чого речовини поділяють на *провідники* і *діелектрики*.

Провідники (*conductors*) – речовини, всередині яких за будь-яких температур наявні так звані **вільні носії електричного заряду** – заряджені частинки, що здатні вільно рухатися всередині речовини, проте не можуть її покинути. Як наслідок, провідники дуже добре пропускають крізь себе електричний струм і зазвичай добре проводять тепло.

Типовими провідниками є *метали* (роль вільних носіїв заряду в яких грають електрони) і *електроліти* (вільними носіями заряду в яких є іони).

Діелектрики (*insulators*) – речовини, концентрація вільних носіїв заряду всередині яких є нехтовно малою, внаслідок чого вони зазвичай є *ізоляторами* і не пропускають електричний струм. Діелектрики мають схильність до поляризації у зовнішньому електричному полі.

Типовими діелектриками є *гази, чисті рідини, стекла, кераміки, пластмаси*.

Зі зростанням температури концентрація вільних носіїв заряду в об'ємі твердого діелектрика починає зростати внаслідок вивільнення окремих електронів, які до цього були жорстко зв'язані з кристалічною ґраткою. Якщо цей процес стає достатньо помітним задовго до досягнення температури плавлення речовини (як правило, вже при кімнатних температурах), то такі речовини називають **напівпровідниками**. Бачимо, що всупереч своїй назві, за своїми властивостями напівпровідники є значно ближчими до діелектриків, ніж до провідників.

Напівпровідники (*semiconductors*) – речовини, в яких кількість вільних електронів прямує до нуля при низьких температурах, проте зростає разом зі зростанням температури та стає помітною при кімнатних температурах (тим не менш, навіть за дуже високих температур залишаючись у багато разів меншою, ніж у металів).

Окрім сильної температурної залежності концентрація вільних носіїв заряду у напівпровіднику змінюється у широкому діапазоні під впливом високої напруги, опромінення світлом та іонізуючим випромінюванням.

Напівпровідниками можуть бути як чисті речовини (наприклад, *кремній* і *германій*), так і хімічні сполуки (*арсенід галію*, *фосфід індію* та інші).

Надпровідники (*superconductors*) – речовини, що при дуже низьких температурах переходять до стану *надпровідності* – специфічного стану, в якому кристалічна гратка перестає заважати руху вільних носіїв заряду, внаслідок чого надпровідники мають нескінченно велику провідність.

Електрична провідність речовини (*electrical conductance*) σ (См, сіменс) – фізична величина, що показує, наскільки легко відбувається перенесення електричного заряду вільними носіями заряду в об'ємі речовини.

Як правило, метали мають значно вищу провідність, ніж напівпровідники, а провідність діелектриків зазвичай є практично нульовою.

Внаслідок того, що швидкість руху частинок, які складають речовину (в тому числі й вільних носіїв заряду), є обмеженою, реакція речовини на дію зовнішнього електричного поля не може бути миттєвою.

Однак при розв'язанні багатьох практичних задач впливом цього обмеження можна знехтувати (наприклад, якщо речовина потрапляє в електростатичне поле). У таких випадках зручним є застосування модельних понять *ідеального діелектрика* й *ідеального провідника*.

Ідеальний діелектрик – це уявний діелектрик, що має наступні властивості:

- вільні носії заряду повністю відсутні;
- електрична провідність дорівнює нулю;
- поляризація при потраплянні у зовнішнє поле відбувається миттєво.

Ідеальний провідник – уявний провідник, що має нескінченно велику електропровідність, і як наслідок:

- електричне поле не може існувати в ідеальному провіднику, оскільки воно б викликало переміщення зарядів, які компенсували б поле;
- вільні електричні заряди не можуть існувати всередині ідеальних провідників і зосереджуються на їхній поверхні;
- силові лінії електричного поля завжди є перпендикулярними до поверхні ідеального провідника.

За своїми характеристиками метали є дуже близькими до ідеального провідника, проте, через обмеженість швидкості руху вільних електронів змінне електричне поле проникає всередину металу лише на певну глибину (та зі зростанням частоти поля глибина його проникнення зменшується).

Провідники у зовнішньому електричному полі

При внесенні провідника у зовнішнє електричне поле $\vec{E}_0$ на вільні електрони провідника з боку поля починає діяти сила $\vec{F} = -|q_e| \vec{E}_0$, направлена протилежно до напруженості поля. Під дією цієї сили електрони починають зміщуватись і накопичуватись на одній частині провідника, де внаслідок цього виникає надлишок негативного заряду. Відповідно, на протилежній частині провідника виникає надлишок позитивного заряду. Між цими надлишковими зарядами виникає нове, *внутрішнє*, електричне поле $\vec{E}_{ind}$, напрямком якого є протилежним до напрямку зовнішнього поля.

Це явище називається **електростатичною індукцією** (або *електризацією провідника у зовнішньому полі*).

Впорядковане переміщення вільних електронів всередині провідника повністю припиняється, коли сумарна напруженість зовнішнього і внутрішнього полів в об'ємі провідника стає рівною нулю: $\vec{E}_{ind} + \vec{E}_0 = 0$.

Наслідками явища електростатичної індукції є (див. рисунок 3.7):

- напруженість електричного поля в усіх точках всередині провідника дорівнює нулю, а потенціал набуває сталого значення;
- заряди розміщуються лише на зовнішній поверхні провідника (як зарядженого, так і незарядженого);
- поверхнева густина зарядів на зовнішній поверхні провідника є пропорційною до кривизни його поверхні у кожній конкретній точці (найбільша кількість електронів знаходиться на виступах і вістрях);
- силові лінії поля входять у поверхню провідника під прямим кутом.

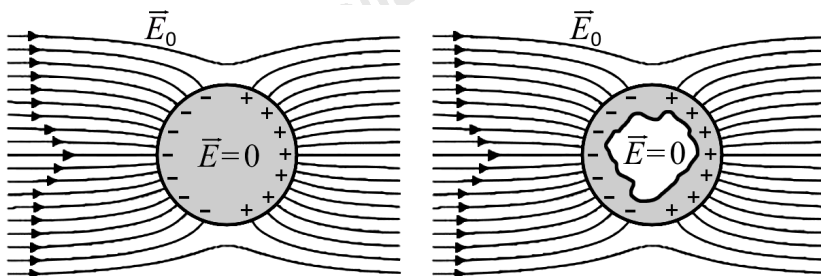


Рис. 3.7. Суцільний провідник і провідник з порожниною у зовнішньому полі

Якщо всередині провідника є порожнини, то накопичення зарядів на поверхнях цих порожнин ніколи не відбуватиметься, а поле всередині них завжди буде нульовим (рис. 3.7), що є основою **електростатичного захисту** чутливих до електричного поля приладів та об'єктів.

Якщо після внесення у зовнішнє поле провідник розрізати посередині таким чином, щоб позитивні заряди знаходилися з одного боку розрізу, а негативні – з іншого, ми отримаємо (навіть після вимкнення зовнішнього поля) два провідники з однаковими по величині та протилежними по знаку зарядами, що є прямим свідченням перерозподілу заряджених частинок всередині провідника.

При приведенні в контакт зарядженого і незарядженого провідників надлишковий заряд перерозподілиться між ними у деякій пропорції, зумовлений їх розмірами та формою.

У випадку *нестационарного* (змінного) зовнішнього поля повної його компенсації всередині провідника не відбувається внаслідок обмеженості швидкості руху його вільних електронів. Чим більшою є провідність речовини, тим швидше буде компенсуватися поле всередині нього.

Діелектрики у зовнішньому електричному полі.

На відміну від провідників у діелектриках відсутні заряджені частинки, що можуть вільно рухатись в об'ємі тіла. Відповідно, при розміщенні діелектрика у зовнішньому електричному полі описаний вище процес перерозподілу заряду є неможливим.

Проте, атоми і молекули, з яких складається речовина діелектрика, тим не менш, відчувають вплив зовнішнього електричного поля і відповідним чином реагують на нього – **поляризуються** – змінюють свій стан таким чином, щоб максимально знизити свою потенціальну енергію.

Деталі процесу поляризації діелектрика істотно залежать від хімічної будови частинок його речовини. Всі діелектрики можна поділити на два типи залежно від полярності атомів або молекул, що їх складають:

- **неполярні діелектрики** – атомарні речовини або речовини, молекули яких не мають власного дипольного моменту внаслідок внутрішньої симетрії розташування зарядів (*алмаз, кремній, керосин, бензол, молекулярні азот, водень і кисень, гелій та інші благородні гази*);
- **полярні діелектрики**, молекули яких мають власний дипольний момент внаслідок внутрішньої асиметрії розташування зарядів (*вода, поварена сіль, фторид літію, всі кислоти, полівінілхлорид*).

Ефективним методом захисту кабелів і електричних приладів від зовнішнього електричного поля є розміщення їх у клітці Фарадея – замкненій огорожі з хорошого провідника.

Стационарне електричне поле взагалі не потрапляє всередину такої клітки, а ефективність захисту від змінних полів і електромагнітних хвиль визначається провідністю матеріалу і товщиною суцільних стінок або розмірами комірок сітчастих стінок.

Лист металу товщиною біля 1 мм забезпечує хороше екранування Е-М хвиль з частотою >1 МГц.

При потрапінні у зовнішнє поле неполярного діелектрика ніякого переміщення великих частинок (атомів або молекул) всередині нього не відбувається. Проте, електрони всередині самих атомів або молекул дещо перерозподіляються таким чином, що атоми (молекули) перетворюються на диполі, розташовані уздовж електричного поля. Такий перерозподіл є дуже малим внаслідок того, що електричні поля всередині атомів (молекул) у багато разів перевищують звичайні зовнішні поля. Тому, на відміну, від провідників, зовнішнє поле всередині неполярного діелектрика лише дещо послаблюється, проте повністю не зникає (див. рисунок 3.8).

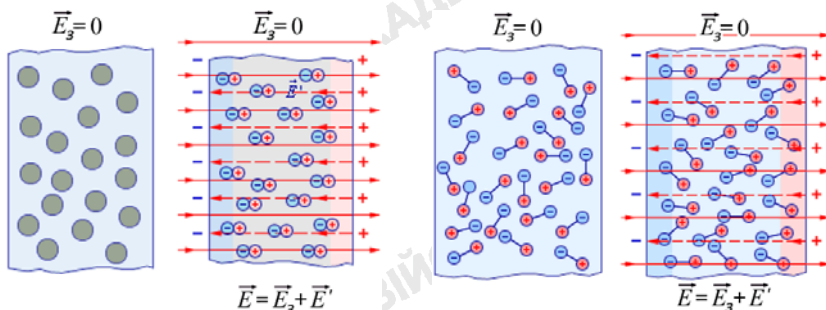


Рис. 3.8. Неполярний (ліворуч) і полярний (праворуч) діелектрики у зовнішньому стаціонарному електричному полі

У випадку полярних діелектриків окрім перерозподілу електронів всередині молекул відбувається ще й взаємодія зовнішнього поля із власними дипольними моментами молекул речовини – всі молекули дещо повертаються, намагаючись вишикувати свої дипольні моменти уздовж силових ліній поля. Внаслідок цього поверхня тіла, розташована у напрямку ходу силових ліній, виявляється позитивно зарядженою, а протилежний бік тіла, у який силові лінії зовнішнього поля входять, заряджається негативним зарядом. Однак внаслідок міжмолекулярної взаємодії та теплового руху молекул повного вишикування їх дипольних моментів уздовж поля не відбувається (рис. 3.8). Тобто, як і у випадку неполярних діелектриків, поле всередині полярного діелектрика повністю не зникає, а лише послаблюється (хоча і значно сильніше, ніж у неполярних).

Таким чином, в обох розглянутих випадках повної компенсації зовнішнього електричного поля всередині діелектрика не відбувається, а послаблення поля визначається характеристиками молекул речовини.

Відносна діелектрична проникність середовища $\epsilon = F_{\text{вакуум}}/F_{\text{середовища}}$ – безрозмірна величина, що характеризує послаблення зовнішнього електричного поля всередині середовища і показує, у скільки разів взаємодія між зарядами в однорідному середовищі (внаслідок його поляризації) є меншою, ніж у вакуумі.

Відносна діелектрична проникність полярних діелектриків зазвичай є вищою, ніж у неполярних; у напівпровідників – вищою, ніж у близьких за хімічним складом діелектриків; у металів – має дуже високі значення; а у ідеальних провідників – дорівнює нескінченності.

Зі зростанням щільності газів або пористих речовин (за незмінного хімічного складу) їх діелектрична проникність зазвичай збільшується.

Таблиця 3.2

Статична діелектрична проникність деяких речовин

Речовина	ϵ
Вакуум	1
Повітря	1.0005
Керосин	2.1
Папір	3

Речовина	ϵ
Гума	7
Метиловий спирт	30
Вода	80
Титанат барію	1200 – 10000

Діелектрична проникність речовини залежить не тільки від будови самої речовини, але й від частоти електричного поля, в якому вона знаходиться. Наприклад, при розташуванні чистої води у стаціонарному електричному полі $\epsilon_{в,0} \approx 80$, а при опроміненні її видимим світлом $\epsilon_{в} \approx 1.7$.

Діелектрична проникність прозорого діелектрика визначає його показник заломлення, а її частотна залежність – залежність показника заломлення від частоти світла – проявляється у вигляді явища *дисперсії світла*.

Приклад 3.1. Порошинка масою 1 мг із додатним електричним зарядом 1 нКл знаходиться у повітрі. На якій відстані під нею необхідно розмістити такий самий електричний заряд, щоб компенсувати силу тяжіння, що на неї діє?

Дано:

$$q_1 = q_2 = 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$m_1 = 10^{-6} \text{ кг}$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$$

$l - ?$

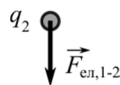
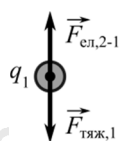
На порошинку діють дві основні сили:

- сила тяжіння $F_{\text{тяж}} = mg$;

- сила електростатичної взаємодії

$$F_{\text{ел}} = k \frac{q_1 q_2}{l^2}.$$

При цьому сила тяжіння напрямлена вниз, а електростатична сила – вгору



(бо додатковий заряд розташований під порошинкою, а заряди одного знаку відштовхуються один від одного).

Отже, щоб порошинка зависла на місці, дві вказані сили повинні врівноважити одна іншу. Для цього ці сили повинні бути рівними за величиною (враховуючи, що вони діють у протилежних напрямках):

$$F_{\text{тяж}} = F_{\text{ел}} \Rightarrow mg = k \frac{q_1 q_2}{l^2},$$

$$l = \sqrt{k \frac{q_1 q_2}{mg}} = \sqrt{9 \cdot 10^9 \frac{10^{-9} \cdot 10^{-9}}{10^{-6} \cdot 9.8}} \approx 0.03 \text{ м} = 3 \text{ см}.$$

Відповідь: $l \approx 3 \text{ см}$.

Контрольні питання

1. Що таке *електричні заряди*? Яких типів вони бувають?
2. Сформулюйте *закон Кулона* взаємодії електричних зарядів.
3. Поясніть поняття *електричне поле*.
4. Яким чином здійснюється графічне зображення електричних полів?
5. Що описують *напруженість* і *потенціал* електричного поля?
6. Як визначається *робота* електричного поля з переміщення поодинокого пробного заряду?
7. Що називають *електричним диполем*?
8. Поясніть поняття *провідник*, *діелектрик*, *напівпровідник*. У чому полягає відмінність між ними.
9. Поясніть різницю між процесами поляризації провідника і діелектрика.

Задачі для самостійного розв'язання

1. У скільки разів зміниться сила взаємодії двох точкових зарядів, якщо відстань між ними зменшити втричі?
Відповідь: зростає в 9 разів.
2. Як зміниться сила кулонівської взаємодії двох однакових металевих кульок, що мають заряди -2 мкКл і $+4 \text{ мкКл}$, розташованих на відстані 10 см , якщо їх привести у контакт, а потім знову рознести на 10 см ?
Відповідь: зменшиться у 8 разів
3. Напруженість електричного поля точкового заряду в т. A у 9 разів більша, ніж у т. B . У скільки разів відрізняються потенціали цих точок?
Відповідь: $\varphi_A/\varphi_B = 3$.
4. Визначте потенціал і напруженість електричного поля точкового заряду 36 нКл у точках, віддалених від нього на 9 і 18 см . Яку роботу виконає поле при переміщенні такого ж заряду з першої у другу точку?
*Відповідь: $\varphi_1 = 3600 \text{ В}$, $\varphi_2 = 1800 \text{ В}$,
 $E_1 = 4 \text{ кН/Кл}$, $E_2 = 10 \text{ кН/Кл}$, $A = 64.8 \text{ мкДж}$.*
5. Визначте напруженість електричного поля на відстані 12 см від поверхні зарядженої сфери діаметром 6 см , заряд якої дорівнює 3 нКл .
Відповідь: $E = 1200 \text{ В/м}$.
6. Протон, що влетів в однорідне електричне поле напруженістю 200 В/м паралельно до силових ліній поля, зупинився, подолавши шлях 40 см . Визначте початкову швидкість протона.
Відповідь: $v_0 = 124 \text{ км/с}$.
7. Два точкові заряди q_1 і q_2 розташовані на відстані r один від одного. Якщо відстань між ними зменшити на величину $\Delta r = 50 \text{ см}$, то сила взаємодії збільшиться у два рази. Визначте відстань r .
Відповідь: $r = 1.7 \text{ м}$.

3.2. Електрична ємність. Конденсатори

Ємність (*capacitance*) C (Ф, фарад) – скалярна величина, що характеризує здатність тіла накопичувати електричний заряд і дорівнює відношенню заряду q тіла до потенціалу φ , якого воно набуває внаслідок заряджання:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Ємність провідника залежить від його розмірів і форми. Чим більшими є розміри провідника, тим, зазвичай, вищою є його ємність. Це пов'язано з тим, що зі зростанням площі поверхні тіла (за умови, що вона є гладкою) збільшується й середня відстань між електричними зарядами, розташованими на ній, а їх відштовхування, відповідно, зменшується.

Ємність також залежить від середовища, в якому знаходиться провідник. Чим більшою є діелектрична проникність цього середовища, тим сильніше воно послаблює відштовхування зарядів і тим більшою є ємність тіла.

Ємність провідної кулі або сфери радіуса R дорівнює

$$C = \frac{R}{k},$$

де $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ – стала Кулона. Підставляючи у дану формулу конкретні числові значення можна побачити, що ємність поодинокі кулі є дуже малою (наприклад, ємність металевої кулі з радіусом рівним радіусу Землі дорівнювала б приблизно 700 мкФ).

Конденсатор (*capacitor*) – система з двох чи більше електродів (*обкладок*), розділених шаром діелектрика з товщиною, меншою за розмір обкладок. Така система має власну електричну ємність і здатна накопичувати та зберігати електричний заряд.

На відміну від поодиноких провідних тіл, які накопичують на своїй поверхні заряд лише одного знаку, конденсатор накопичує заряди одразу обох знаків – позитивний на одній з обкладок і негативний на іншій. Внаслідок цього, повний заряд конденсатора дорівнює нулю, а електричне поле накопичених зарядів сконцентовано всередині нього і є практично рівним нулю ззовні. Електростатична взаємодія (притягання) накопичених на обкладках зарядів дозволяє істотно збільшити ємність конденсатора порівняно з ємністю поодиноких тіл.

Ємність конденсатора дорівнює $C = \frac{q}{U}$,

де q – величина електричного заряду, що накопичується на кожній з обкладок конденсатора при напрузі U між ними.

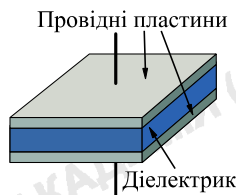


Рис. 3.9. Електричний конденсатор

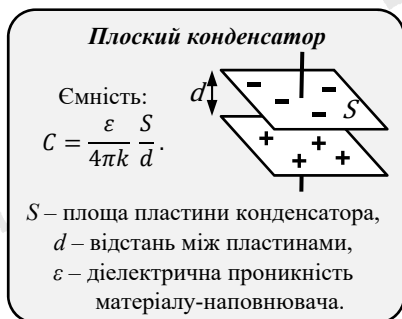
Накопичення зарядів на обкладках конденсатора призводить до підсилення їх кулонівської взаємодії і збільшення енергії цієї взаємодії – **енергії електричного поля** W , накопиченої конденсатором:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

де C – ємність конденсатора, q – накопичений ним заряд, U – напруга між його обкладками.

Конденсатори застосовуються для накопичення заряду та енергії з метою їх подальшого використання (наприклад у фотоспалахах, конденсаторних підризних машинках, гібридних транспортних засобах тощо), збереження інформації в оперативній пам'яті (DRAM) комп'ютерів, генерації та прийому сигналів у радіоантенах, побудови схем із частотно-залежними властивостями, обмеження сили змінного струму, а також у ролі ємнісних сенсорів (наприклад, у сенсорних екранах і різноманітних датчиках).

Конденсатори блокують протікання постійного струму (внаслідок розриву електричного ланцюга всередині конденсатору), проте добре пропускають змінний струму (внаслідок переполяризації обкладок).



Зазвичай конденсатори класифікують за будовою (*плоскі, циліндричні та сферичні*) і за видом діелектричного наповнювача (*вакуумні, повітряні, паперові, керамічні, тонкоплівкові, електролітичні* тощо).

Тип діелектричного наповнювача визначає (при фіксованій будові та геометричних розмірах) більшість параметрів конденсатора і можливі

сфери його застосування, а форму конденсатора зазвичай вибирають із міркувань зручності його розміщення у конкретному приладі.

Застосування багатошарових електродів складної форми та сучасних матеріалів дозволяє істотно збільшити ємність конденсаторів при збереженні їх відносно малих розмірів. Деякі конструкції конденсаторів дозволяють змінювати їх ємність прямо у процесі роботи (наприклад, для зміни частоти сигналу радіохвилі, що приймається радіоприймачем).

Основними параметрами конденсаторів є:

- **ємність**, яка характеризує здатність конденсатора накопичувати заряд і дорівнює заряду, що накопичується при напрузі між обкладками в 1 В; може залежати від температури (зазвичай знижується з її зростанням);

- **номінальна напруга** – робоча напруга конденсатора, при дотриманні якої він повинен відпрацювати вказаний термін своєї служби. Як правило, вона є у 3 – 10 разів меншою за напругу пробую конденсатора;
- **напруга пробую** – напруга, при перевищенні якої упродовж декількох секунд виникає пробій ізоляції конденсатора (тобто він розряджається);
- **питома ємність** – відношення ємності конденсатора до його об'єму чи маси, характеризує щільність накопичення енергії у конденсаторі;
- **тип діелектрика**, що заповнює конденсатор і перешкоджає протіканню постійного струму крізь нього;
- **електричний опір ізоляції** – опір конденсатора протіканню крізь нього постійного струму, в ідеалі має прямувати до нуля.

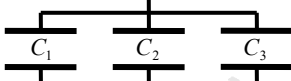
З'єднання конденсаторів у батареї

Для того, щоб досягти необхідних параметрів системи при розробці різноманітних приладів і обладнання, часто доводиться поєднувати декілька однакових чи різних конденсаторів у єдину батарею. Це дозволяє досягти значень ємності, номінальної напруги та накопичуваної енергії, необхідних для штатного функціонування приладу.

Правила, за якими обчислюються загальні значення параметрів батареї конденсаторів, отримуються на підставі закону збереження електричного заряду та потенціальності електричного поля.

Таблиця 3.3

Правила з'єднання конденсаторів у батареї

Вид з'єднання	Послідовне	Паралельне
Умовна схема		
Напруга U , В	$U_{\text{заг}} = U_1 + U_2 + U_3$ Падіння напруги на конденсаторах додаються	$U_{\text{заг}} = U_1 = U_2 = U_3$ Падіння напруги на всіх конденсаторах однакові
Заряд Q , Кл	$Q_{\text{заг}} = Q_1 = Q_2 = Q_3$ Заряди всіх конденсаторів однакові	$Q_{\text{заг}} = Q_1 + Q_2 + Q_3$ Повний заряд батареї дорівнює сумі зарядів всіх конденсаторів
Ємність C , Ф	$C_{\text{заг}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$ Обернені ємності додаються	$C_{\text{заг}} = C_1 + C_2 + C_3$ Повна ємність дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів

Конденсаторні підривні машинки

Конденсатори є ключовими елементами *конденсаторних підривних машинок* (КПМ), які використовуються для підриву електричних детонаторів. Окрім конденсаторів такі підривні машинки складаються з індуктора (малопотужного генератора змінного струму), трансформатора (що підвищує генеровану індуктором напругу), випрямляча (що перетворює змінний струм у постійний), лампочки-індикатора тощо.

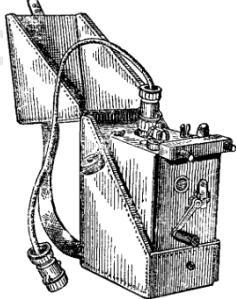


Рис. 3.10. КПМ-1

Принцип дії конденсаторної підривної машинки полягає у поступовому заряджанні конденсатора від індуктора з наступною миттєвою віддачею накопиченої енергії у зовнішню мережу.

При вставленні знімної рукоятки у машинку накопичувальний конденсатор від'єднується від розрядного опору, а обертання рукоятки автоматично призводить до замикання ланцюга між випрямлячем і конденсатором.

В результаті обертання рукоятки на індукторі генерується змінна напруга, яка підвищується трансформатором і подається на випрямляч. Випрямлений струм заряджає накопичувальний конденсатор.

При досягненні на конденсаторі заданого значення напруги (1500 В для КПМ-1) загоряється індикатор, який свідчить про готовність машинки. Після припинення обертання ручки автоматично розмикається ланцюг між випрямлячем і конденсатором, що унеможливує втрату заряду. Індикатор гасне, але конденсатор залишається зарядженим.

При натисканні кнопки ініціації вибуху напруга з конденсатора подається на вихідні контакти машинки (до яких має бути підключена електровибухова мережа) призводячи до спрацювання детонаторів.

Після виймання знімної рукоятки контакти конденсатора замикаються через розрядний опір, що дозволяє його безпечно розрядити у тому випадку, якщо з якоїсь причини заряд конденсатора не був використаний.

Приклад 3.2. Накопичувальний конденсатор у КПМ-2 має в 3 рази більшу ємність ніж у КПМ-1. На який з цих конденсаторів при зарядці треба подати більшу напругу (і у скільки разів), щоб вони накопичили однакову енергію?

Дано: $C_2 = 3C_1$ За умовою задачі $W_2 = W_1$, де $W_1 = C_1 U_1^2 / 2$ і $W_2 = C_2 U_2^2 / 2$ – енергії електричного поля, накопичені конденсаторами з КПМ-1 і КПМ-2 відповідно.
 $W_2 = W_1$

$U_1 / U_2 = ?$ Прирівнюючи вирази для W_1 та W_2 знайдемо відношення напруг:

$$\frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{C_2 U_2^2}{2} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \sqrt{3C_1 / C_1} = \sqrt{3} \approx 1.7.$$

Бачимо, що для зарядки до однакової енергії накопичувальних конденсаторів з КПМ-2 та КПМ-1, на останній потрібно подати у ≈ 1.7 разів вищу напругу.

Відповідь: На конденсатор з КПМ-1 потрібно подати у ≈ 1.7 вищу напругу.

Контрольні питання

1. Що описує *електрична ємність* тіла?
2. Які електротехнічні елементи називають *конденсаторами*?
3. Перелічіть основні види конденсаторів. Як розраховуються їх ємності?
4. Перелічіть та поясніть всі основні характеристики конденсатора.
5. Як визначити енергію зарядженого конденсатора?
6. Запишіть формули для визначання загальних напруги, заряду та ємності конденсаторів при послідовному та паралельному з'єднанні.
7. За якою формулою обчислюється ємність плоского конденсатора?
8. Коротко опишіть принцип дії *конденсаторної підривної машинки*.

Задачі для самостійного розв'язання

1. У скільки разів зміняться ємність, накопичена енергія, заряд та напруга між пластинами плоского повітряного конденсатора, якщо площу його пластин збільшити вдвічі, а відстань між ними – втричі зменшити?
Розгляньте наступні випадки:

- а) конденсатор під'єднаний до джерела постійної напруги;
- б) конденсатор від'єднаний від джерела напруги.

Відповідь: а) $C_2/C_1 = 6$; $W_2/W_1 = 6$; $q_2/q_1 = 6$; $U_2 = U_1$;

б) $C_2/C_1 = 6$; $W_2/W_1 = 1/6$; $q_2 = q_1$; $U_2/U_1 = 1/6$.

2. Обчисліть електроємність C плоского повітряного конденсатора з площею пластин $S = 100 \text{ см}^2$ та відстанню між ними $d = 2 \text{ мм}$. Чому дорівнюватиме заряд q кожної пластини, якщо конденсатор під'єднати до клем батареї з напругою $U = 24 \text{ В}$?

Відповідь: $C = 44 \text{ пФ}$; $q = 1.1 \text{ нКл}$.

3. До двох паралельно з'єднаних конденсаторів, ємність кожного з яких дорівнює C , приєднують послідовно конденсатор із ємністю $2C$. Чому дорівнюватиме загальна ємність отриманої батареї?

Відповідь: $C_{\text{заг}} = C$.

4. До двох послідовно з'єднаних конденсаторів, ємність кожного з яких дорівнює $2C$, приєднують паралельно конденсатор із ємністю C . Визначте загальну ємність отриманої батареї.

Відповідь: $C_{\text{заг}} = 2C$.

5. У скільки разів ємність батареї з N однакових паралельно з'єднаних конденсаторів відрізняється від ємності батареї з N таких самих конденсаторів, з'єднаних послідовно?

Відповідь: $C_{\text{пар}}/C_{\text{посл}} = N^2$.

6. Порошина масою 10^{-8} г висить між пластинами плоского повітряного конденсатора, до якого прикладена напруга у 5 кВ . Визначте заряд порошини, якщо відстань між пластинами конденсатора дорівнює 5 см .

Відповідь: $q = 9.8 \cdot 10^{-16} \text{ Кл}$.

3.3. Електричний струм

Постійний електричний струм

Електричний струм (*electric current*) – це процес упорядкованого руху електрично-заряджених частинок (*носіїв електричного заряду*) у просторі.

Залежно від типу провідної речовини, крізь яку протікає струм, роль вільних носіїв заряду можуть відігравати зовсім різні заряджені частинки: у металах – електрони, в електролітах – позитивні та негативні іони, в іонізованих газах – іони й електрони, у напівпровідниках – електрони і дірки.

Однак електричний струм може протікати не тільки у провідниках, але й у всіх відомих діелектричних середовищах: газах, чистих рідинах, твердих діелектриках, навіть у вакуумі. Це досягається шляхом внесення у ці середовища, якої б природи вони не були, вільних носіїв електричного заряду. Носії можуть як вноситися ззовні (особливо, у випадку вакууму), так і бути створені з уже наявних у речовині атомів і молекул шляхом іонізації (рідкі та тверді діелектрики, гази).

Постійний струм (*direct current, DC*) – електричний струм, параметри якого (*напрямок і сила струму*) не змінюється з часом. *Умовою існування* такого струму є наявність замкненого провідника і джерела струму.

Силою струму або просто **струмом** (*current*) I (А, ампер) називають скалярну фізичну величину, яка характеризує інтенсивність перенесення заряду через задану поверхню (зазвичай через поперечний переріз провідника) і чисельно дорівнює величині заряду, що протікає через цю поверхню за одиницю часу:

$$I = q/t,$$

де q – заряд, переміщений через переріз провідника за проміжок часу t .

Однак у більшості практичних ситуацій протікання струму в середовищі не є рівномірним. Тобто інтенсивність потоку зарядів у різних областях середовища (тіла) може сильно відрізнятися внаслідок зміни параметрів речовини середовища, особливостей геометрії тіла (наприклад, провідний дріт змінного діаметра) тощо. У таких випадках замість сили струму часто більш зручним є застосування поняття *густини струму*.



Густина струму $\vec{j}$ (А/м²) – векторна величина, що характеризує як інтенсивність, так і напрямок впорядкованого руху зарядів у околі даної точки середовища. Модуль вектора $\vec{j}$ дорівнює величині заряду, що протікає за одиницю часу через одиничну площадку, перпендикулярну напрямку струму в даній точці.

Середнє значення густини струму, що протікає крізь дрiт із площею поперечного перерізу S , дорівнює

$$j = \frac{q}{S t},$$

де q – величина заряду, що пройшов через переріз провідника за час t .

Електрична напруга або просто **напруга** (*voltage*) U (В, вольт) між двома точками простору дорівнює різниці потенціалів цих точок і визначає роботу електричного поля з переміщення електричного заряду величиною $+1$ Кл між цими точками:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}.$$

Робота електричного струму (A , Дж) визначається роботою електростатичного поля, яке цей струм створює.

Робота електричного поля дорівнює добутку прикладеної до провідника напруги U та заряду q , переміщеного через провідник під її дією. З іншого боку, за означенням сили струму, величина переміщеного заряду дорівнює добутку сили струму і тривалості його протікання. Тобто

$$A = qU = UI t.$$

Потужність електричного струму (*electric power*) (P , Вт) характеризує швидкість виконання роботи електричним струмом:

$$P = A/t = UI.$$

Протікання електричного струму крізь будь-яке середовище неодмінно супроводжується взаємодією вільних носіїв заряду з частинками цього середовища. Це призводить до втрати кінетичної енергії носіїв заряду та порушення упорядкованості їх руху, як наслідок – до перетворення енергії електричного струму у внутрішню енергію речовини середовища, тобто до його нагрівання.

Електричний опір (*electrical resistance*) R (Ом) характеризує здатність провідника перешкоджати протіканню крізь нього електричного струму та перетворювати енергію струму у теплову енергію.

Провідники, що мають істотний опір також називають резисторами.

Електрична провідність (*electrical conductance*) G (См, сіменс) – величина, що описує здатність провідника проводити електричний струм:

$$G = 1/R.$$

Питома електропровідність σ (См/м) це характеристика речовини чи матеріалу, яка описує його здатність проводити електричний струм і є обернено пропорційною до його питомого опору:

$$\sigma = 1/\rho.$$

Електричний опір однорідного провідника сталого поперечного перерізу S і довжини l визначається формулою

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де ρ – **питомий опір** – характеристика речовини (чи матеріалу), з якої виготовлений провідник, яка дорівнює опору провідника з довжиною 1 м і площею поперечного перерізу 1 м².

У практичних задачах замість питомого опору ρ часто застосовують погонний опір ρ_L (Ом/км) електричного проводу заданого поперечного перерізу S :

$$\rho_L = \rho/S, \quad R = \rho_L l.$$

Наприклад, 7-жильний мідний саперний провід СП-1 має погонний опір $\rho_L \approx 25$ Ом/км, а повний опір 4 км такого проводу становить 100 Ом.

Провідність і питомий опір матеріалу (речовини) визначаються його фізико-хімічними властивостями та внутрішньою будовою, а також можуть сильно залежати від таких зовнішніх параметрів, як температура, опромінення світлом, прикладена напруга тощо.

Питомий опір металів лінійно зростає зі зростанням температури T :

$$\rho(T) = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0)),$$

де α – температурний коефіцієнт опору, ρ_0 – питомий опір матеріалу за температури T_0 , які є табличними.

Питомий опір діелектриків і напівпровідників зменшується зі зростанням температури внаслідок збільшення концентрації вільних носіїв заряду.

Питомий опір електролітів зменшується зі зростанням їх температури внаслідок зростання рухливості іонів і збільшення ступеню дисоціації молекул (тобто збільшення кількості вільних носіїв електричного заряду).

Питомий опір газів також зменшується зі зростанням температури внаслідок підвищення рухливості вільних носіїв заряду.

За дуже низьких температур (біля декількох кельвінів) електричний опір деяких речовин раптово стає рівним нулю, що називають переходом у **надпровідний** стан, а речовину у цьому стані – **надпровідником**.

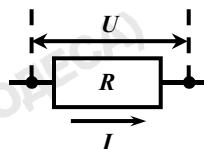
На відміну від звичайних провідників у надпровідниках не відбувається перетворення енергії електричного струму у внутрішню енергію речовини надпровідника. Як наслідок, постійний електричний струм, створений у замкненому надпровіднику, не потребує наявності джерела струму для підтримки свого існування.

При створенні між кінцями провідника різниці електричних потенціалів вільні носії заряду в ньому починають рухатись під дією електричного поля: позитивні заряди – у бік зменшення потенціалу, а негативні – у бік його збільшення. Сила струму, що при цьому виникає, зростає разом зі збільшенням прикладеної до провідника напруги. Графічну залежність $I(U)$ називають **вольт-амперною характеристикою** даного провідника.

Провідники, сила струму в яких пов'язана з прикладеною напругою лінійним законом, називають *омічними* провідниками, і для них завжди виконується **закон Ома**.

Закон Ома для ділянки кола: сила струму I є прямо пропорційною до напруги U , прикладеної до цієї ділянки кола, і обернено пропорційною до її опору R :

$$I = U/R.$$



Закон Ома для ділянки кола (у диференційному вигляді): густина струму $\vec{j}$ дорівнює добутку напруженості електричного поля $\vec{E}$, що викликає струм, і питомої провідності σ провідника:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Закон Джоуля-Ленца: за наявності струму в провіднику виконується робота на подолання сил електричного опору. Кількість теплоти що за час t виділяється у провіднику з опором R дорівнює:

$$Q = I^2 R t.$$

У *нерухомому омічному провіднику* (для якого виконується закон Ома) вся робота електричного струму йде на його нагрівання:

$$Q = A = UIt = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t.$$

Електрорушійна сила (ЕРС) (electromotive force) $\mathcal{E}$ (В, вольт) – характеристика джерела струму, що дорівнює роботі сторонніх сил з переміщення одиничного заряду між полюсами джерела струму.

Для протікання електричним колом струму необхідно, щоб у колі були елементи, які переміщують електричні заряди, збільшуючи їхню енергію. Сили, які виконують цю функцію називаються *сторонніми силами*. За своєю природою сторонні сили можуть мати різноманітну природу: хімічну (акумулятори), термоелектричну та можуть бути зумовлені явищем електромагнітної індукції (генератори електричного струму). Кожне джерело живлення характеризується своєю ЕРС і *внутрішнім опором*.

Внутрішній опір r (Ом) джерела струму – його власний електричний опір.

Закон Ома для повного кола: сила струму в повному колі, що окрім опору навантаження R має ще й джерело живлення з ЕРС $\mathcal{E}$ та власним внутрішнім опором r , визначається формулою

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Коефіцієнт корисної дії η електричного кола дорівнює відношенню потужності електричного струму на корисному навантаженні ($P_k = U_R \cdot I$) до повної потужності джерела струму ($P_n = \mathcal{E} \cdot I$):

$$\eta = \frac{P_k}{P_n} = \frac{U_R}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R + r}.$$

Максимальний ККД електричного кола досягається за умови, що внутрішній опір r джерела струму (і всі інші «паразитні» опори, такі як опори дрітів) є істотно меншим за опір корисного навантаження R : $r \ll R$.

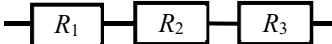
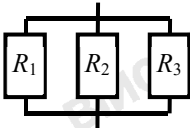
Максимальна корисна потужність джерела струму досягається за умови, що зовнішній опір R (корисне навантаження) дорівнює внутрішньому опору r джерела: $r = R$. Однак ККД кола при цьому становить лише 50%.

Розрахунок електричних ланцюгів.

Внаслідок того, що кожен з елементів електричного ланцюга має власний електричний опір, для визначення сили струму, що протікатиме крізь ланцюг, необхідно спершу визначити його загальний опір. Розподіл сили струму та падіння напруги на різних компонентах ланцюга визначаються як значеннями їх власних електричних опорів, так і параметрами інших елементів ланцюга та схемою їх поєднання в єдину систему.

Таблиця 3.4

Правила послідовного і паралельного з'єднань резисторів

Вид з'єднання	Послідовне	Паралельне
Умовна схема		
Напруга U , В	$U_{\text{заг}} = U_1 + U_2 + U_3$	$U_{\text{заг}} = U_1 = U_2 = U_3$
	Падіння напруги на резисторах додаються	Падіння напруги на всіх резисторах є однаковими
Сила струму I , А	$I_{\text{заг}} = I_1 = I_2 = I_3$	$I_{\text{заг}} = I_1 + I_2 + I_3$
	Сила струму скрізь однакова	Повна сила струму дорівнює сумі сил струмів крізь кожен резистор
Опір R , Ом	$R_{\text{заг}} = R_1 + R_2 + R_3$	$R_{\text{заг}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$
	Повний опір дорівнює сумі опорів окремих резисторів	Обернені опори додаються
Провідність σ , См	$\sigma_{\text{заг}} = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3}}$	$\sigma_{\text{заг}} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$
	Обернені провідності додаються	Повна провідність дорівнює сумі провідностей окремих резисторів

Дані правила також є корисними і при проектуванні нових схем, дозволяючи підібрати такі комбінації наявних електричних компонентів, що зможуть задовольнити поставлені до майбутнього приладу вимоги.

Для визначення загальних опорів окремих ділянок електричних схем, падінь напруги на всіх елементах ланцюга, а також сил струмів, що протікають крізь них, застосовують правила послідовного і паралельного з'єднань резисторів та, у більш складних випадках, правила Кірхгофа.

Послідовне та паралельне з'єднання джерел струму

Послідовне з'єднання:

- повна ЕРС кола дорівнює сумі ЕРС окремих джерел струму із урахуванням їх взаємного розташування. Якщо при обході контуру в обраному напрямку рух іде від від'ємного полюса батареї до додатного – її ЕРС вважається додатною, а у протилежному випадку – від'ємною;
- внутрішні опори джерел струму при послідовному з'єднанні додаються.

Паралельне з'єднання N однакових джерел струму, з'єднаних однойменними полюсами:

- повна ЕРС дорівнює ЕРС одного елементу;
- повний внутрішній опір батареї зменшується в N разів.

Правила Кірхгофа дозволяють записати систему алгебраїчних рівнянь, розв'язком якої можуть бути будь-які невідомі параметри (сили струму, опори або ЕРС) розгалуженого електричного кола постійного струму. Для знаходження m невідомих величин необхідно записати таку ж кількість незалежних рівнянь, частина з яких записується за першим правилом Кірхгофа, а інші – за другим правилом Кірхгофа. При цьому важливо, щоб усі обрані вузлові точки чи замкнені контури були *істотно різними* – тобто включали в себе хоча б один елемент, що не входить до інших, вже використаних вузлів чи замкнених контурів схеми.

Перше правило Кірхгофа (закон збереження електричного заряду):

алгебраїчна сума сил всіх струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю (струм, що втікає у вузол, береться з позитивним знаком, а струм, що витікає, – з негативним), тобто (n – кількість струмів, що сходяться у вузлі)

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0.$$

Друге правило Кірхгофа (закон збереження енергії в електричному колі):

у замкнутому контурі алгебраїчна сума спадів напруги на всіх його ділянках дорівнює алгебраїчній сумі всіх електрорушійних сил, тобто

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i,$$

де I_i та R_i – сили струму й активні опори на i -й ділянці; $\mathcal{E}_i$ – ЕРС i -го джерела струму на ділянці; n – кількість активних опорів у обраному замкнутому контурі; k – кількість джерел струму в контурі.

Умовно позитивними вважаються спади напруги та електрорушійні сили які у даному контурі відповідають чи сприяють струмам, що обходять контур за годинниковою стрілкою. Негативні спади напруги та електрорушійні сили пов'язані з протіканням струму у протилежному напрямку.

Електровибухові мережі (ланцюги)

Електровибуховою мережею (*electric-explosive (blasting) net (network)*) називається мережа проводів з приєднаними до них детонаторами.

У підривних роботах, як правило, застосовується саперний провід з ізолюваною мідною жилою. При нестачі саперного проводу допускається використання телефонних кабелів, електроосвітлювальних проводів тощо.

Таблиця 3.5

Значення погонного опору ρ_L (на 1 км довжини)

Тип проводу		Кількість жил	Опір жили на 1 км довжини ρ_L , Ом/км
Саперні проводи	Одножильний саперний провід СП-1	1	25
	Двожильний саперний провід СП-2	2	25
	Одножильний саперний провід СПП-1	1	37.5
	Двожильний саперний провід СПП-2	2	37.5
Інші види проводів	Мідний телефонний провід	2	65
	Мідний провід для промислових підривних робіт	1	40

Шляхом поєднання жил на кінцях проводу двожильні проводи можуть бути застосовані як одножильні з удвічі меншим опором (відповідно до правил паралельного з'єднання провідників за умови цілісності обох жил).

При застосуванні нестандартних проводів або проводів з невідомих матеріалів необхідно проводити пряме вимірювання їх опорів.

Проводи, що йдуть від джерела струму до місць розташування зарядів, називаються *магістральними*. А проводи, що розташовані між зарядами та поєднують електродетонатори між собою, називаються *ділянковими*.

В електровибухових мережах застосовують **послідовне, паралельно-пучкове, змішане і попарно-паралельне** з'єднання електродетонаторів.

Послідовне та попарно-паралельні з'єднання доцільно застосовувати при наявності джерел струму, що створюють високу напругу при малому струмі.

Паралельне з'єднання електродетонаторів застосовують з джерелами струму низької напруги (наприклад, акумуляторах), здатних створювати достатньо великий струм.

Змішане з'єднання використовують при наявності джерел, що забезпечують великі сили струму при високій напрузі.

Метою розрахунку електровибухового ланцюга (ЕВЛ) є визначення його повного опору, а також необхідних величин сили струму та напруги, які повинно забезпечувати джерело струму для надійного спрацювання всіх електродетонаторів.

Розрахунок повного опору електровибухового ланцюга проводиться за стандартними правилами послідовного та паралельного з'єднання опорів із використанням закону Ома. При цьому враховуються не тільки опори детонаторів та джерела струму, але й опори всіх проводів.

Розрахунок ЕВЛ з послідовним з'єднанням детонаторів

Повний опір контуру дорівнює сумі опорів всіх детонаторів та проводів:

$$R_{\text{заг}} = r_{\text{м}} + r_{\text{діл}} + n r_{\text{д}},$$

де $r_{\text{м}}$ – повний опір магістральних проводів,

$r_{\text{діл}}$ – повний опір ділянкових проводів,

$r_{\text{д}}$ – опір одного детонатора,

n – кількість детонаторів.

Сила струму на кожному детонаторі дорівнює загальній силі струму

$$I_{\text{д}} = I_{\text{заг}},$$

а напруга – добутку сили струму на опір детонатора: $U_{\text{д}} = I_{\text{д}} r_{\text{д}}$.

Таким чином, необхідна напруга джерела живлення дорівнює

$$U_{\text{заг}} = I_{\text{д}} R_{\text{заг}},$$

де $I_{\text{д}}$ – сила струму, необхідна для спрацювання детонатора.

Розрахунок ЕВЛ з послідовним з'єднанням груп попарно-паралельно з'єднаних детонаторів

Повний опір контуру наближено дорівнює сумі опорів всіх пар детонаторів та проводів:

$$R_{\text{заг}} = r_{\text{м}} + r_{\text{діл}} + n_2 \frac{r_{\text{д}}}{2},$$

де $r_{\text{м}}$ – повний опір магістральних проводів,

$r_{\text{діл}}$ – повний опір ділянкових проводів,

$r_{\text{д}}$ – опір одного детонатора,

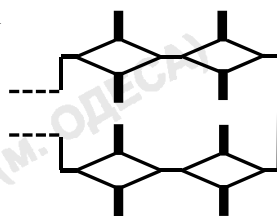
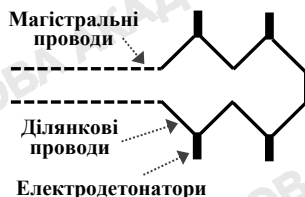
n_2 – кількість **пар** детонаторів.

Сила струму на кожному детонаторі дорівнює половині загальної сили струму в контурі $I_{\text{д}} = I_{\text{заг}}/2$, а напруга – добутку сили струму крізь детонатор і опору детонатора: $U_{\text{д}} = I_{\text{д}} r_{\text{д}} = I_{\text{заг}} r_{\text{д}}/2$.

Таким чином, необхідна напруга джерела живлення дорівнює

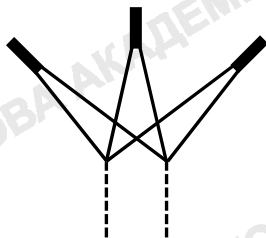
$$U_{\text{заг}} = 2 I_{\text{д}} R_{\text{заг}},$$

де $I_{\text{д}}$ – сила струму, необхідна для спрацювання детонатора.



Розрахунок ЕВЛ з паралельно-пучковим з'єднанням детонаторів

Якщо опори окремих гілок (включаючи як ділянкові проводи так і детонатори) є приблизно однаковими, то струми, що проходять крізь різні детонатори, будуть приблизно однаковими, а загальний струм в магістральних дротах дорівнюватиме



$$I_{\text{заг}} = n I_{\text{д}},$$

де n – число гілок ланцюга;

$I_{\text{д}}$ – сила струму, необхідна для спрацювання кожного детонатора.

Загальний опір ланцюга дорівнює

$$R_{\text{заг}} = r_{\text{м}} + \frac{r_{\text{діл},1} + r_{\text{д}}}{n},$$

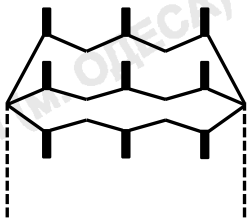
де $r_{\text{м}}$ – повний опір магістральних проводів, $r_{\text{д}}$ – опір одного детонатора;

$r_{\text{діл},1}$ – опір ділянкових проводів однієї гілки.

Необхідна напруга джерела живлення дорівнює $U_{\text{заг}} = n I_{\text{д}} R_{\text{заг}}$,

Розрахунок ЕВЛ зі змішаним з'єднанням детонаторів

Якщо всі гілки ланцюга містять однакове число m послідовно поєднаних детонаторів, а сумарні довжини ділянкових дротів у гілках є приблизно рівними, то й струми у гілках також будуть приблизно рівними між собою. Загальний струм крізь всі n гілок дорівнює сумі окремих струмів:



$$I_{\text{заг}} = n I_{\text{д}}.$$

Загальний опір ланцюга дорівнює

$$R_{\text{заг}} = r_{\text{м}} + \frac{r_{\text{діл},1} + m r_{\text{д}}}{n},$$

де $r_{\text{м}}$ – повний опір магістральних проводів,

$r_{\text{діл},1}$ – опір ділянкових проводів однієї гілки,

$r_{\text{д}}$ – опір одного детонатора.

Необхідна напруга джерела живлення дорівнює $U_{\text{заг}} = n I_{\text{д}} R_{\text{заг}}$.

Приклад 3.3. Електровибухова мережа складається з 12 детонаторів, що поєднані ланцюгом з попарно-паралельною топологією (див. рис. 3.11) Обчисліть повний опір і параметри напруги та сили струму, які повинно забезпечувати джерело для підриву детонаторів, якщо опір кожного детонатора дорівнює $r_{\text{д}} = 2.5$ Ом, а розрахункова сила струму, необхідна для надійного спрацювання окремого детонатора, становить $I_{\text{д}} = 1$ А. Довжина кожного з магістральних проводів дорівнює 500 м. Сумарна довжина ділянкових проводів між паралельно поєднаними ділянками кола дорівнює 300 м, довжина проводів на кожній з паралельно поєднаних гілок дорівнює 20 м. Використовується саперний провід СП-1 з погонним опором 25 Ом/км, внутрішній опір джерела струму дорівнює 10 Ом.

Дано:

$$r_d = 2.5 \text{ Ом}$$

$$I_d = 1 \text{ А}$$

$$L_m = 500 \text{ м} = 0.5 \text{ км}$$

$$L_{д\text{іл}} = 300 \text{ м} = 0.3 \text{ км}$$

$$L_{г\text{іл}} = 20 \text{ м} = 0.02 \text{ км}$$

$$\rho_L = 25 \text{ Ом/км}$$

$$r_{дж} = 10 \text{ Ом}$$

$$R_{заг}, I_{заг}, \varepsilon_{дж} - ?$$

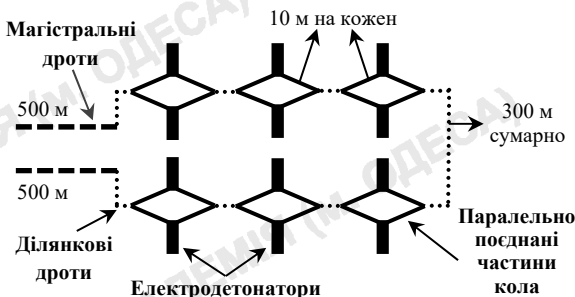


Рис. 3.11. Схема електровибухової мережі

Обчислимо спочатку опір кожної з паралельно поєднаних ділянок (всього 12, поєднані попарно-паралельно).

Кожна з цих гілок складається з проводу довжиною $L_{г\text{іл}}$ з погонним опором ρ_L та одного детонатору з розрахунковим опором r_d поєднаних послідовно між собою. Відповідно, сумарний опір гілки $r_{г\text{іл}}$ дорівнює:

$$r_{г\text{іл}} = L_{г\text{іл}} \rho_L + r_d = 0.02 \cdot 25 + 2.5 = 3 \text{ Ом.}$$

Як відомо, при паралельному з'єднанні m однакових опорів сумарний опір зменшується в m раз. Тобто опір кожної з попарно-паралельно поєднаних гілок дорівнює

$$r_{п,1} = \frac{r_{г\text{іл}}}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ Ом.}$$

Опори всіх зазначених ділянок при їх послідовному поєднанні додаються, відповідно, їх сумарний опір дорівнює

$$r_{п} = 6 r_{п,1} = 6 \cdot 1.5 = 9 \text{ Ом.}$$

Окрім обчисленого опору $r_{п}$ ділянок з паралельно з'єднаними детонаторами треба врахувати опір магістральних дротів r_m та опір ділянкових дротів $r_{д\text{іл}}$, які поєднують паралельно поєднані частини кола. Всі ці елементи кола поєднані між собою послідовно, тому їх опори додаються:

$$R_{заг} = r_m + r_{д\text{іл}} + r_{п} = 2 L_m \rho_L + L_{д\text{іл}} \cdot \rho_L + r_{п},$$

$$R_{заг} = 2 \cdot 0.5 \cdot 25 + 0.3 \cdot 25 + 9 = 41.5 \text{ Ом.}$$

З іншого боку, за наведеною вище простою формулою для загального опору ЕВЛ з попарно-паралельним з'єднанням детонаторів маємо

$$R_{заг} = r_m + r_{д\text{іл}} + n_2 \frac{r_d}{2} = 2 \cdot 0.5 \cdot 25 + 0.3 \cdot 25 + 6 \frac{2.5}{2} = 40 \text{ Ом.}$$

Бачимо, що останнє значення опору є трошки меншим за обчислене вище. Причиною цієї неточності є нехтування опорами ділянкових дротів на паралельно поєднаних ділянках, що є припустимим внаслідок їх малої довжини.

Тепер визначимо значення необхідної загальної сили струму в контурі та мінімально необхідне ЕРС джерела струму для підриву детонаторів.

Сила струму I_d , необхідна для підриву кожного з детонаторів, дорівнює 1 А. При паралельному поєднанні дротів загальна сила струму в контурі дорівнює сумі струмів у всіх паралельно поєднаних гілках. Відповідно, для досягнення сили струму в 1 А на кожному з детонаторів необхідно, щоб повна сила струму в даному електровибуховому ланцюзі дорівнювала

$$I_{\text{заг}} = 2 I_d = 2 \text{ А.}$$

ЕРС $\mathcal{E}_{\text{дж}}$ джерела струму, необхідна для забезпечення в електричному колі заданої сили струму, визначається з закону Ома для повного кола:

$$I_{\text{заг}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{дж}}}{R_{\text{заг}} + r_{\text{дж}}} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{дж}} = I_{\text{заг}} \cdot (R_{\text{заг}} + r_{\text{дж}}),$$

де $r_{\text{дж}}$ – внутрішній опір джерела струму. Отже

$$\mathcal{E}_{\text{дж}} = 2 \cdot (41.5 + 10) = 103 \text{ В.}$$

При цьому напруга U_d на кожному конкретному детонаторі становитиме

$$U_d = I_d r_d = 2.5 \text{ В.}$$

Відповідь: $R_{\text{заг}} = 41.5 \text{ Ом}$; $I_{\text{заг}} = 2 \text{ А}$; $\mathcal{E}_{\text{дж}} = 103 \text{ В}$.

Електричний струм у різних середовищах

Зовнішня контактна різниця потенціалів. Якщо два сполучені між собою металічні провідники зігнути підковою, то завдяки заряду, що виникає при контакті, між провідниками існуватиме електричне поле. Точки зовнішньої поверхні провідників матимуть різні потенціали, різницю яких і називають зовнішньою контактною різницею потенціалів. Вона визначається різницею робіт виходу електронів A_1 і A_2 з цих металів:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{A_1 - A_2}{q_e}.$$

Явище контактної різниці потенціалів відкрив у 1797 році Алессандро Вольта, що стало основою для винаходу Вольтового стовпа – першого гальванічного джерела струму.

Термоелектричні явища – ряд явищ, які пов’язують між собою електричний струм і потоки тепла в речовинах і контактах між ними.

Область фізики, що вивчає ці явища, називається **термоелектрикою**.

До термоелектричних явищ належать:

- **ефект Зеебека** – явище виникнення електрорушійної сили між двома контактами різних провідників, які перебувають при різних температурах;
- **ефект Пельтьє** – нагрівання чи охолодження контакту двох провідників при проходженні через нього електричного струму;
- **ефект Томсона** – виділення або поглинання тепла при проходженні електричного струму через неоднорідно нагрітий провідник.

Термоелектричні явища широко використовуються в техніці. Термопари застосовуються для вимірювання температури, а також для прямого перетворення тепла в електрику в тих випадках, коли доцільно уникнути рухомих деталей (наприклад, у космосі). Поглинання тепла при проходженні електричного струму через контакт використовується в холодильниках, кондиціонерах системах охолодження тощо.

Діоди (*diode*) – електричні прилади з двома електродами, що пропускають електричний струм лише в одному напрямку. Застосовуються у радіотехніці, електроніці, енергетиці та інших галузях, переважно для випрямлення змінного електричного струму, детектування, перетворення та помноження частоти, а також для перемикання електричних кіл.

Електричний струм в рідинах

Електролізом (*electrolysis*) називають процес розкладу складних хімічних речовин на компоненти завдяки протіканню крізь розчин чи розплав речовини постійного електричного струму, який стимулює інакше невідбувну хімічну реакцію. Продукти реакції виділяються на електродах.

Не всі чисті рідини проводять електричний струм, проте при розчиненні у них відповідних речовин всі вони можуть стати провідними. Так, провідниками електричному струму є значна частина розплавів з'єднань металів; розчини різних солей, кислот, і основ у воді; розчини деяких солей в органічних та неорганічних розчинниках тощо.

Чиста вода і чисті органічні рідини (бензин, керосин, етанол тощо) не проводять струм внаслідок відсутності у них вільних носіїв електричного заряду. Проте, розчин хлориду натрію (повареної солі) у воді є непоганим провідником. Причиною цього є дисоціація іонного кристалу повареної солі на негативні іони хлору Cl^- та позитивні іони натрію Na^+ , які можуть вільно рухатись в об'ємі води під дією електричного поля. Іони натрію рухаються до катоду, нейтралізуються на ньому, забираючи електрон, і осідають у вигляді металевого шару (тверда фаза). Іони хлору дифундують до аноду, нейтралізуються, віддаючи зайві електрони, та виділяються у вигляді молекул Cl_2 (газова фаза).

Розчини, здатні проводити струм внаслідок дисоціації молекул на іони, називають **електролітами**.

Носіями електричного струму в електролітах є лише позитивні та негативні іони. Вільні електрони не можуть довго існувати в рідинах через те, що швидко захоплюються зустрічними атомами з утворенням негативних іонів. Негативні іони рухаються до аноду, позитивні – до катоду. При цьому при протіканні в електролітах струму відбувається перенос як заряду, так і речовини, яка виділяється у твердому чи газоподібному стані на поверхнях електродів.

Закони Фарадея:

Перший закон електролізу: маса m речовини, що виділяється на електроді при електролізі, прямо пропорційна величині заряду q , що переданий на цей електрод (k – електрохімічний еквівалент речовини):

$$m = kq.$$

Другий закон електролізу: для даної величини заряду маса хімічного елементу, виділеного на електроді, прямо пропорційна *еквівалентній масі* цього елементу. *Еквівалентна маса* – молярна маса елементу поділена на його валентне число (заряд в одиницях заряду електрона).

Маса m речовини, що виділяється на електроді при електролізі, дорівнює

$$m = \frac{Mq}{q_e N_A z} = \frac{Mq}{Fz},$$

де $F = q_e N_A = 96485$ Кл/моль – стала Фарадея, M – молярна маса відповідного хімічного елемента.

Зіставивши наведені вище формули можна побачити, що електрохімічний еквівалент речовини визначається параметрами її іонів:

$$k = \frac{M}{Fz}.$$

Застосування електролізу

Електроліз широко застосовується у різних галузях промисловості. У хімічній промисловості шляхом електролізу одержують такі важливі продукти, як хлор і лужні метали, хлорати й перхлорати, перманганат калію, органічні сполуки, хімічно чисті водень, кисень, фтор і ряд інших цінних елементів.

У кольоровій металургії електроліз використовується для рафінування металів – вилучення металів з руд. Метали, які не можуть бути виділені з водних розчинів (алюміній, магній, цирконій, титан, уран, берилій), отримують за допомогою електролізу розплавлених солей цих металів, у тому числі зі спеціальними добавками, що знижують температуру плавлення солі або підвищують її електропровідність.

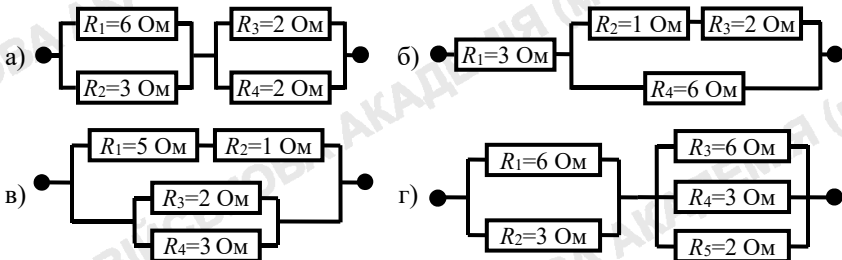
Електроліз також застосовують у багатьох галузях машинобудування, радіотехніки, електронної і поліграфічної промисловості для створення тонких плівок точно заданої товщини чи нанесення тонких покриттів на поверхню виробів для захисту від корозії або покращення декоративних властивостей (*гальваностегія*), а також для виготовлення металевих форм чи копій предметів (*гальванопластика*). Окрім цього за допомогою електролізу видаляють іржу з поверхонь залізних та сталевих об'єктів.

Контрольні питання

1. Що таке *електричний струм*? Якими параметрами він описується?
2. В яких середовищах може протікати електричний струм?
3. Дайте означення *сили струму* і *напруги*. В яких одиницях вони вимірюються?
4. Що таке *електричний опір* провідника? Від чого він залежить?
5. Дайте означення *роботи та потужності* електричного струму.
6. Сформулюйте закон Джоуля-Ленца.
7. Що таке *електрорушійна сила* та *внутрішній опір* джерела струму?
8. Сформулюйте закон Ома для ділянки та повного електричного кола.
9. Сформулюйте правила послідовного і паралельного з'єднання опорів.
10. Поясніть призначення та загальну будову *електровибухових мереж*.
11. Які основні конфігурації електровибухових мереж виділяють?
12. У яких середовищах, окрім металів, може протікати електричний струм?
13. Який процес називають *електролізом*? Для чого він застосовується?
14. Сформулюйте закони Фарадея для електролізу.
15. Які електричні прилади називають *діодами*?
16. Які явища називають *термоелектричними явищами*? Наведіть приклади їх практичного застосування.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Обчисліть опір саперного дроту СПП-1 довжиною 400 м.
Відповідь: $R = 15 \text{ Ом}$.
2. Обчисліть повний опір саперного дроту СП-2 довжиною 800 м, якщо його жили з'єднані паралельно.
Відповідь: $R = 10 \text{ Ом}$.
3. Визначте опір 1 км жили мідного телефонного проводу з площею поперечного перерізу 0.6 мм^2 та питомим опором $\rho \approx 2.1 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.
Відповідь: $R = 35 \text{ Ом}$.
4. Визначте загальні опори наведених електричних ланцюгів.



Відповідь: а) $R_{\text{заг}} = 3 \text{ Ом}$; б) $R_{\text{заг}} = 5 \text{ Ом}$; в) $R_{\text{заг}} = 1 \text{ Ом}$; г) $R_{\text{заг}} = 3 \text{ Ом}$.

5. При якому опорі корисного навантаження струм у колі становитиме 4 А, якщо струм короткого замикання джерела з ЕРС 18 В дорівнює 36 А.
Відповідь: $R = 4 \text{ В}$.
6. Джерело струму з ЕРС 250 В та внутрішнім опором 1 Ом замкнене на нагрівач з опором 24 Ом. Визначте корисну потужність і ККД системи.
Відповідь: $P_{\text{кор}} = 2.4 \text{ кВт}$; $\eta = 96\%$.
7. Визначте ККД електричного кола, якщо ЕРС джерела струму дорівнює 20 В і при корисному навантаженні з опором 3 Ом сила струму в колі становить 4 А. При якому значенні зовнішнього опору ККД сягне 99%?
Відповідь: $\eta = 60\%$; $R_{99\%} = 198 \text{ Ом}$.
8. Визначте ЕРС і внутрішній опір джерела струму, якщо при під'єднанні до нього лампи з опором 20 Ом струм у колі дорівнює 3 А, а при заміні лампи резистором з опором 40 Ом струм спадає до 1.8 А.
Відповідь: $\mathcal{E} = 90 \text{ В}$; $r = 10 \text{ Ом}$.
9. Дві групи з трьох послідовно з'єднаних елементів живлення з'єднані паралельно. ЕРС кожного елемента становить 1.5 В, а внутрішній опір дорівнює 0.2 Ом. Визначте загальну ЕРС батареї і силу струму у зовнішньому колі при замиканні батареї на лампу з опором 2.7 Ом.
Відповідь: $\mathcal{E} = 4.5 \text{ В}$; $I = 1.5 \text{ А}$.
10. Визначте час, протягом якого акумуляторна батарея ємністю 6 А·год зможе жити три світлодіодних світильника потужністю 12 Вт і номінальною напругою 12 В, з'єднаних паралельно.
Відповідь: $t = 2 \text{ год}$.
11. Електричний детонатор з опором 2 Ом спрацює при протіканні по ньому електричного струму силою 0.7 А. Чи спрацює даний детонатор від звичайної сольової пальчикової батарейки ($\mathcal{E} = 1.5 \text{ В}$; $r = 0.6 \text{ Ом}$)?
Відповідь: *не спрацює*.
12. На якій максимальній відстані від джерела струму з ЕРС 16 В можна встановити вибуховий пристрій, мінімальна сила струму надійного спрацювання детонатора якого становить 0.7 А, якщо опір детонатора дорівнює 2.5 Ом? Внутрішній опір джерела струму 0.8 Ом, погонний опір дротів, що поєднують його з вибуховим пристроєм, 65 Ом/км.
Відповідь: $L_{\text{max}} = 300 \text{ м}$.
13. Електровибухова мережа складається з магістральних проводів СП-1 завдовжки 400 м (в обидві боки) та з 3 паралельних гілок. Кожна гілка складається з проводу довжиною 20 м та одного електродетонатора з опором $r_d = 2.5 \text{ Ом}$. Для надійного спрацювання окремого детонатора необхідна сила струму $I_d = 0.5 \text{ А}$. Визначте загальний опір мережи та необхідну для її спрацювання напругу на затискачах джерела струму.
Відповідь: $R_{\text{зар}} = 11 \text{ Ом}$; $U_{\text{зар}} = 16.5 \text{ В}$.

3.4. Магнітне поле

Магнітне поле у вакуумі

Магнітне поле (*magnetic field*) – векторне поле, що описує взаємодію між рухомими електрично-зарядженими об'єктами, електричними струмами, магнітами та елементарними частинками зі спіном.

Магнітне поле виникає навколо електричних зарядів, що рухаються, та завжди оточує постійні магніти і провідники з електричним струмом.

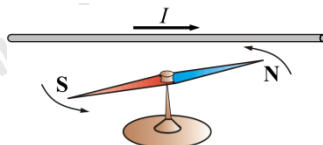


Рис. 3.12. Магнітна стрілка поруч з провідником зі струмом

Магнітне поле описується наступними спорідненими векторними величинами.

Магнітна індукція $\vec{B}$ (Тл, тесла) є силовою характеристикою магнітного поля (аналогічно вектору напруженості електричного поля) та описує сумарне магнітне поле у даній точці простору.

За напрямком вектора магнітної індукції поля обирають напрямок від південного до північного полюсу магнітної стрілки, що вільно встановилася у магнітному полі.

Напруженість магнітного поля $\vec{H}$ (А/м) – характеристика поля, що не враховує вплив магнітного поля, створеного намагніченою речовиною, і допомагає описувати магнітне поле за її наявності.

Вектори $\vec{B}$ і $\vec{H}$ пов'язані між собою наступним чином:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu (\vec{H} + \vec{j}),$$

де $\vec{j}$ – вектор намагніченості середовища, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А² – магнітна проникність вакууму, μ – відносна магнітна проникність середовища.

У вакуумі ($\mu = 1$, $\vec{j} = 0$) цей зв'язок дещо спрощується:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

У природі **не існує магнітних зарядів**.

Всі магніти (об'єкти, що створюють магнітне поле) мають два полюси:

- *північний* (N) – лінії магнітної індукції виходять з нього;
- *південний* (S) – лінії магнітної індукції входять до нього.

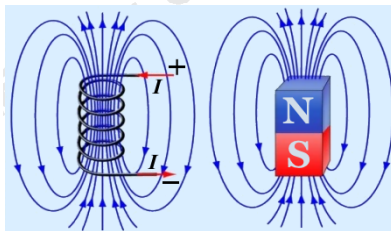


Рис. 3.13. Магнітне поле котушки зі струмом і постійного магніту

Лінії магнітної індукції завжди замкнені (рис. 3.13).

Принцип суперпозиції магнітних полів: магнітне поле, утворене різними провідниками зі струмом або різними ділянками одного провідника, дорівнює векторній сумі полів, створених цими струмами або ділянками:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots$$

Сила, що діє на частинку або струм з боку системи струмів (або інших рухомих частинок), дорівнює векторній сумі сил, що діють на неї з боку кожного з цих струмів (або частинок), ніби інших, окрім нього, нема:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

Магнітне поле струмів різної конфігурації

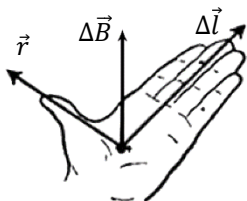


Рис. 3.14. Правило лівої руки для закону Біо-Савара-Лапласа

Магнітне поле, створюване електричним струмом складної конфігурації у деякій точці простору, є сумою магнітних полів, створюваних у цій точці різними частинами цього струму.

Магнітне поле dB , створюване дуже малою прямолінійною ділянкою струму I (довжиною dl) визначається законом **Біо-Савара-Лапласа** (напрямок поля визначається правилом лівої руки, рис. 3.14):

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \sin \alpha,$$

де r – відстань від цієї ділянки до точки, в якій обчислюється поле, α – кут між напрямком струму I та напрямком радіуса-вектора $\vec{r}$.

Магнітне поле довгого тонкого провідника, що збігається з деякою лінією L :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L I \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Магнітне поле на відстані r від нескінченного прямолінійного провідника (рис. 3.15 а) визначається формулою:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Магнітне поле струму I , що тече по провіднику у вигляді кільця радіусу R , розташованому у площині XOY (рис. 3.15 б), визначається формулами:

а) на осі кільця

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}},$$

б) у центрі кільця

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R},$$

де z – відстань від площини кільця уздовж його осі.

Магнітне поле нескінченного соленоїда (котушки), або соленоїда, довжина l якого набагато більша за його радіус (рис. 3.15 в), дорівнює

$$B = \mu_0 n I,$$

де $n = N/l$ – кількість витків котушки, що припадають на одиницю її довжини; N – загальна кількість витків.

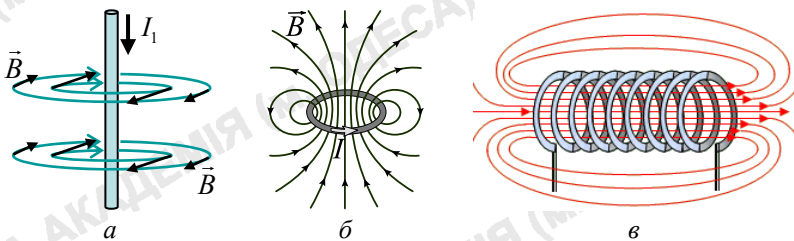


Рис. 3.15. Магнітні поля нескінченного прямолінійного струму (а), колового струму (б) та соленоїда (в)

Паралельні дроти притягуються, якщо струм у них тече в одному напрямку, і відштовхуються, якщо струм тече у протилежних напрямках (рис. 3.16).

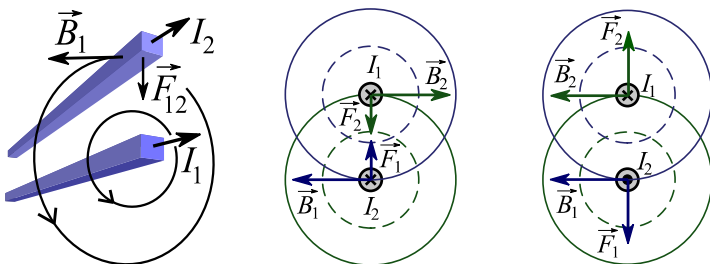


Рис. 3.16. Взаємодія паралельних струмів:

притягання струмів, що течуть в одному напрямку (ліворуч і в центрі), і відштовхування струмів, що течуть у протилежних напрямках (праворуч)

На кожен з двох провідників діє **сила Ампера** (Δl – їх довжина, I_1 та I_2 – сили струму, r – відстань між дротами):

$$\Delta F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} \Delta l.$$

Закон Ампера: сила, що діє на провідник довжиною $\Delta \vec{l}$ зі струмом I з боку магнітного поля з індукцією $\vec{B}$ дорівнює:

$$\Delta \vec{F} = I [\Delta \vec{l} \times \vec{B}] \quad \text{або} \quad \Delta F = I \Delta l B \sin \alpha,$$

де α – кут між провідником і напрямком поля.

Сила Лоренца – сила, з якою магнітне поле $\vec{B}$ діє на точковий заряд q , що рухається у ньому зі швидкістю $\vec{v}$ (α – кут між векторами $\vec{v}$ та $\vec{B}$):

$$\vec{F} = q [\vec{v} \times \vec{B}] \quad \text{або} \quad F = q v B \sin \alpha.$$

Сила Лоренца завжди напрямлена перпендикулярно векторам $\vec{v}$ та $\vec{B}$ і не діє на заряди, що не рухаються відносно магнітного поля або рухаються уздовж поля (паралельно вектору магнітної індукції).

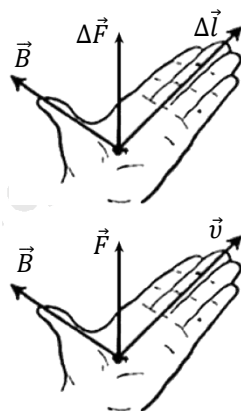


Рис. 3.17. Правила лівої руки для сил Ампера і Лоренца

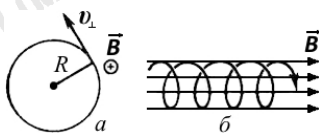


Рис. 3.18. Рух зарядженої частинки в магнітному полі. Вид у напрямку поля (а) та перпендикулярно до нього (б)

Радіус гвинтової лінії (кола) дорівнює

$$r = \frac{m v_{\perp}}{q B} = \frac{m v \sin \alpha}{q B},$$

де α – кут між векторами швидкості частинки та магнітної індукції поля.

При $\alpha = 0^\circ$ частинка рухається по прямій уздовж поля.

При $\alpha = 90^\circ$ частинка рухається по колу у площині, перпендикулярній до вектора магнітної індукції.

Тривалість одного оберту (період) і відстань між витками гвинтової лінії (її крок) дорівнюють, відповідно,

$$\tau = \frac{2\pi r}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{q B} \quad \text{та} \quad h = v_z \tau = 2\pi \frac{m v}{q B} \cos \alpha.$$

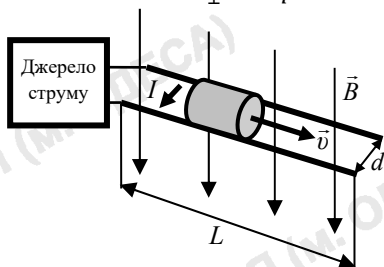


Рис. 3.19. Схематичне зображення рейкової гармати

Завдяки силі Ампера можливо розігнати снаряд без застосування пороку. Електропровідний снаряд розташовується між двома провідними рейками, замикаючи електричний ланцюг. Снаряд набуває прискорення внаслідок дії сили Ампера, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі. Цей тип електромагнітних прискорювачів називають **рейковими гарматами** (rail gun) (див. рис. 3.19).

Приклад 3.4. У рейковій електромагнітній гарматі снаряд з провідного матеріалу замикає провідні рейки і прискорюється силою Ампера у поперечному магнітному полі ($\alpha = 90^\circ$).

Визначте силу струму в гарматі, необхідну для розгону снаряда масою $m = 4.5$ кг до швидкості $v = 2$ км/с, якщо відстань між рейками гармати $d = 6$ см, їх довжина $L = 10$ м, а індукція поперечного магнітного поля $B = 3$ Тл. Вважайте, що ствол гармати розташований горизонтально, а магнітне поле в ньому є однорідним; сила струму в гарматі не залежить від положення снаряда, а опір повітря та тертя є нехтовно малими. Інші електродинамічні явища, окрім сили Ампера, не враховувати.

Дано:
 $m = 4.5 \text{ кг}$
 $d = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
 $L = 10 \text{ м}$
 $\alpha = 90^\circ$
 $B = 3 \text{ Тл}$
 $v_{\text{max}} = 2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$
 $I - ?$

Струм у снаряді протягом його прискорювання магнітним полем напрямлений перпендикулярно до напрямку руху і напрямку індукції магнітного поля. Сила Ампера, що діє на снаряд у стволі рейкотрона, визначається формулою:

$$F_A = I B d.$$

За другим законом Ньютона прискорення снаряда під дією сили Ампера дорівнює:

$$a = \frac{F_A}{m} = \frac{I B d}{m}.$$

З іншого боку, пройдений під дією сили Ампера шлях L , рівний довжині ствола гармати, пов'язаний з кінцевою швидкістю снаряда рівнянням кінематики:

$$L = \frac{v_{\text{max}}^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v_{\text{max}}^2}{2L},$$

де враховано, що початкова швидкість снаряда дорівнювала нулю.

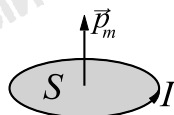
Необхідну силу струму в гарматі визначаємо, прирівнюючи наведені вирази для прискорення:

$$I = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2BLd} = \frac{4.5 \cdot (2 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 10^6 \text{ А}.$$

Відповідь: $I = 5 \cdot 10^6 \text{ А}.$

Магнітний момент $\vec{p}_m$ ($\text{А} \cdot \text{м}^2$ або Дж/Тл) – основна характеристика магнітних властивостей тіл або частинок, яка визначає момент сили $\vec{M}$, з яким магнітне поле діє на дане тіло:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] \quad \text{або} \quad M = p_m B \sin \alpha,$$



де α – кут між векторами $\vec{p}_m$ та $\vec{B}$.

Магнітні моменти елементарних частинок є їх невід'ємними характеристиками та визначаються їх природою та будовою.

Магнітний момент плоского контуру зі струмом I дорівнює

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

де S – площа контуру, $\vec{n}$ – вектор нормалі до нього, напрямлений за правилом свердлика.

Магнітний момент соленоїда є пропорційним до кількості N його витків:

$$\vec{p}_{m,S} = NIS\vec{n}.$$

Потенціальна енергія тіла у зовнішньому магнітному полі є пропорційною до магнітного моменту тіла і залежить від орієнтації цього магнітного моменту відносно напрямку зовнішнього поля:

$$W = -(\vec{p}_m, \vec{B}) = -p_m \cdot B \cdot \cos \alpha,$$

де α – кут між магнітною індукцією поля $\vec{B}$ і магнітним моментом тіла $\vec{p}_m$.

Сила, з якою поле діє на тіло з магнітним моментом $\vec{p}_m$, дорівнює:

$$\vec{F} = (\vec{p}_m, \vec{\nabla})\vec{B}, \quad \text{де} \quad \vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right).$$

Поворот або деформація електричного контуру, що знаходиться у магнітному полі, пов'язані з виконанням відповідної роботи, необхідної для зміни потенціальної енергії контуру (тіла):

- для зміни площі контуру на величину ΔS : $A = \Delta S \cdot I \cdot B \cdot \cos \alpha$;
- для повороту контуру: $A = p_m \cdot B \cdot (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$.

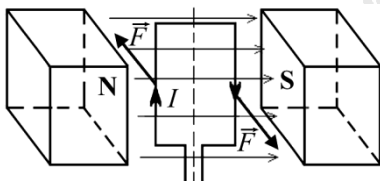


Рис. 3.20. Рамка з електричним струмом у магнітному полі

На всі елементи дротів контуру зі струмом, розташованого у зовнішньому магнітному полі, діють сили Ампера, напрямки яких залежать від взаємного розташування контуру та поля, а також від напрямку струму.

Залежно від форми контуру і його орієнтації у полі ці сили можуть

приводити до появи ненульового сумарного моменту сили, під дією якого контур буде повертатись відносно напрямку поля (див. рис. 3.20).

Речовина у магнітному полі

Класифікація магнетиків. Всі речовини в природі так або інакше взаємодіють із зовнішнім магнітним полем і мають свої власні магнітні властивості, зумовлені притаманними елементарним частинкам магнітних властивостей (*спінів*) і специфічним рухом електронів всередині атомів, невидимим ззовні.

Намагніченість (*magnetization*) середовища $\vec{J}$ (А/м) – характеристика стану речовини, що дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму речовини.

Магнітна сприйнятливність χ – безрозмірна величина, що описує силу взаємодії речовини з магнітним полем:

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

де $\vec{H}$ – вектор напруженості зовнішнього магнітного поля.

Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ пов'язаний з напруженістю магнітного поля $\vec{H}$ і намагніченістю середовища $\vec{J}$ наступним чином:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu_0\mu\vec{H}, \quad \mu = 1 + \chi.$$

Бачимо, що ця залежність дає вже відомий зв'язок між напруженістю магнітного поля та вектором магнітної індукції.

Речовини розділяють на групи за силою їх взаємодії з магнітним полем:

- **діамагнетики** ($\chi < 0$, $\chi \sim -(10^{-6} - 10^{-7})$) – речовини, що слабо виштовхуються з магнітного поля;
- **парамагнетики** ($\chi > 0$, $\chi \sim 10^{-4} - 10^{-5}$) – речовини, що слабо притягуються магнітним полем;
- **ферромагнетики** ($\chi > 0$, $\chi \sim 10^3 - 10^4$) – речовини, що сильно притягуються магнітним полем і можуть мати власну намагніченість, не зумовлену наявністю зовнішнього поля.

Діамагнетики (*diamagnetism*) мають від'ємну магнітну сприйнятливість, яка ще й не залежить від напруженості зовнішнього магнітного поля. Діамагнітні властивості зумовлені незначною зміною кутової швидкості орбітального руху електронів, яка відбувається при внесенні атомів у магнітне поле. Діамагнітний ефект має місце у всіх речовинах, проте є найслабшим серед можливих ефектів і виступає на перший план лише в тих випадках, коли власний магнітний момент атомів дорівнює нулю.

Магнітна сприйнятливість χ діамагнетиків є від'ємною і знаходиться у діапазоні від -10^{-6} до -10^{-7} . Відносна магнітна проникність цих речовин є незначною ($0 < \mu \ll 1$), а зовнішнім проявом діамагнітного ефекту є виштовхування речовини з неоднорідного магнітного поля.

Діамагнетики характеризуються тим, що послаблюють зовнішнє магнітне поле всередині себе внаслідок того, що напрямок їх намагніченості є протилежним до напрямку зовнішнього поля.

До діамагнетиків відносяться: інертні гази, водень, азот, свинець, мідь, цинк, ртуть, вісмут, золото, срібло, вода, більшість органічних з'єднань та речовини у надпровідному стані.

Парамагнетизм (*paramagnetism*) – властивість речовин слабо намагнічуватись у напрямку дії зовнішнього поля (напрямку його силових ліній), внаслідок чого вони дещо підсилюють магнітне поле всередині себе.

Атоми або молекули парамагнетиків мають власний магнітний момент, який можна розглядати як магнітний диполь (магнітну стрілку). За відсутності зовнішнього магнітного поля ці диполі орієнтуються хаотично і їх поля повністю компенсують один одного – як наслідок, тіло не виявляє ознак намагніченості.

При внесенні парамагнетика у магнітне поле атомні магнітні диполі орієнтуються своїми магнітними моментами уздовж зовнішнього поля. Проте тепловий рух атомів (молекул) заважає повному вишиковуванню. Тому результуючий магнітний момент одиниці об'єму парамагнетика залежить від величини зовнішнього магнітного поля та від температури.

До парамагнетиків відносяться: молекулярний кисень; алюміній; лужні метали; речовини з непарною кількістю електронів у молекулі тощо.

Феромагнетика (*ferromagnetism*) – це речовини, атоми, молекули або іони яких мають власні магнітні моменти, здатні спонтанно вишиковуватися паралельно один одному, утворюючи макроскопічні області з ненульовим сумарним магнітним моментом (*домени*). Такі властивості характерні деяким металам і сполукам з великою магнітною проникністю.

Феромагнетика використовуються для виробництва постійних магнітів, осердь електромагнітів і трансформаторів.

Внаслідок сильної взаємодії між частинками у феромагнетиках тепловий рух не порушує орієнтації магнітних моментів окремих атомів (молекул) всередині доменів. Проте поля різних доменів можуть компенсувати одне одного в результаті чого в середньому феромагнетик залишатиметься ненамагніченим. Однак при внесенні у зовнішнє поле, вже самі домени починають вишиковуватися уздовж його напрямку – феромагнетик намагнічується (рис. 3.21). Внаслідок практично повного впорядкування магнітних моментів всіх атомів речовини власне магнітне поле феромагнетиків є у багато разів сильнішим за власні поля парамагнетиків, де вишиковування магнітних моментів атомів є лише частковим.

Важливою відмінністю від парамагнетиків є те, що феромагнетик може зберегти намагніченість і після вимкнення зовнішнього поля (особливо добре це роблять так звані “магнітно-тверді” феромагнетика).

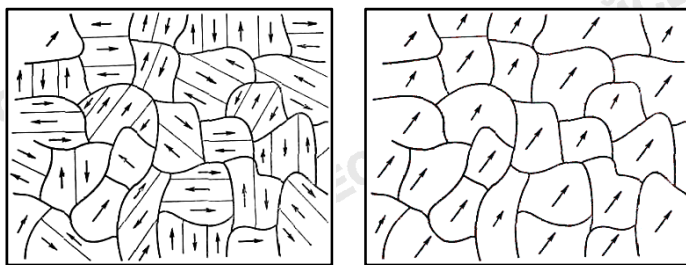


Рис. 3.21. Доменна структура феромагнетика у ненамагніченому (ліворуч) і намагніченому (праворуч) станах

Тим не менш, інтенсивний тепловий рух може призвести до руйнування доменної структури і зникнення намагніченості феромагнетика – тому за високих температур (вище так званої *температури Кюрі* (T_K), яка є табличним значенням для кожного матеріалу) феромагнітні речовини втрачають свої магнітні властивості, перетворюючись на парамагнетика.

Для намагнічування феромагнітних тіл застосовують поле постійного електричного струму (зазвичай – всередині соленоїда), а для розмагнічування – поле високочастотного змінного струму.

До феромагнетиків відносяться: залізо ($T_K = 1043\text{K}$), кобальт ($T_K = 1403\text{K}$), нікель ($T_K = 631\text{K}$), хром гадоліній, манган та інші.

Контрольні питання

1. Дайте означення та перелічіть основні властивості *магнітного поля*.
2. Яка фізична величина є силовою характеристикою магнітного поля?
3. Яка сила діє на рухому заряджену частинку у магнітному полі? Опишіть характер руху такої частинки у магнітному полі.
4. Як взаємодіють два паралельні струми, що протікають в одному напрямку та у протилежних напрямках?
5. Що таке *магнітний момент* тіла чи контуру зі струмом?
6. Які види речовини виділяють за ступенем її взаємодії з магнітним полем? Що таке природні *магніти*?
7. Опишіть природу *диа-*, *пара-* та *ферромагнетизму*. Яку температуру називають *температурою Кюрі*?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Провідник зі струмом помістили в однорідне магнітне поле, вектор індукції якого напрямлений зліва направо. На провідник діє сила Ампера, спрямована вниз. Визначте напрямок сили струму у провіднику.

Відповідь: за правилом лівої руки, спрямовуємо відігнутий великий палець вниз (за напрямком дії сили Ампера), долоню повертаємо ліворуч, щоб силові лінії поля входили у неї. Витягнуті пальці вкажуть напрямок струму (від спостерігача до площини рисунка).

2. Визначте індукцію магнітного поля, якщо на провідник зі струмом величиною 25 А воно діє з силою 50 мН. Поле та струм є взаємно перпендикулярними, довжина активної частини провідника 5 см.

Відповідь: $B = 0.04$ Тл.

3. У магнітне поле у напрямку перпендикулярному до ліній індукції влітає електрон зі швидкістю 10^7 м/с. Визначте індукцію магнітного поля, якщо електрон описав у ньому коло радіусом 1 см.

Відповідь: $B \approx 5.7$ мТл.

4. Визначте період обертання електрона в однорідному магнітному полі, індукція якого дорівнює 4 мТл.

Відповідь: $T \approx 8.9$ нс.

5. З якою швидкістю електрон рухається у магнітному полі, якщо радіус його орбіти дорівнює 1 мкм? Індукція магнітного поля 4 Тл.

Відповідь: $v \approx 703$ км/с.

6. По горизонтально розташованому провіднику довжиною 20 см і масою 4 г проходить струм силою 5 А. Визначте величину і напрямок індукції магнітного поля, у якому необхідно розмістити даний провідник, щоб сила Ампера змогла врівноважити силу тяжіння.

Відповідь: $B = 0.04$ Тл, від спостерігача

3.5. Явище електромагнітної індукції та його застосування

Магнітним потоком (*magnetic flux*) Φ (Вб, вебер) однорідного магнітного поля крізь замкнений провідний контур називають величину

$$\Phi = (\vec{B}, \vec{S}) = B S \cos \alpha,$$

де B – величина індукції магнітного поля, S – площа, охоплена контуром, α – кут між нормаллю до контуру та напрямком магнітної індукції.

У випадку неоднорідного поля магнітний потік обчислюється шляхом інтегрування по охопленій контуром площі.

Робота магнітного поля при переміщенні у ньому замкнутого контуру зі струмом (або при змінній величині поля і нерухомому контурі) дорівнює

$$A = I \cdot \Delta\Phi,$$

де $\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку крізь охоплену контуром поверхню внаслідок руху провідника (чи зміни поля); I – сила струму у контурі.

Явище електромагнітної індукції (*electromagnetic induction*):

зміна магнітного потоку крізь замкнутий провідний контур призводить до появи у ньому електрорушійної сили $\mathcal{E}_i$ (*ЕРС індукції*), величина якої визначається лише швидкістю зміни магнітного потоку $\Phi'(t)$ крізь даний контур і не залежить від абсолютної величини магнітного поля.

Закон Фарадея електромагнітної індукції:

$$\mathcal{E}_i = N\Phi'(t) \quad \text{або} \quad \mathcal{E}_i \approx N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

де $\mathcal{E}_i$ – ЕРС електромагнітної індукції; N – кількість витків контуру.

Напрямок індукційного струму визначається **правилом Ленца**:

індукційний струм, що виникає у замкненому провідному контурі, завжди має такий напрямок, що магнітний потік, створений цим струмом, крізь площину контуру протидіє зміні повного магнітного потоку, спричиненій змінами в оточенні, що стали причиною появи індукційного струму.

Для демонстрації правила Ленца застосовують пристрій, що складається з двох алюмінієвих кілець (суцільного і розрізаного), закріплених на коромислі, яке може легко обертатися (рис. 3.22).

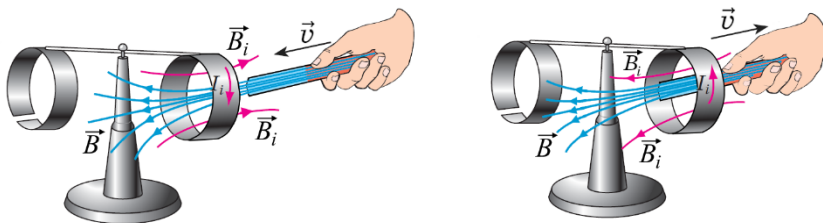


Рис. 3.22. Схема дослідів з демонстрації явища електромагнітної індукції

При наближенні магніту до суцільного кільця в останньому виникає індукційний струм I_i , спрямований таким чином, що створене струмом магнітне поле $\vec{B}_i$ всередині кільця буде напрямлене проти зовнішнього поля $\vec{B}$ і кільце відштовхуватиметься від магніту. При віддаленні магніту від суцільного кільця поле індукційного струму змінить свій напрямок на протилежний, в результаті чого кільце притягуватиметься до магніту. При піднесенні магніту до розрізаного кільця виникнення колового струму у кільці є неможливим і жодних ефектів не спостерігатиметься.

Індуктивність (*inductance*) L (Гн, *генрі*, $1\text{Гн} = 1\text{Вб}/1\text{А}$) електричного контуру – фізична величина, що пов’язує магнітний потік крізь контур, створюваний його власним струмом, з величиною цього струму:

$$\Phi = L I.$$

Індуктивність провідного контуру визначається його геометрією (формою).

Індуктивність соленоїда (котушки) дорівнює:

$$L_{\text{кот.}} = \mu \mu_0 n^2 V.$$

де V – об’єм соленоїда; $n = N/l$ – кількість витків, що припадають на одиницю його довжини.

Електрорушійна сила **самоіндукції** $\mathcal{E}_{ci}$ виникає у провіднику внаслідок зміни магнітного потоку крізь нього, створюваного *власним* магнітним полем провідника (тобто при зміні сили струму у самому провіднику).

ЕРС самоіндукції визначається наступним чином:

$$\mathcal{E}_{ci} = -L I'(t) \quad \text{або} \quad \mathcal{E}_{ci} \approx -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Виникнення ЕРС самоіндукції завжди призводить до уповільнення зміни величину струму в контурі. Тобто при зменшенні сили струму в ньому самоіндукція призводить до більш повільного зменшення струму, ніж за її відсутності; аналогічна ситуація виникає і при збільшенні сили струму.

Взаємоіндукція – виникнення індукційного струму в одному провідному контурі внаслідок зміни величини струму в іншому, сусідньому контурі. Величина взаємоіндукції характеризується **коефіцієнтом взаємоіндукції**, який є аналогом індуктивності.

Сферами застосування явища взаємоіндукції є трансформатори, електродвигуни та генератори, індукційні зарядні пристрої, індукційні плити та печі, міношукачі, детектори металу тощо.

Енергія магнітного поля струму визначається силою струму та індуктивністю контуру, по якому цей струм протікає:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Змінний струм та його характеристики. Трансформатор

Змінний струм – це струм, величина і напрямок якого змінюються з часом.

Неперіодичний змінний струм – змінний струм, сила і напрямок якого змінюються з часом без явної періодичності.

Пульсуючий струм – періодичний змінний струм, при якому змінюється лише сила струму, а його напрямок залишається незмінним. У багатьох приладах пульсуючий струм використовується як заміна постійному.

Синусоїдальний струм – електричний струм, що описується функцією синуса (його напрямок змінюється двічі протягом кожного періоду):

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0),$$

де I – миттєве значення сили струму, I_0 – амплітуда сили струму, ω – циклічна частота змінного струму, φ_0 – початкове значення фази.

Протягом кожного періоду половину часу струм тече в одному напрямку, а другу половину часу – у протилежному напрямку.

Основними перевагами синусоїдального змінного струму є простота й ефективність його виробництва, трансформації і передачі до споживача.

Характеристиками змінного струму є форма сигналу, частота (період), потужність і амплітудні значення сили струму і напруги.

Миттєве значення потужності змінного електричного струму дорівнює

$$P(t) = I(t)U(t).$$

Однак практичніше використовувати усереднене значення потужності

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0 U_0,$$

де I_0 – амплітудне значення сили струму, U_0 – амплітудне значення напруги.

Діючими значеннями напруги та сили змінного струму називають такі значення напруги та сили *постійного* струму, при яких потужність обох струмів буде однаковою. Для синусоїдального змінного струму:

$$I_a = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad U_a = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Закон Ома для змінного струму з циклічною частотою ω має вигляд:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

де $\mathcal{E}_0$ – амплітуда ЕРС у контурі, L і C – його індуктивність і ємність.

Якщо ЕРС $\mathcal{E}_0$, що діє у даному контурі, та його активний опір R задані, тоді максимальна сила струму в контурі буде досягатися за умови $\omega^2 LC = 1$, яка визначає резонансну частоту ν_0 даного контуру:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Генератори змінного струму і електродвигуни

Переважаюча більшість сучасних генераторів змінного струму і електродвигунів базуються на явищі електромагнітної індукції (рис. 3.23). Обидва типи пристроїв ґрунтуються на одних і тих самих принципах, а відмінності між ними є наслідками оптимізації під конкретну задачу.

1. Індуктор, що створює магнітне поле.
2. Якір (провідник, у якому виникає ЕРС).
3. Металеві півкільця, які випрямляють струм.
4. Щітки (рухомі контакти).

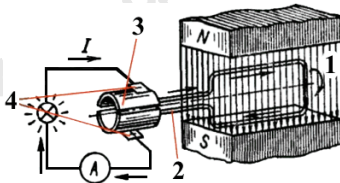


Рис. 3.23. Будова найпростішого індукційного генератора випрямленого струму

Коли дротяна рамка площею S , що знаходиться у постійному магнітному полі з індукцією B , приводиться в обертання з частотою ω за допомогою зовнішньої сили, магнітний потік крізь рамку змінюється, внаслідок чого у ній виникає ЕРС індукції та, відповідно, індукційний струм.

Частина генератора, що створює магнітне поле, називається індуктором.

Частина, у якій виникає індукований струм називається якорем.

Рухому частину генератора називають ротором, нерухому – статором.

Струм з ротора (за необхідності) знімається (або подається) за допомогою спеціальних “щіток”, притиснених до його контактів.

У малопотужних генераторах найчастіше статор є індуктором та працює за рахунок постійних магнітів. Відповідно, роль якоря відіграє ротор (див. рис. 3.23, 3.24).

У потужних генераторах, навпаки, зазвичай статором є якір, в той час як роль індуктора відіграє ротор. Така конструкція пов'язана з тим, що на щітках виникає великий опір (і, відповідно, значні втрати енергії), тому більш ефективним є подавати за їх допомогою відносно невеликий струм на електромагніт, а значно більший згенерований індукційний струм знімати зі статора за допомогою стаціонарних контактів.

Генератори другого типу зазвичай включають у себе статор, що складається зі сталевого осердя й обмотки, та ротор у вигляді електромагніту зі сталевим осердям, який обертається всередині.

Для того, щоб ротор обертався і створював змінне магнітне поле, яке викликає у статорі ЕРС індукції, йому необхідно надавати енергію.

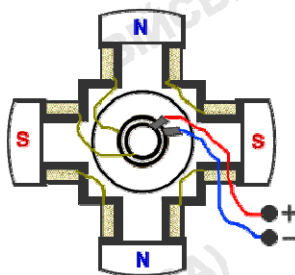


Рис. 3.24. Схематичне зображення малопотужного генератора з двома парами магнітних полюсів

Синхронними називають генератори, у яких частота f зміни магнітного поля (і, відповідно, електричного струму) строго пов'язана з частотою n обертання ротора (відрізняється лише на множник, що дорівнює кількості N пар полюсів індуктора). Велика кількість пар полюсів дозволяє знизити частоту обертання ротора відносно частоти струму, що генерується:

$$f = nN.$$

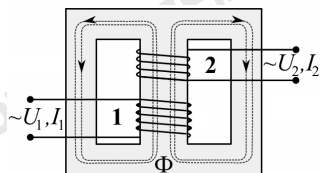


Рис. 3.25. Загальна схема

трансформатора

1 – первинна обмотка;

2 – вторинна обмотка.

Трансформатор (*transformer*) – пристрій, що перетворює параметри (амплітуди і фази) напруги і сили змінного струму (рис. 3.25).

За допомогою електромагнітної індукції дозволяє перетворювати змінний струм однієї напруги у змінний струм іншої напруги без зміни частоти струму та за мінімальних втрат потужності (зазвичай 1 – 5%).

Найпростіший трансформатор складається з двох обмоток на спільному осердді. Одна з обмоток (*первинна*) під'єднана до джерела змінного струму. Інша обмотка, *вторинна*, служить джерелом струму для навантаження. Створений струмом у первинній обмотці змінний магнітний потік викликає появу ЕРС у вторинній обмотці, оскільки обидві обмотки мають спільне осердя. Співвідношення ЕРС у вторинній обмотці й напруги на первинній залежить від кількості витків N в обох обмотках:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}.$$

Підвищуючий трансформатор ($U_2 > U_1$) – трансформатор, що збільшує напругу. Застосовується для передачі електроенергії на великі відстані, бо завдяки підвищенню напруги втрати енергії на нагрівання дротів, пропорційні квадрату сили струму, знижуються.

Понижуючий трансформатор ($U_2 < U_1$) – трансформатор, що зменшує напругу. Застосовується, наприклад, у електрозварювальних апаратах, яким потрібен великий струм при низькій напрузі.

Ідеальний трансформатор повністю перетворює всю вхідну потужність у корисну потужність у вторинній обмотці. У *реальних* трансформаторах присутні деякі втрати на перемагнічування осердя, нагрівання дротів обмоток та осердя внаслідок протікання струмів, електромагнітні втрати.

Основні режими роботи трансформатора:

- режим навантаження – нормальний режим роботи трансформатора;
- режим холостого ходу – вторинне коло розімкнене, сила струму в ньому дорівнює нулю;
- режим короткого замикання – аварійний режим, в якому опір вторинного кола дорівнює опору вторинної котушки внаслідок чого сила струму може у 20 – 30 разів перевищити нормальну.

Контрольні питання

1. Дайте означення *магнітного потоку* крізь замкнений контур.
2. Опишіть явища *електромагнітної індукції* та *самоіндукції*, назвіть сфери їх застосування.
3. Сформулюйте *закон електромагнітної індукції* та *правило Ленца* для напрямку індукційного струму.
4. Дайте означення *індуктивності* провідника. Від яких параметрів *соленоїда* залежить його індуктивність?
5. Опишіть принцип дії *електродвигунів* і *генераторів змінного струму*.
6. Поясніть принцип дії і призначення *трансформатора*.
7. Опишіть принцип дії простіших *металошукачів*.

Задачі для самостійного розв'язання

1. В обмотці, розташованій навколо сталевого осердя з площею поперечного перерізу 100 см^2 , протягом 0.01 с збуджується ЕРС індукції 150 В при зміні магнітної індукції від 0.3 Тл до 1.3 Тл . Скільки витків дроту в даній обмотці?

Відповідь: $N = 150$ витків.

2. Прямокутна провідна рамка зі сторонами 18 і 5 см розташована в однорідному магнітному полі перпендикулярно до силових ліній. Визначте величину магнітної індукції поля, якщо при його зникненні за 0.015 с середня ЕРС індукції в рамці дорівнює $4.5 \times 10^{-3} \text{ В}$.

Відповідь: $B_0 = 7.5 \text{ мТл}$.

3. Визначте зміну сили струму у котушці, якщо при її потроєнні енергія магнітного поля котушки зростає на 4 Дж . Індуктивність котушки 1 Гн .

Відповідь: $\Delta I = 2 \text{ А}$.

4. Із двох однакових провідників виготовили два контури, надавши одному з них форму квадрата, а іншому кола. Обидва контури містяться в однорідному магнітному полі так, що їх площини паралельні. При рівномірній зміні магнітного поля у квадратному контурі виникає струм силою 1 А . Який струм тече у іншому контурі?

Відповідь: $I \approx 1.27 \text{ А}$.

5. Коловому витку, розташованому в однорідному магнітному полі, надають форму квадрата. Площина витка весь час перпендикулярна до ліній індукції поля. Радіус витка – 5 см , його опір – 5 Ом , модуль індукції магнітного поля – 100 мТл . Який заряд пройде по контуру?

Відповідь: $q \approx 33.7 \text{ мкКл}$.

6. Максимальний обертаючий момент, що діє на рамку ротора електродвигуна площею 1 см^2 , дорівнює $2 \times 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м}$ при силі струму в рамці рівній 0.5 А . Визначте індукцію магнітного поля статора двигуна.

Відповідь: $B = 0.04 \text{ Тл}$.

РОЗДІЛ 4

ХВИЛІ ТА ЇХ ПОШИРЕННЯ. ОСНОВИ ОПТИКИ

4.1. Коливальні процеси

Коливання (*oscillations*) – це процеси, які у тій чи іншій мірі повторюються у часі. Якщо повторювання відбувається через однаковий проміжок часу T , то коливання називають періодичними з *періодом* T .

При коливаннях, як правило, тіло завжди залишається поблизу деякої точки простору, ніколи не віддаляючись від неї більше ніж на деяку відстань.

Для виникнення коливального процесу необхідна наявність деякої сили, що намагається повертати систему в деяке особливе положення, яке називають *положенням рівноваги*.

Коливання можуть мати найрізноманітнішу природу. Окремо виділяють *механічні* та *електромагнітні* коливання.

До механічних коливань відносяться:

- періодичний коливальний рух тіл (маятників, ресор, дерев тощо);
- коливання тиску і густини середовища (наприклад, пов'язані з акустичними хвилями).

До електромагнітних коливань відносяться:

- коливання напруженості електричного і магнітного полів у просторі, радіоантенах, коливальних контурах і різноманітних приладах;
- коливання сили струму, напруги, заряду в електричних системах.

Всі коливальні процеси супроводжується перетворенням енергії з однієї форми на іншу. Якщо в ході цих перетворень частина енергії втрачається системою – коливання є *згасними* і їх амплітуда спадатиме з часом.

При механічних коливаннях найчастіше відбувається перетворення кінетичної енергії на потенціальну і навпаки. При електромагнітних – енергія магнітного поля перетворюється на енергію електричного поля...

У будь-якому разі всі перетворення енергії відбуваються відповідно до закону збереження енергії. Тобто втрачена системою енергія не зникає, а переходить до якоїсь іншої системи або перетворюється на іншу форму енергії, що не бере участі у досліджуваному коливальному процесі.

Наприклад, при коливаннях маятника відбуваються перетворення між кінетичною енергією тіла та його потенціальною енергією у полі сил тяжіння. Проте, внаслідок тертя у точці закріплення та опору повітря, частина енергії перетворюється на теплову енергію маятника та повітря (ніяк не пов'язану з коливанням маятника), що призводить до поступового припинення коливань.

Основні параметри коливальних процесів:

амплітуда (*amplitude*) A – максимальне відхилення величини, що змінюється у процесі коливальних, від її рівноважного значення;

період (*period*) T (с) – тривалість одного повного коливання системи;

частота (*frequency*) ν (Гц) – кількість коливань, що відбуваються за одиницю часу:

$$\nu = 1/T;$$

циклічна частота (*angular frequency*) ω (рад/с) – кількість коливань, що відбуваються за 2π одиниць часу:

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu;$$

фаза (*phase*) φ (рад) – параметр, що визначає поточний стан коливального процесу та відхилення змінної величини від її рівноважного значення.

У випадку гармонічних коливань $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$, де φ_0 – початкове значення фази даного коливального процесу.

Енергія та інші параметри вільних гармонічних коливань

У найпростішому випадку вільних коливань система, яка їх здійснює, не втрачає свою енергію з плином часу (коливання є незгасними), тому у будь-які два моменти часу, розділені цілим числом періодів коливань, всі параметри системи у точності повторюються.

При коливанні **математичного маятника** енергія перетворюється з потенціальної енергії на кінетичну та навпаки. Коли ми для ініціювання коливань відхиляємо маятник з положення рівноваги, він набуває потенціальної енергії у полі сил тяжіння. Після того, як маятник відпущено, він під дією сили тяжіння починає рухатись у напрямку Землі, набуваючи швидкості (і кінетичної енергії) за рахунок втрати потенціальної енергії.

У точці **максимального підйому** вся енергія маятника – *потенціальна*:

$$E = mgh_{\max}.$$

У **нижній точці** (яка є положенням рівноваги нерухомого маятника) вся енергія маятника – *кінетична*:

$$E = \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

В інших точках – частина енергії є потенціальною, частина кінетичною:

$$E = mgh + \frac{mv^2}{2} = mgh_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \text{const}.$$

У **пружинному маятнику** енергія перетворюється з потенціальної енергії деформації пружини на кінетичну енергію руху тіла (і навпаки).

У точках **максимальної деформації** пружини тіло покоїться і вся енергія маятника – *потенціальна* енергія пружної деформації:

$$E = \frac{kx_{\max}^2}{2}.$$

У точці нульової деформації пружини (яка є положенням рівноваги нерухомого маятника) вся енергія маятника – кінетична енергія руху тіла:

$$E = \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

В інших точках – частина енергії є потенціальною, частина кінетичною:

$$E = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kx_{\max}^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \text{const.}$$

Деформована пружина розпрямляється і прискорює тіло до моменту зникнення деформації (коли тіло набуває максимальної швидкості). Після цього моменту пружина починає деформуватися знову, проте в інший бік, за рахунок інерційного руху тіла (яке при цьому втрачає свою кінетичну енергію, тобто зменшує швидкість). У момент максимальної деформації пружини тіло зупиняється і починається рух у протилежному напрямку.

Види коливань

Вільні коливання (*undamped oscillations*) – коливання, що відбуваються у деякій системі внаслідок наявності внутрішніх сил між її окремими частинами або постійного зовнішнього потенціального поля (для виникнення таких коливань система спочатку має бути виведена з положення рівноваги зовнішньою силою).

Приклади:

- коливання тіла, прикріпленого до пружини, під дією її сили пружності. Для виникнення коливань необхідно штовхнути тіло чи розтягнути пружину;
- коливання тіла, підвішеного на нитці, під дією сили тяжіння. Для створення коливань необхідно штовхнути тіло чи вивести його з положення рівноваги.

Згасні коливання (*damped oscillations*) – коливання, амплітуда яких поступово зменшується внаслідок втрати енергії системою. Більшість коливальних процесів, що виникають у природі, є згасними.

Причини згасання коливального процесу залежать від його природи: у випадку механічних коливань – це переважно дія сил тертя й опору середовища, у випадку електромагнітних коливань – це нагрівання провідників та випромінювання електромагнітних хвиль.

Незгасні коливання – коливання, амплітуда яких не змінюється з часом.

Гармонічними називають такі незгасні коливання, при яких залежність змінної величини (y) від часу (t) описується законом синуса або косинуса:

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{або} \quad y(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Коливання з іншою залежністю від часу називаються **ангармонічними**.

Вимушені коливання (*driven oscillations*) – коливання, які відбуваються за участю деякої зовнішньої (відносно системи, що здійснює коливання) сили, дія якої запобігає поступовому згасанню коливального процесу.

Автоколивання (*self-oscillation*) – коливання, при яких система має початковий запас потенціальної енергії, який вона поступово витрачає на здійснення коливань. До тих пір, поки запас енергії не витрачено, амплітуда коливань буде сталою та визначатиметься лише властивостями системи, а не величиною її початкового виведення з рівноваги. Після закінчення запасу потенціальної енергії коливання припиняються.

Приклад: пружинний механічний годинник, коливання у механізмі якого підтримуються за рахунок енергії попередньо деформованої пружини.

Згасні коливання грають важливу роль у багатьох пристроях і процесах, що використовуються у побуті, промисловості та військовій справі. В одних випадках згасання є шкідливою рисою, з якою доводиться боротися, а в інших, навпаки, воно є корисним і його конкретні характеристики є критично важливими (наприклад, у противідкатних пристроях, демпферах вібрації устаткування чи стволів гармат, системах стабілізації наведення тощо).

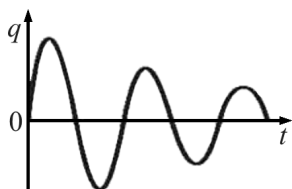


Рис. 4.1. Типове зображення коливального процесу

Залежно від характеру згасання амплітуди згасні коливання поділяють на

- **надзгасні** (*overdamped*), коли система повільно повертається до рівноваги без виникнення звичних нам коливань;
- **критично згасні** (*critically damped*), коли система повертається до рівноваги настільки швидко, наскільки це можливо без коливань;
- **слабко згасні** (*underdamped*), коли система здійснює коливання (з меншою частотою порівняно до незгасного випадку), амплітуда яких поступово зменшується до нуля.

Конкретний характер і швидкість згасання коливань визначаються причиною втрати енергії та законом, який цей процес описує.

Найпростішим прикладом є коливання, при яких втрата системою енергії є пропорційною до швидкості тіла, що коливається (наприклад, внаслідок дії сили опору середовища на тіло, яке відносно повільно рухається). Характер відповідного коливального процесу визначається співвідношенням значень коефіцієнта згасання β і циклічної частоти ω_0 вільних коливань тієї ж самої системи:

- $\beta < \omega_0$ – **слабко згасні** коливання зі сталою частотою $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ($\omega < \omega_0$), які згасають поступово і описуються залежністю

$$y(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{або} \quad y(t) = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

де $A_0 e^{-\beta t} = A(t)$ – спадаюча з часом амплітуда коливань (рис. 4.2 а);

- $\beta = \omega_0$ – критично згасні коливання, при яких відхилення експоненційно прямує до нуля, перетинаючи положення рівноваги не більше одного разу (залежно від початкових умов) (рис. 4.2 б)

$$y(t) = (A + B t)e^{-\omega_0 t};$$

- $\beta > \omega_0$ – надзгасні коливання, при яких відхилення монотонно прямує до нуля, ніколи не перетинаючи положення рівноваги, а коливальний процес фактично перетворюється на релаксаційний процес і описується виразом (рис. 4.2 в)

$$x(t) = Ae^{\gamma_+ t} + Ae^{\gamma_- t}, \quad \gamma_{\pm} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} < 0.$$

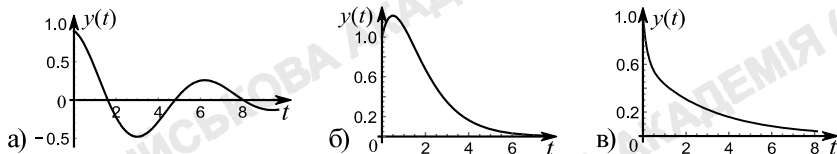


Рис. 4.2. Згасаючі коливання: слабо згасні (а), критично згасні (б), надзгасні (в).

Характеристики неідеальних коливальних систем

Швидкість згасання слабо згасних коливань зазвичай характеризують **логарифмічним декрементом згасання**:

$$\delta = \beta T = \ln(A(t)/A(t+T)),$$

де T – період коливань, $A(t)$ та $A(t+T)$ – величини двох сусідніх максимальних відхилень досліджуваної величини.

Логарифмічний декремент згасання є оберненим до числа коливань N_e , за яке їх амплітуда зменшується в $e \approx 2.72$ рази.

Сама коливальна система характеризується **добротністю**

$$Q = \pi/\delta.$$

Чим більшою є її добротність – тим повільніше коливання у ній згасають.

Відносне зменшення енергії W коливальної системи за один період коливань є обернено пропорційним до її добротності та прямо пропорційним до логарифмічного декременту згасання:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{2\pi}{Q} = \frac{2}{N_e} = 2\delta.$$

Вимушені коливання – коливальний процес, що підтримується дією деякої зовнішньої сили (зазвичай періодичної).

Під дією гармонічної зовнішньої сили $F(t) = F_0 \cos \omega t$ (з амплітудою F_0 і циклічною частотою ω) у системі з часом також встановлюються гармонічні коливання з тією ж частотою ω та амплітудою A :

$$y(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}.$$

Явище резонансу.

Важливим випадком вимушених коливань є ситуація, при якій частота зовнішньої сили ω близька або збігається з частотою ω_0 вільних коливань системи – явище **резонансу** (*resonance*). При цьому амплітуда системи починає дуже сильно зростати (у випадку коливань без втрати енергії – зростати необмежено) під дією сили скінченної величини, що може призвести до пошкодження чи руйнування механічної системи.

Резонансна частота визначається формулою $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$.

При резонансі наявність опору середовища (чи будь-якої іншої причини згасання) грає дуже велику роль – без нього амплітуда коливань почала б необмежено зростати з часом, що неодмінно призвело б до руйнування системи, а наявність згасання обмежує це зростання амплітуди коливань.

На рис. 4.3 наведені залежності $A(\omega)$ для трьох систем, які відрізняються лише величиною згасання. Бачимо, що з посиленням згасання коливань у системі резонансний пік згладжується і поступово взагалі зникає.

Зауважимо, що далеко не завжди резонанс є шкідливим явищем. Він може бути й основою функціонування пристроїв, таких, як радіоприймачі і радіопередавачі (основою яких є коливальний контур, у якому збуджуються резонансні коливання), лазери, різноманітні сенсори та багато інших електричних і механічних систем.

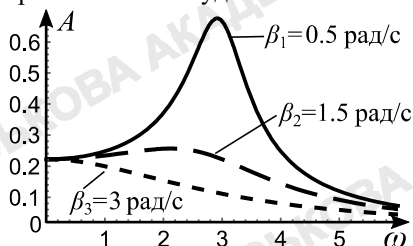


Рис. 4.3. Частотна залежність амплітуди вимушених коливань при резонансі ($\omega_0 = 3$ рад/с; $F_0/m = 2$ Н/кг)

Базові моделі ідеальних коливальних систем

Пружинний маятник – це вид маятника, в якому тіло здійснює рух під дією пружної сили, пов'язаної з деформацією іншого тіла – пружини (роль пружини можуть виконувати різні тіла). У найпростішому випадку коливальний рух здійснюється уздовж одного напрямку. Сила пружності деформованої пружини завжди напрямлена до положення рівноваги системи (при якому пружина є недеформованою).

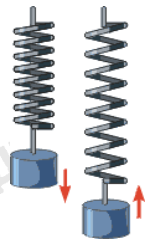
Циклічна частота вільних коливань: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

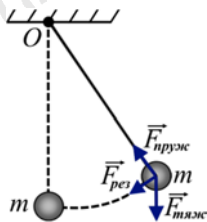
Період вільних коливань: $T = 2\pi \sqrt{m/k}$,
де m – маса тіла, k – коефіцієнт жорсткості пружини.

Закон збереження енергії

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kx_{\max}^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \text{const},$$

де x – відхилення тіла від положення рівноваги, v – швидкість руху тіла.





Математичний маятник – це теоретична модель маятника, у якій матеріальна точка масою m , підвішена на невагомій нерозтяжній нитці довжиною l , здійснює рух у вертикальній площині під впливом сили тяжіння.

На тіло діють сила тяжіння та сила натягу нитки. Результуюча сила завжди напрямлена до положення рівноваги маятника.

Циклічна частота вільних коливань: $\omega_0 = \sqrt{g/l}$.

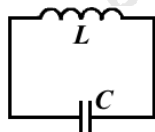
Період вільних коливань: $T = 2\pi \sqrt{l/g}$,

де g – прискорення вільного падіння.

Закон збереження енергії:

$$mgh + \frac{mv^2}{2} = mgh_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \text{const},$$

де h – висота на яку підіймається тіло, v – швидкість руху тіла.



Коливальний контур – замкнений електричний ланцюг, що складається з конденсатора (з ємністю C) і котушки (з індуктивністю L). Контур називають *ідеальним*, якщо його повний активний опір $R = 0$.

В ідеальному коливальному контурі відбуваються незгасні електромагнітні коливання, частота яких визначається параметрами контуру.

Циклічна частота вільних коливань: $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

Період вільних коливань: $T = 2\pi \sqrt{LC}$.

Закон збереження енергії:

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2} = \text{const},$$

де U – напруга на конденсаторі, I – сила струму в котушці.

Приклад 4.1. Визначте масу тіла, що коливається на пружині жорсткістю 250 Н/м здійснюючи 20 коливань за кожні 60 с. Запишіть рівняння відповідних гармонічних коливань, якщо максимальне відхилення маятника від положення рівноваги становить 20 см, а у момент часу $t = 0$ воно також було рівним нулю.

Дано:
 $k = 250 \text{ Н/м}$
 $x_m = 0.2 \text{ м}$
 $x(0) = 0 \text{ м}$
 $N = 20$
 $t_1 = 60 \text{ с}$
 $m, x(t) - ?$

Почнемо з визначення періоду коливань даного маятника:

$$T = \frac{t_1}{N} = \frac{60}{20} = 3 \text{ с.}$$

Тепер можна визначити масу тіла, скориставшись формулою для періоду коливань пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{T^2 k}{4\pi^2} = \frac{3^2 \cdot 250}{4 \cdot 3.14^2} \approx 57 \text{ кг.}$$

Щоб записати рівняння коливань $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ даної системи необхідно знати їх амплітуду A , циклічну частоту ω_0 і початкову фазу φ_0 .

За умовою задачі амплітуда (максимальне відхилення від положення рівноваги) становить $A = 0.2$ м, а початкова фаза $\varphi_0 = 0$ рад (при виборі синуса у ролі функції, що описує коливання), бо у початковий момент коливань ($t = 0$) відхилення маятника дорівнювало нулю ($x(0) = 0$, згадаємо, що $\sin 0 = 0$). Циклічна частота коливань пов'язана з їх періодом:

$$\omega_0 = 2\pi/T = 2 \cdot 3.14/3 \approx 2.1 \text{ рад/с.}$$

Остаточно, рівняння гармонічних коливань даної системи має вигляд

$$x(t) = 0.2 \sin(2\pi t/3).$$

Відповідь: $m \approx 57$ кг; $x(t) = 0.2 \sin(2\pi t/3)$.

Приклад 4.2. На скільки за добу відстане маятниковий годинник, якщо його підняти на гору Еверест, висота якої над рівнем моря дорівнює 8.8 км? Радіус Землі становить 6400 км. На рівні моря годинник іде точно.

Дано: При піднятті вгору зменшується прискорення вільного падіння, тому період коливань маятника зростає, і годинник починає відставати. За добу на рівні моря маятник зробить $N_1 = t/T_1$ коливань, а на вершині гори – $N_2 = t/T_2$ коливань. Відповідно, періоди коливань маятника дорівнюють:

$R_3 = 6400$ км
 $h = 8.8$ км
 $t = 24 \cdot 3600$ с
 $\Delta t = ?$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad \text{та} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g^*}}, \quad \text{звідки} \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g^*}{g}}.$$

Прискорення вільного падіння на рівні моря (g) і на вершині гори (g^*):

$$g = \frac{GM_3}{R_3^2} \quad \text{та} \quad g^* = \frac{GM_3}{(R_3 + h)^2},$$

тому

$$\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2}} = \frac{R_3}{R_3 + h} \Rightarrow N_2 = \frac{R_3 N_1}{R_3 + h}.$$

Зміна кількості коливань маятника за добу внаслідок підйому на гору:

$$\Delta N = N_1 - N_2 = N_1 \left(1 - \frac{R_3}{R_3 + h} \right) = \frac{h N_1}{R_3 + h}.$$

Отже, відставання годинника за добу дорівнює

$$\Delta t = \Delta N \cdot T_1 = \frac{T_1 \cdot N_1 \cdot h}{R_3 + h} = \frac{t \cdot h}{R_3 + h} = \frac{24 \cdot 3600 \cdot 8.8}{6400 + 8.8} \approx 119 \text{ с} \approx 2 \text{ хв.}$$

Відповідь: $\Delta t \approx 2$ хв.

Додавання однонапрямлених гармонічних коливань

Додавання коливань зводиться до додавання функцій, що їх описують.

При додаванні гармонічних коливань відбувається додавання відповідних синусоїд, зсунутих за фазою одна відносно іншої.

Розглянемо результат додавання двох довільних гармонічних коливань:

$$y_1(t) = A \sin(\omega_1 t + \varphi_1), \quad y_2(t) = B \sin(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Якщо частоти цих коливальних процесів є однаковими ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), тоді результат додавання коливань описуватиметься тією ж самою функцією, а зміняться лише амплітуда та початкова фаза процесу:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = C \sin(\omega t + \varphi).$$

При цьому нова амплітуда C істотно залежить як від амплітуд A та B , так і від різниці фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ коливань, що додавалися. При різниці фаз рівній π ці коливання повністю (якщо $A = B$) або частково ($A \neq B$) гасять друг друга.

При додаванні коливань з відмінними частотами ($\omega_1 \neq \omega_2$) результуючий процес описуватиметься більш складною залежністю. При $A = B$ маємо:

$$y(t) = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right).$$

За умови, що частоти ω_1, ω_2 є близькими за величиною, тобто $\omega_1 \approx \omega_2$, $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$, $|\Delta\omega| \ll \omega_1$, попереднє рівняння набуває вигляду

$$y(t) = C(t) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right),$$

де $C(t) = 2A \cos\left(\Delta\omega t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$ грає роль амплітуди, яка тепер починає змінюватися з часом (див. рис. 4.4).

Явище, що при цьому виникає, проявляється у періодичних «зникненні» (послабленні) та «появі» (підсиленні) коливань, хоча характер складових коливальних процесів при цьому ніяким чином не міняється.

$$\begin{aligned} A &= B, \\ \omega_1 &\approx 1.1 \omega_2, \\ \varphi_1 &= \varphi_2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 1.5A, \\ \omega_1 &\approx 1.1 \omega_2, \\ \varphi_1 &= \varphi_2. \end{aligned}$$

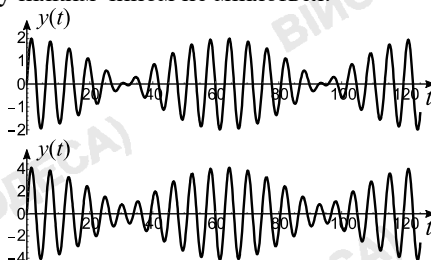


Рис. 4.4. Додавання однонаправлених гармонічних коливань різної частоти

У випадку звукових коливань це явище називається **“биттям”** і широко застосовується для точного налаштування частот генераторів сигналів, передавачів і приймачів звуку, настроюванні музичних інструментів.

Аналогічні явища виникають і при накладенні радіохвиль з близькими частотами (застосовується для налаштування генераторів сигналу у радіопередавачах) або декількох механічних коливань (наприклад, вібрацій, що виникають при роботі механічно зв'язаних двигунів на близьких частотах).

Залежно від ситуації розглянуті явища можуть бути як корисними, так і шкідливими. Наприклад, зміна частот роботи елементів потужних механізмів, що здійснюють коливальний чи обертальний рух, може бути застосована у диверсійних цілях (особливо, у довгостроковій перспективі).

Контрольні питання

1. Які фізичні процеси називають *коливаннями*? Які основні види коливальних процесів виділяють?
2. Наведіть приклади коливальних процесів та їх застосування.
3. Дайте означення *амплітуди, періоду, частоти, циклічної частоти та фази* колиального процесу.
4. За яких умов коливання називають *гармонічними*?
5. Які фізичні системи називають *пружинним і математичним маятниками, коливальним контуром*? Запишіть формули для періодів їх коливань.
6. Які коливання називають *згасними, вимушеними*? Наведіть приклади.
7. Яке явище називають *резонансом*? За яких умов воно виникає?
8. Яке явище називають *биттям*? Як воно виникає і як проявляється?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Вільні коливання математичного маятника описуються рівнянням $\theta(t) = 0.2 \cos(t - 1)$. Визначте амплітуду, період і частоту коливань, а також фазу коливань у момент часу $t = 3$ с.

Відповідь: $A = 0.2$ рад; $T = 2\pi$ с; $\nu \approx 0.16$ Гц; $\varphi(3\text{с}) = 2$ рад.

2. Запишіть рівняння коливань системи, частота власних коливань якої дорівнює 2 Гц. У початковий момент часу швидкість руху системи дорівнювала нулю, а відхилення від положення рівноваги становило 2 м.

Відповідь: $y(t) = 2 \cos(4\pi t)$.

3. Як зміниться частота коливань пружинного маятника, якщо масу тіла зменшити у 8 разів, а жорсткість пружини збільшити у 2 рази?

Відповідь: *зросте у 4 рази.*

4. Дві кульки, сталеві та дерев'яні, однакового розміру прикріплені до стелі нитками однакової довжини. Коливання якої з кульок швидше згасатимуть, якщо їх одночасно відхилити на однакову відстань від положення рівноваги?

Відповідь: *дерев'яної.*

5. Як зміниться частота коливань математичного маятника в літаку, що набирає висоту з вертикальним прискоренням 2 м/с^2 ?

Відповідь: *зросте на 10%.*

6. Амплітуда коливань тіла, підвешеного на пружині, дорівнює 0.1 м. Визначте шлях, який тіло пройде за 8 періодів коливань.

Відповідь: $l = 3.2$ м.

7. Якою повинна бути індуктивність колиального контуру генератора сигналу, щоб частота його власних коливань становила 101.3 МГц, якщо його ємність дорівнює 7 нФ?

Відповідь: $L = 0.35$ нГн.

4.2. Хвилі та їх характеристики

Хвиля (*wave*) – це процес розповсюдження коливань у середовищі.

Також хвилями називають і зміну стану середовища (або збурення у ньому), яка поширюється у просторі та переносить енергію.

Частинки середовища зазвичай не рухаються разом з хвилею, а коливаються навколо положень своєї рівноваги. Ці коливання виникають саме за рахунок тієї енергії, яку хвиля переносить при своєму поширенні.

Хвильові процеси можуть виникати у будь-яких середовищах – від твердих тіл до вакууму. Проте, не всі типи хвиль можливі у кожному з середовищ.

Залежно від характеру руху частинок середовища при поширенні хвилі розрізняють *повздовжні*, *поперечні* та *поверхневі* хвилі (останні виникають лише на поверхнях рідин і твердих тіл).

За характером розповсюдження розрізняють *стоячі* та *біжучі* хвилі.

За періодичністю – *періодичні* та *неперіодичні* хвилі, *ударні* хвилі та *самотні* хвилі (*солітони*).

Основними характеристиками хвилі є амплітуда, напрямок і швидкість поширення, **частота і довжина** хвилі (у випадку періодичних хвиль).

Амплітуда хвилі (*amplitude*) A – максимальне відхилення величини, зміну якої викликає хвиля, від її рівноважного значення:

- частинок середовища від положень їх рівноваги;
- тиску рідини (газу) від його середнього значення;
- напруженості електричного (магнітного) поля електромагнітної хвилі від нуля тощо.

Фронт хвилі (*wavefront*) – це лінія або поверхня, яка відділяє область простору, у якій коливання вже розпочинаються, від області, до якої хвиля ще не дійшла. У випадку гармонічних хвиль коливання у всіх точках фронту хвилі відбуваються в однаковій фазі.

Частота хвилі (*frequency*) ν ($\text{Гц} = 1/\text{с}$) є ключовою характеристикою періодичних хвиль, яка визначається частотою джерела хвилі, залишається сталою при їх поширенні та дорівнює кількості максимумів хвилі, що проходять повз нерухомого спостерігача за одиницю часу (у випадку звукових хвиль вона дорівнює частоті коливань, що виникають у середовищі при поширенні хвилі, а у випадку електромагнітних хвиль – частоті коливань електромагнітного поля):

$$\nu = 1/T = c/\lambda.$$

Циклічна частота (*angular frequency*) ω (рад/с) дорівнює кількості коливань, що відбуваються за 2π одиниць часу (зазвичай за 2π секунд):

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T.$$

Довжина хвилі (*wavelength*) λ (м) визначається властивостями середовища, у якому хвиля поширюється, і може змінитися при її переході в інше середовище (що є причиною явища *заломлення хвиль*). Візуально довжина хвилі дорівнює відстані між двома сусідніми максимумами (чи мінімумами) хвилі, а більш точно – це найменша відстань між точками хвилі з різницею фаз, рівною 2π (тобто точками, які одночасно досягають максимумів і мінімумів – «*коливаються в одній фазі*»).

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = c T.$$

Період хвилі (*period*) T (с) – час, за який фронт хвилі поширюється на відстань, рівну одній довжині хвилі (або час, за який частинки середовища чи електромагнітне поле здійснюють одне повне коливання):

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda}{c} = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Хвильове число (*wavenumber*) k (м^{-1}) – кількість довжин хвиль, що вкладаються у 2π одиниць довжини ($\lambda \approx 6.28$ м):

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}.$$

Швидкість поширення хвилі c (м/с) – ще одна ключова характеристика хвилі, що дорівнює відстані, на яку поширюється фронт хвилі (вона розповсюджує коливання) за одиницю часу, і визначається типом хвилі та властивостями середовища, у якому хвиля поширюється:

$$c = \lambda \nu = \frac{S}{t} = \frac{\omega}{k}.$$

Швидкість поширення хвиль зазвичай не залежить від величини збурення. Однак при достатньо великій амплітуді хвилі вона починає змінювати властивості середовища, внаслідок чого може змінитися і її власна швидкість (наприклад, швидкість поширення потужних ударних хвиль при вибухах може на початку вдвічі перевищувати швидкість звуку, але зменшуватиметься по мірі ослаблення хвилі з віддаленням від точки вибуху).

В однорідних газах і рідинах швидкість хвиль не залежить від напрямку поширення і здебільшого не залежить від частоти хвилі, а у твердих тілах – може сильно залежати від обох цих параметрів.

Залежність швидкості хвилі від частоти називають **дисперсією**.

Швидкість електромагнітних хвиль (світла) у вакуумі є сталою та не залежить від їх частоти або амплітуди, проте при поширенні у середовищі явище дисперсії яскраво проявляється (наприклад, у формі веселки, яка виникає внаслідок розкладання білого світла у спектр при проходженні крізь заломлююче середовище – краплі води).

Види хвиль

Гармонічні хвилі – це хвилі, які описуються законом синуса або косинуса

$$u(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi_0) \quad \text{або} \quad u(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \varphi_0),$$

де φ_0 – початкова фаза хвилі.



Поширення плоских гармонічних хвиль у тривимірному просторі описується наступною формулою:

$$u(\vec{r}, t) = A \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_0),$$

де $\vec{k}$ – хвильовий вектор, $\vec{r}$ – координата довільної точки простору.



Рис. 4.5. Повздовжні коливання пружини

Повздовжні хвилі (*longitudinal wave*) – хвилі, в яких коливання відбуваються паралельно до напрямку розповсюдження хвилі (частинки середовища при коливаннях зміщуються уздовж напрямку поширення хвилі, рис. 4.5 і 4.6).

Можуть існувати у будь-якому середовищі, де є частинки, тобто в усіх середовищах окрім вакууму.

Ознаки: наявність поздовжніх деформацій розтягнення або стиснення, згушень і розріджень частинок.

Приклади: звукові хвилі у різних середовищах, хвилі тиску.

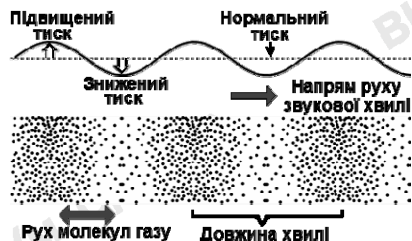


Рис. 4.6. Звукові хвилі у рідині чи газі

Поперечні хвилі (*transverse wave*) – хвилі, в яких коливання відбуваються у площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі (частинки середовища зміщуються перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, рис. 4.7).

Можуть існувати лише у твердих тілах і на поверхні рідин.

Ознаки: наявність згинальних або зсувних деформацій, горбів і впадин.

Приклади: світло, радіохвилі, деякі сейсмічні хвилі, морські хвилі.

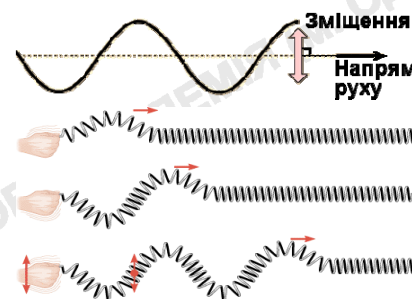


Рис. 4.7. Поперечні коливання натягненої пружини

Оскільки у кожній площині існують два незалежних напрямки коливань, то поперечні хвилі у тривимірному просторі мають дві різні поляризації.

Стоячі хвилі (*standing wave*) – хвилі, при яких фази коливань не поширюються у просторі (рис. 4.8).

Утворюються внаслідок накладення двох біжучих хвиль, які розповсюджуються у протилежних напрямках (назустріч одна одній) та мають рівні частоти ω , довжини хвиль λ й амплітуди A .

Гармонічні стоячі хвилі описуються формулою

$$u(x, t) = A_0 \sin(kx) \cos(\omega t),$$

де $A_0 = 2A$ – амплітуда стоячої хвилі, $A_0 \sin(kx)$ – амплітуда коливань, що відбуваються у точці простору з координатою x .

Характерною рисою стоячої хвилі є наявність *вузлів* – точок, у яких коливання відсутні (амплітуда хвилі дорівнює нулю), та *пучностей* – точок, амплітуда коливань у яких є максимальною; причому просторове положення цих специфічних точок не міняється з часом:

$$x_{\text{вузл}} = \frac{\lambda}{2} n, \quad x_{\text{пучн}} = \frac{\lambda}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

На відміну від біжучих хвиль, у яких відбувається перенесення енергії, у стоячих хвилях перенесення енергії через площини (перпендикулярні до напрямку поширення хвилі), у яких розташовані вузли, не відбувається.

Стоячі хвилі виникають у резонаторах (акустичних, оптичних чи електромагнітних). Багаторазові відбиття хвилі між стінками резонатора призводить до утворення стоячої хвилі, а розміри резонатора у напрямку поширення хвилі визначають довжину хвилі, яку він підсилює. Максимально можлива довжина стоячої хвилі у резонаторі є вдвічі більшою за його довжину – хвилі відповідної частоти називають *основним тоном*.

Окрім основного тону в резонаторі можуть виникати *обертони* – хвилі із вдвічі, втричі (і так далі) більшою частотою.

Приклад 4.3. Розглянемо коливання, що виникають у натягнутому проводі чи гітарній струні з довжиною L і масою m . Основному тону цієї струни відповідає хвиля з довжиною $\lambda_0 = 2L$, а довжини хвиль обертонів дорівнюють:

$$\frac{\lambda_0}{2}; \quad \frac{\lambda_0}{3}; \quad \frac{\lambda_0}{4}; \quad \frac{\lambda_0}{5}; \dots; \quad \frac{\lambda_0}{n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Можливі частоти коливань натягнутої струни однозначно визначаються указаними довжинами стоячих хвиль, погонною густиною струни $\rho_L = m/L$ і силою її натягу F (або швидкістю згинальної хвилі за даного натягу):

$$v_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} \sqrt{F/\rho_L}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Частота звукових хвиль, які випромінює осцилююча струна, дорівнює частоті її коливань. При збільшенні сили натягу струни тон її звучання підвищується, а при збільшенні довжини чи маси струни – знижується.

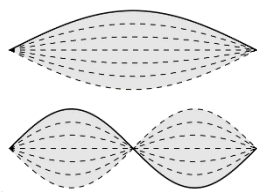


Рис. 4.8. Стояча хвиля на гітарній струні

За характером коливальних процесів, що поширюються хвилею, виділяють *механічні* та *електромагнітні* хвилі.

Електромагнітні хвилі – це процес поширення у просторі електромагнітних коливань (наприклад, світла, радіохвиль, рентгенівських і гамма-променів).

Швидкість поширення електромагнітних хвиль у вакуумі дорівнює

$$c = 299'792'458 \text{ м/с} \approx 300'000 \text{ км/с.}$$

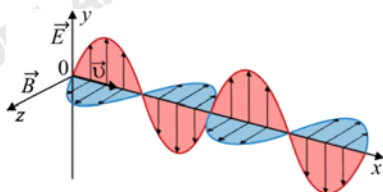


Рис. 4.9. Схематичне зображення електромагнітної хвилі

Електромагнітні хвилі є поперечними хвилями, проте вони не пов'язані з коливаннями частинок середовища, у якому розповсюджуються, тому можуть існувати у будь-якому середовищі, у тому числі й у вакуумі.

В електромагнітних хвилях коливання векторів напруженості електричного поля та індукції магнітного поля завжди відбуваються у взаємно-перпендикулярних площинах (рис. 4.9).

Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль у середовищі є меншою за швидкість світла у вакуумі:

$$c_{\text{сеп}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

де ε та μ – діелектрична та магнітна проникності середовища.

Основними характеристиками електромагнітного випромінювання є його частота і поляризація, проте на практиці більш зручною є довжина хвилі.

Таблиця 4.1

Шкала електромагнітних хвиль

Довжина, м	Частота, Гц	Найменування	
$10^6 - 10^4$	$3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^4$	Наддовгі хвилі	Радіохвилі
$10^4 - 10^3$	$3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^5$	Довгі хвилі	
$10^3 - 10^2$	$8 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6$	Середні хвилі	
$10^2 - 10^1$	$3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$	Короткі хвилі	
$10^1 - 10^0$	$3 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^8$	Метрові хвилі	
$10^0 - 10^{-1}$	$3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^9$	Дециметрові хвилі	
$10^{-1} - 10^{-2}$	$3 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^{10}$	Сантиметрові хвилі	Оптичне випромінювання
$10^{-2} - 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{10} - 3 \cdot 10^{11}$	Міліметрові хвилі	
$10^{-3} - 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{14}$	Інфрачервоне випромінювання	
$10^{-6} - 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{15}$	Видиме світло	
$10^{-7} - 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{15} - 3 \cdot 10^{17}$	Ультрафіолетове випромінювання	Іонізуюче випромінювання
$10^{-9} - 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{17} - 3 \cdot 10^{20}$	Рентгенівське випромінювання	
$10^{-12} - 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{20} - 3 \cdot 10^{22}$	Гамма-випромінювання	
$\leq 10^{-14}$	$\geq 3 \cdot 10^{22}$	Космічні промені	

Механічні хвилі – це поширення коливань у *пружному середовищі*.

Внаслідок того, що механічні хвилі пов'язані з коливаннями частинок середовища, вони поширюються лише у твердих тілах, рідинах, газах і плазмі, проте не можуть розповсюджуватись у вакуумі.

Якщо зовнішня сила приводить у коливальний рух крайню частинку, то внаслідок пружної взаємодії частинок середовища з деяким запізненням починає коливатись наступна частинка і так далі.

Звук – це поширення коливального руху частинок *пружного* середовища за допомогою акустичних хвиль.

У вузькому значенні терміном *звук* позначають коливання середовища, що сприймаються органами слуху живих істот.

Зазвичай звукові хвилі поділяють на чотири великі частотні діапазони:

- **інфразвук** до 16 Гц;
- звук, що чує людина 16-20 Гц – 15-20 кГц;
- **ультразвук** 20 кГц – 1 ГГц;
- **гіперзвук** більше 1 ГГц.

Інфразвук – звукові хвилі з частотами нижче рівня сприйняття людського вуха (від 1 мГц до 16 Гц). Використовується у сейсмографах для реєстрації землетрусів. Внаслідок малої частоти мають дуже велику довжину хвилі, що дозволяє їм долати великі відстані та оминати об'єкти великих розмірів. Наприклад, довжина хвиль з частотою 1 Гц у твердих породах земної кори може сягати 3-4 км, а хвиль з частотою 0.1 Гц – навіть 30-40 км.

Механічні коливання з частотою 18 Гц є резонансними для людського ока і внаслідок нерівномірного розфокусування світла в оці можуть призводити (за достатньої потужності) до утворення додаткових розмитих зображень реальних об'єктів («міражів») у області периферичного зору.

Інтенсивність звуку (Вт/м^2) – це густина потоку звукової енергії.

<i>P</i> , дБ	<i>P</i> , Вт	<i>Приклад</i>
10	10^{-11}	дихання людини
20	10^{-10}	шепіт, механічний годинник
40	10^{-8}	тихий голос людини
60	10^{-6}	фен, шумне кафе
70	10^{-5}	шумний офіс, пилосос
80	10^{-4}	будильник
90	10^{-3}	потужний дизельний двигун
110	10^{-1}	рок-концерт
140-160	100	реактивні двигуни

Найменша інтенсивність звуку, яку ще сприймає вухо людини (порог чутності), становить 10^{-12} Вт/м^2 .

Потужність звуку *P* (Вт) – величина енергії хвилі яка випромінюється, поглинається чи передається за одну секунду.

На практиці потужність звуку вимірюють у децибелах (дБ):

$$P(\text{дБ}) = 10 \lg \frac{P(\text{Вт})}{10^{-12} \text{ Вт}}.$$

Збільшення потужності на 10 дБ відповідає її збільшенню у ватах у 10 разів.

Швидкість звуку дуже сильно залежить від характеристик речовини, у якій він поширюється. Залежно від співвідношення густини та пружних властивостей речовин швидкість звуку у них може відрізнятися у десятки разів (див. табл. 4.2).

Таблиця 4.2

Значення швидкості звуку у чистих речовинах

Речовина	Водень	Гелій	Повітря	Вода прісна	Вода морська	Керосин	Резина	Мідь	Залізо	Алмаз
	(при 0°C)			(при 25°C)						
c , м/с	1286	972	331	1493	1533	1324	1600	3560	5130	12000- 20000

Швидкість звуку в газах і рідинах є приблизно пропорційною до квадратного кореня з температури та визначається формулою $c = \sqrt{K/\rho}$, де K – модуль всебічного стиску, ρ – густина газу.

Швидкість звуку в повітрі становить ≈ 332 м/с при 0°C і ≈ 340 м/с при 14°C. У діапазоні температур T_{C} від -40 до $+55^{\circ}\text{C}$ значення швидкості звуку в повітрі можна обчислити з точністю до ± 1 м/с за наступною формулою:

$$c_{\text{air}} \approx 331 + 0.6 T_{\text{C}}.$$

Більш точно у широкому діапазоні температур вона описується формулою

$$c_{\text{air}} \approx 20\sqrt{273 + T_{\text{C}}} \quad (\text{див. підрозділ 2.2}).$$

Енергія хвилі – повна енергія коливальних процесів, пов'язаних з хвилею.

Інтенсивність хвилі (густина потоку енергії) I ($\text{Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$) – енергія, яку хвиля переносить за одиницю часу крізь одиничну площадку, перпендикулярну до напрямку поширення хвилі.

Механічні хвилі. Енергія коливань однієї частинки маси m дорівнює:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2.$$

Об'ємна густина енергії хвилі w ($\text{Дж}/\text{м}^3$) у випадку n частинок в одиниці об'єму (ρ – густина середовища) дорівнює:

$$w = \frac{E}{V} = n \frac{m \omega^2 A^2}{2} = \frac{\omega^2 A^2}{2} \rho, \quad \rho = n m.$$

Інтенсивність хвилі дорівнює: $I = w c = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \rho c.$

Електромагнітні хвилі.

Об'ємна густина енергії хвилі (у вакуумі, $\varepsilon = \mu = 1$) дорівнює

$$w = \frac{\varepsilon_0}{4} (E_0^2 + c^2 B_0^2) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2 \mu_0} B_0^2,$$

де E_0 і B_0 – амплітудні значення електричної і магнітної компонент хвилі.

Інтенсивність хвилі дорівнює: $I = \frac{1}{2 \mu_0} E_0 B_0 = \frac{c \varepsilon_0}{2} E_0^2 = \frac{c}{2 \mu_0} B_0^2.$

Приклад 4.4. Біля поверхні води здійснили вибух. Прилади на судні поблизу зареєстрували, що звук по воді прийшов на 2 секунди раніше, ніж по повітрю. На якій відстані відбувся вибух, якщо швидкість звуку в повітрі – 340 м/с, а у воді – 1500 м/с.

Дано:	Нехай, $t_{\text{пов}}$ – час, за який звук подолав відстань від місця вибуху до судна повітрям, $t_{\text{вод}}$ – час, за який звук подолав ту ж відстань у воді, l – відстань між місцем вибуху та судном. Тоді:
$v_{\text{пов}} = 340$ м/с	
$v_{\text{вод}} = 1500$ м/с	
$\Delta t = 2$ с	
$l - ?$	$t_{\text{пов}} = l/v_{\text{пов}}; \quad t_{\text{вод}} = l/v_{\text{вод}}.$

Швидкість звуку в повітрі менша за швидкість звуку у воді, тому $t_{\text{пов}} > t_{\text{вод}}$. Відповідно, затримка у часі між реєстрацією приладами судна звуку у воді та звуку в повітрі дорівнює

$$\Delta t = t_{\text{пов}} - t_{\text{вод}} = \frac{l}{v_{\text{пов}}} - \frac{l}{v_{\text{вод}}} = l \left(\frac{1}{v_{\text{пов}}} - \frac{1}{v_{\text{вод}}} \right) = l \left(\frac{v_{\text{вод}} - v_{\text{пов}}}{v_{\text{пов}} v_{\text{вод}}} \right).$$

З отриманої формули виражаємо відстань між судном і точкою вибуху:

$$l = \left(\frac{v_{\text{пов}} v_{\text{вод}}}{v_{\text{вод}} - v_{\text{пов}}} \right) \Delta t = \frac{340 \cdot 1500}{1500 - 340} \cdot 2 \approx 880 \text{ м}.$$

Відповідь: $l \approx 880$ м.

Приклад 4.5. При артилерійському обстрілі спостерігачі почули звук пострілу через 15 секунд після розриву снаряда неподалік від їх розташування. Визначте дальність до артилерійської батареї супротивника, якщо середня швидкість польоту снаряда становить 700 м/с, а швидкість звуку за даних умов дорівнює 325 м/с.

Дано:	Дальність від розташування спостерігачів до артилерійської батареї можна визначити, знаючи швидкість снаряда і тривалість його польоту:
$\Delta t = 15$ с	
$v_{\text{зв}} = 325$ м/с	$L = v_{\text{сн}} t_{\text{сн}}.$
$v_{\text{сн}} = 700$ м/с	
$L - ?$	Середню швидкість снаряда можна оцінити знаючи тип гармат, з яких ведеться обстріл.

Для обчислення тривалості польоту снаряда скористаємось даними про затримку між його потраплянням у ціль та приходом звуку пострілу:

$$L = v_{\text{зв}} \cdot t_{\text{зв}}, \quad t_{\text{зв}} = t_{\text{сн}} + \Delta t.$$

Прирівнюючи попередні вирази, отримуємо

$$v_{\text{сн}} t_{\text{сн}} = v_{\text{зв}} (t_{\text{сн}} + \Delta t) \quad \text{або} \quad (v_{\text{сн}} - v_{\text{зв}}) t_{\text{сн}} = v_{\text{зв}} \Delta t,$$

звідки визначаємо час польоту снаряда:

$$t_{\text{сн}} = \frac{v_{\text{зв}} \Delta t}{v_{\text{сн}} - v_{\text{зв}}} = \frac{325 \cdot 15}{700 - 325} = \frac{4875}{375} = 13 \text{ с}.$$

Відповідно, відстань від спостерігачів до батареї дорівнює

$$L = v_{\text{сн}} t_{\text{сн}} = 700 \cdot 13 = 9100 \text{ м} = 9.1 \text{ км}.$$

Відповідь: $L = 9.1$ км.

Ефект Допплера – явище зміни частоти хвилі, яку реєструє приймач, викликане відносним рухом джерела та приймача хвилі (рис. 4.10).

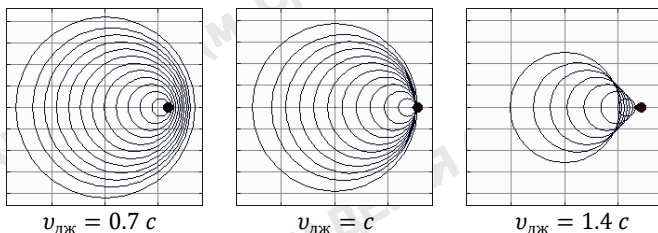


Рис. 4.10. Візуалізація фронту хвилі, яка генерується джерелом, що рухається

При зменшенні відстані між джерелом хвилі (сигналу) і спостерігачем (приймачем) частота спостережуваного сигналу зростає, а при збільшенні відстані між ними – частота сигналу зменшується:

$$\nu = \nu_0 \frac{c + v_{пр}}{c - v_{дж}},$$

де $v_{пр}$ – швидкість приймача (додатна, якщо рухається назустріч хвилі),
 $v_{дж}$ – швидкість джерела хвилі (додатна при русі назустріч приймачу),
 ν_0 – частота хвилі відносно джерела, ν – частота, яку фіксує приймач,
 c – швидкість поширення хвилі (сигналу).

При русі джерела звуку зі швидкістю вдвічі більшою за швидкість звуку нерухомий спостерігач чує сигнал розгорнутим задом наперед.

Використання: радіолокація, сонари, визначення швидкості руху об'єктів, астрономія, медицина тощо.

Врахування ефекту Допплера є важливим при зв'язку з космічними апаратами, що швидко рухаються навколо Землі по круговій чи еліптичній траєкторії, постійно змінюючи напрямок свого руху (інакше, супутник, отримавши сигнал на зсунутій частоті, може його проігнорувати).

Примітка. При радіолокації (чи ехолокації) із застосуванням *нерухомого радіолокатора* ефект Допплера вдвічі посилюється, а відповідна формула істотно спрощується (за умови $v_{ціль} \ll c$):

$$\Delta\nu \approx 2\nu_0 v_{ціль}/c, \quad \Delta\nu = |\nu - \nu_0|$$

де $\Delta\nu$ – зміна частоти сигналу, що реєструє приймач РЛС (відносно частоти ν_0 сигналу, випроміненого нею). Дана формула є дуже точною у випадку радіолокації завдяки тому, що швидкість світла (300'000 км/с) є у десятки тисяч разів більшою за швидкість будь-яких відомих нам макроскопічних об'єктів. Однак при спробі визначення швидкості кулі чи літака за допомогою сонару, застосування даної формули призведе до дуже великих помилок, бо швидкість польоту літаків (> 90 м/с) є порівняною зі швидкістю звуку в повітрі (≈ 333 м/с), а швидкість кулі – може бути більшою за неї у 2-3 рази.

Приклад 4.6. Спостерігач біля злітної смуги аеродрому визначив, що при наближенні літака до нього частота максимальної компоненти шуму становила 18 кГц, а при віддаленні – 3600 Гц. Визначте швидкість літака та власну частоту вказаної компоненти шуму, якщо швидкість звуку $c = 330$ м/с.

Дано:	Для розв'язання даної задачі необхідно застосувати формулу для акустичного ефекту Допплера:
$v_1 = 18000$ Гц	$v = v_0 \frac{c + v_{\text{пр}}}{c - v_{\text{дж}}} \quad (1)$
$v_2 = 3600$ Гц	
$c = 330$ м/с	
$u_{\text{л}}, v_0 - ?$	Спостерігач (приймач звуку) є нерухомим відносно повітря, отже $v_{\text{пр}} = 0$.

Швидкість джерела звуку (літака) $v_{\text{дж}}$ у формулі (1) береться додатною, коли літак рухається до спостерігача ($v_{\text{дж}} = +v_{\text{л}}$)

$$v_1 = v_0 \frac{c + 0}{c - (+v_{\text{л}})},$$

та від'ємною – коли він віддаляється ($v_{\text{дж}} = -v_{\text{л}}$):

$$v_2 = v_0 \frac{c + 0}{c - (-v_{\text{л}})}.$$

Розв'язавши систему двох отриманих рівнянь з двома невідомими $v_{\text{л}}$ та v_0 отримуємо значення шуканих величин:

$$v_{\text{л}} = c \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} = 220 \text{ м/с}, \quad v_0 = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 6000 \text{ Гц} = 6 \text{ кГц}.$$

Відповідь: $v_{\text{л}} = 220$ м/с; $v_0 = 6$ кГц.

Приклад 4.7. Нерухомий радіолокатор застосовується протягом випробувань на полігоні для визначення швидкості польоту кулі на різних дистанціях від місця пострілу. Визначте швидкість кулі, якщо радар зареєстрував зменшення частоти відбитого сигналу на 1 МГц? РЛС працює на хвилях довжиною 1 мм.

Дано:	Зрозуміло, що частота відбитого радіосигналу відрізняється від частоти сигналу, генерованого радіолокатором, внаслідок ефекту Допплера, тому застосуємо відповідну формулу для нерухомої РЛС (враховуючи умову задачі):
$\Delta\nu = 10^6$ Гц	$\Delta\nu \approx 2v_0 \frac{v_{\text{кулі}}}{c} \Rightarrow v_{\text{кулі}} \approx c \frac{\Delta\nu}{2v_0} \quad (1)$
$\lambda_0 = 10^{-3}$ м	
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с	
$v_{\text{кулі}} - ?$	

Частоту v_0 надісланого сигналу визначимо за допомогою формули, що задає зв'язок між частотою довжиною і швидкістю хвилі:

$$v_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^{-3}} = 3 \cdot 10^{11} \text{ Гц}. \quad (2)$$

Підставляючи вираз (2) для частоти оригінального сигналу у формулу (1) для ефекту Допплера отримуємо значення швидкості кулі:

$$v_{\text{кулі}} \approx c \frac{\Delta\nu}{2v_0} = c \frac{\Delta\nu}{2} : \frac{c}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0 \Delta\nu}{2} = \frac{10^{-3} \cdot 10^6}{2} = 500 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $v_{\text{кулі}} \approx 500$ м/с.

Контрольні питання

1. Які фізичні процеси називають *хвилями* та які їх різновиди виділяють?
2. Якими основними параметрами описуються хвильові процеси?
3. Якою залежністю описуються *гармонічні хвилі*? Поясніть усі величини, що входять до неї.
4. Які хвилі називають *механічними*? У яких середовищах такі хвилі можуть поширюватися? Наведіть приклади.
5. Які хвилі називають *електромагнітними*? Які основні діапазони електромагнітних хвиль виділяють?
6. Від яких параметрів середовища залежить швидкість хвиль у ньому?
7. Які основні діапазони *звуку* виділяють?
8. Чому дорівнює та від чого залежить швидкість звуку у повітрі?
9. У чому полягає *ефект Доплера* та як він використовується на практиці?
10. Як змінюється частота хвилі, що сприймається приймачем, внаслідок руху джерела та/або приймача?
11. Запишіть і поясніть формулу для ефекту Доплера для нерухомої РЛС.
12. Поясніть поняття *інтенсивність хвилі* та *об'ємна густина енергії хвилі*.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Визначте амплітуду, початкову фазу, частоту, довжину і швидкість хвилі, що описується рівнянням $u(x, t) = 2 \sin(5x - 20t + 1)$.
Відповідь: $A = 2$; $\varphi_0 = 1$ рад; $\nu \approx 3.18$ Гц; $\lambda \approx 1.26$ м; $v = 4$ м/с.
2. Запишіть рівняння хвильового процесу з амплітудою коливань 0.4 м, періодом 2 с, швидкістю хвилі 200 м/с. У момент часу $t = 0$ у точці $x = 0$ система перебувала у положенні рівноваги.
Відповідь: $u(x, t) = 0.4 \sin(\pi x / 200 - \pi t)$.
3. Визначте довжину звукової хвилі, якщо її частота становить 50 Гц, а швидкість звуку за даних умов дорівнює 340 м/с.
Відповідь: $\lambda = 6.8$ м.
4. Яку довжину хвилі у повітрі мають радіохвилі з частотою 2 ГГц?
Відповідь: $\lambda = 0.15$ м.
5. Звукова хвиля переходить з повітря у воду. Швидкість звуку в повітрі – 333 м/с, а у воді – 1500 м/с. Визначте зміну параметрів хвилі.
Відповідь: $v_v = v_{\text{пов}}; \lambda_v \approx 4.5 \lambda_{\text{пов}}$.
6. Чому дорівнюватимуть частота, довжина хвилі та швидкість жовтого світла ($\lambda_{\text{вак}} = 585$ нм) при потраплянні у скло ($n = 1.5$)?
Відповідь: $\nu_{\text{скло}} = \nu_{\text{вак}} \approx 513$ ТГц; $\lambda_{\text{скло}} = 390$ нм; $c_{\text{скло}} = 2 \times 10^8$ м/с.
7. Яку відстань звукова хвиля з частотою 0.45 кГц і довжиною хвилі 74 см подолає за проміжок часу в 5 с?
Відповідь: $l = 1665$ м.
8. Яку відстань радіохвиля долає у повітрі за 1 мкс?
Відповідь: $l = 300$ м.

9. Як зміниться швидкість звуку в повітрі внаслідок зростання його температури від 13°C до 25°C ?

Відповідь: зросте на ≈ 7 м/с.

10. Під час грози людина почула грім через 10 секунд після спалаху блискавки. На якій відстані відбувся розряд? Швидкість звуку 330 м/с.

Відповідь: $l = 3300$ м.

11. Звукова хвиля з якою довжиною хвилі увійде в резонанс з математичним маятником, довжина підвісу якого становить 5 см? $c = 332$ м/с.

Відповідь: $\lambda \approx 149$ м.

12. Через 5 секунд після пострілу артилерист почув розрив снаряда. В об'єкт на якій відстані поцілила гармата? Швидкість звуку в повітрі 340 м/с, середня швидкість польоту снаряда 660 м/с.

Відповідь: $l = 1122$ м.

13. Солдати, що знаходились у бліндажі, почули звук близького розриву снаряда, а через 7 секунд – звук пострілу. З якої відстані ведеться обстріл, якщо швидкість звуку в повітрі – 342 м/с, снаряда – 720 м/с?

Відповідь: $l = 4560$ м.

14. Основою антени радіостанції є коливальний контур з індуктивністю 1 нГн і нехтовно малим активним опором. Визначте ємність коливального контуру, якщо радіостанція працює на хвилях довжиною 3.1 м.

Відповідь: $C \approx 2.7$ нФ.

15. Джерело звуку частотою 17 кГц рухається до нерухомого спостерігача зі швидкістю 100 м/с. Звук якої частоти реєструватиме спостерігач, якщо швидкість звуку у повітрі дорівнює 343 м/с? Чи зможе він його почути?

Відповідь: $\nu \approx 24$ кГц; ні, не зможе.

16. Супутник зв'язку віддаляється від нерухомої наземної антени зі швидкістю 1 км/с (уздовж прямої, що з'єднує супутник з антеною). Визначте доплерівський зсув частоти прийнятою антеною сигналу, якщо супутник веде передачу на довжині хвилі 20 см.

Відповідь: $\Delta\nu \approx 5$ кГц.

17. Для вимірювання швидкості польоту гарматного снаряда застосовують нерухомий радар з довжиною хвилі 10 мм, розташований поруч з гарматою. Визначте швидкість снаряда, якщо приймальна антена радару зафіксувала зменшення частоти відбитої снарядом хвилі на 147 кГц.

Відповідь: $v \approx 735$ м/с.

18. Передавач ультразвукового сенсору руху генерує сигнал на частоті 40 кГц, а приймач здатний реєструвати звукові хвилі в діапазоні від 35 до 45 кГц. Об'єкти у якому діапазоні швидкостей руху здатний реєструвати даний сенсор при температурі повітря рівній 10°C ?

Відповідь: до ≈ 42 м/с (уздовж напрямку на сенсор)

4.3. Основи геометричної оптики

Оптика (*optics*) – це розділ фізики, в якому вивчається природа оптичного випромінювання (від м'якого рентгенівського випромінювання до міліметрових радіохвиль), досліджуються процеси випромінювання світла, його поширення у різноманітних середовищах і взаємодії з речовиною.

Геометрична оптика (*geometrical optics*) – розділ оптики, в якому вивчаються закони поширення світлових променів.

Геометрична оптика розглядає світло, абстрагуючись від його хвильової природи, що є можливим у тому випадку, коли довжина хвилі світла є малою порівняно з розмірами тіл, що впливають на хід променів.

Як наслідок, у наближенні геометричної оптики не враховуються хвильові властивості світла (такі як інтерференція та дифракція), а інтенсивності світлових променів у ній завжди додаються.

Геометрична оптика є науковою основою для побудови різноманітних оптичних приладів: окулярів, об'єктивів, мікроскопів, телескопів тощо.

Прикладом природного оптичного приладу є око.

Основою геометричної оптики є наступні емпіричні закони:

1. **Закон прямолінійного поширення світла:** в однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно.
2. **Закон незалежного поширення променів:** світлові промені не впливають один на одного та поширюються так, нібито інших променів, окрім того, що розглядається, не існує.
3. **Закони дзеркального відбиття світла:**

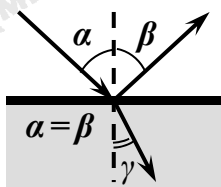


Рис. 4.11. Кути падіння, відбиття і заломлення

- при відбитті світла від гладкої поверхні кут відбиття β дорівнює куту падіння α (рис. 4.11);
- падаючий, відбитий і заломлений промені, та перпендикуляр до поверхні розділу середовищ у точці падіння лежать в одній площині – площині падіння;
- падаючий і відбитий промені знаходяться по різні боки від перпендикуляру, проведеного до поверхні розділу середовищ у точці падіння.

4. **Закон заломлення світла (закон Снела)** визначає взаємозв'язок між кутом падіння α променя на поверхню розділу середовищ та кутом заломлення γ (кути відміряються від перпендикуляра до поверхні):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}.$$

5. **Закон зворотності руху світлового променя:** промінь, що поширюється по деякій траєкторії, пройде в точності по тій самій траєкторії, якщо його відправити у зворотному напрямку.

Об'єктами, що впливають на розповсюдження променів, є прозорі та непрозорі поверхні, неоднорідності середовища, дзеркала, лінзи тощо.

Принцип Ферма: у неоднорідному середовищі світло рухається таким чином, щоб витратити мінімальний час на потрапляння з початкової точки у кінцеву.

Заломлення світла (refraction) – зміна напрямку поширення променя при проходженні межі розділу двох середовищ із різною оптичною густиною (наприклад, з повітря у скло, зі скла у воду).

Кут падіння – кут, утворений надхідним променем із нормаллю до площини розділу середовищ.

Кут відбивання – кут, утворений відбитим променем із нормаллю до площини розділу середовищ.

Кут заломлення – кут, утворений заломленим променем із нормаллю до площини розділу середовищ.

При переході з одного середовища до іншого **частота хвилі залишається сталою**, а її **довжина змінюється**, що призводить до **зміни швидкості поширення хвилі**. Зміна швидкості поширення і є причиною заломлення світла (чи будь-яких інших хвиль), що надходить до поверхні розділу середовищ під кутами, відмінними від прямого.

Кут, на який змінюється напрямок поширення випромінювання, залежить від властивостей обох середовищ і від довжини хвилі самого випромінювання. Явище заломлення широко використовується в оптиці. Наприклад, біле світло, заломлюючись у призмі, розкладається на спектр. При заломленні світла деякими кристалами виникає не один, а два заломлені промені, які розповсюджуються у різних напрямках. Це явище називається подвійним променезаломленням і пов'язане з різною величиною заломлення електромагнітних хвиль різної поляризації.

Швидкість світла у середовищі завжди є меншою за швидкість світла у вакуумі та залежить від властивостей середовища.

Абсолютним показником заломлення n називають величину, що показує, у скільки разів швидкість поширення світла у середовищі є меншою за швидкість світла у вакуумі:

$$c_{\text{сер.}} = c_{\text{вак.}}/n.$$

У непоглинаючих середовищах показник заломлення пов'язаний із діелектричною та магнітною проникністю речовини: $n = \sqrt{\epsilon \mu}$.

Відносний показник заломлення $n_{2,1} = n_2/n_1$ показує, у скільки разів швидкість світла у другому середовищі є меншою, ніж у першому.

Величину показника заломлення середовища також характеризують терміном **оптична густина**. Середовище з більшим значенням показника заломлення називають оптично густішим (див. таблицю 4.3).

Таблиця 4.3

Показники заломлення різних середовищ для світла з $\lambda=589$ нм

Речовина	Вакуум	Повітря	Лід	Вода (20°C)	Ацетон, етанол	Поліетилен	Скло	Діамант	Кремній
n	1	1.00029	1.31	1.33	1.36	1.58	1.4–1.9	2.42	4.01

Дисперсія світла – залежність показника заломлення речовини від частоти світла. У більшості спектральних діапазонів показник заломлення зростає з частотою, що називають *нормальною дисперсією* (наприклад, показник заломлення води і скла для синього світла є більшим, ніж для червоного).

Поляризація світла (*polarization*) – напрямок, уздовж якого відбуваються коливання електричної складової електромагнітної хвилі (світла) – вектора напруженості електричного поля.

Електромагнітні хвилі залежно від виду їх поляризації поділяються на *неполяризовані*, *лінійно-поляризовані*, *циркулярно-поляризовані* й *еліптично-поляризовані* (див. рис. 4.12).

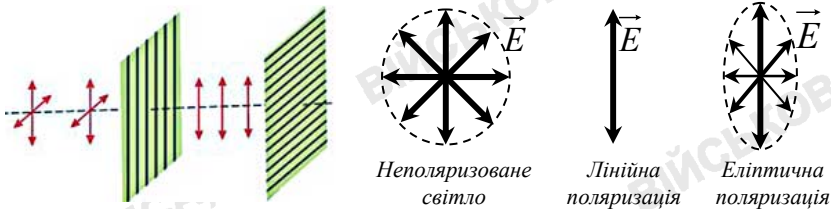


Рис. 4.12. Принцип дії поляризаторів (ліворуч) і види поляризації (праворуч)

У *неполяризованому світлі* напрямки коливань напруженості $\vec{E}$ електричного поля різних фотонів є рівномірно розподіленими за кутом від 0 до 2π , тобто немає такого напрямку, коливання уздовж якого переважали б.

При *лінійній поляризації* вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$ осцилює лише уздовж одного й того ж напрямку – *напрямку поляризації*.

При *циркулярній поляризації* вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$ є незмінним за величиною, проте повертається зі сталою швидкістю за рухом годинникової стрілки або проти нього (тобто можливі два типи такої поляризації). Циркулярна поляризація виникає при взаємному додаванні двох рівних за амплітудою лінійно-поляризованих хвиль (з перпендикулярними напрямками поляризації), фази яких зсунуті на $\pi/2$.

Еліптична поляризація є подібною до кругової з тією різницею, що на додачу до обертання вектор напруженості електричного поля періодично змінює свою величину. Цей варіант поляризації є найбільш загальним і виникає при взаємному додаванні двох лінійно-поляризованих хвиль (з перпендикулярними напрямками поляризації), якщо їх інтенсивності не є рівними або фази зсунуті на величину, відмінну від $\pi/2$.

При падінні хвилі на плоску поверхню розділу двох середовищ зручно виділити *s*-поляризацію та *p*-поляризацію:

- ***p*-поляризація** – вектор напруженості електричного поля хвилі лежить у площині падіння;
- ***s*-поляризація** – вектор напруженості електричного поля хвилі є перпендикулярним до площини падіння.

Природне сонячне світло та світло, випромінюване нагрітими тілами (як правило) є неполяризованим.

Однак неполяризоване світло можна поляризувати, пропустивши його через спеціальні **поляризатори**, дія яких базується на поглинанні чи відбиванні світла однієї з лінійних поляризацій. У світлі, що виходить з поляризатора, присутні хвилі лише тієї поляризації, яку він пропускає, тому таке світло є лінійно-поляризованим. Існують і середовища, які вибірково пропускають одну з можливих кругових поляризацій.

Найчастіше роль поляризаторів грають спеціально підібрані комбінації трикутних призм або кристали з анізотропною кристалічною ґраткою.

Деякі матеріали можуть повертати площину поляризації світла на певний кут, залежно від шляху, пройденого світлом у них, та зовнішніх умов (наприклад, прикладеного до кристалу електричного поля або механічної деформації) – такі середовища називають оптично активними.

Закон Малюса пов'язує інтенсивність лінійно поляризованого світла до (I_0) і після (I) його проходження крізь поляризатор, вісь поляризації якого розташована під кутом φ до напрямку початкової поляризації променя:

- абсолютно прозорий поляризатор: $I(\varphi) = I_0 \cos^2 \varphi$;
- поляризатор з коефіцієнтом пропускання k_a : $I(\varphi) = k_a I_0 \cos^2 \varphi$.

Інтенсивність відбиття світла від прозорої плоскої поверхні розділу ізоотропних середовищ залежить від його поляризації.

Відбиття хвиль. Поляризація світла при відбитті

Коефіцієнт відбиття R – безрозмірна величина, яка характеризує здатність тіл відбивати випромінювання, що падає на їх поверхню. Кількісно дорівнює відношенню інтенсивності відбитого тілом випромінювання до інтенсивності випромінювання, що падає на тіло.

Коефіцієнт проходження T – безрозмірна величина, що характеризує долю енергії випромінювання, що проходить крізь поверхню розділу середовищ. Дорівнює відношенню інтенсивності випромінювання, що пройшло крізь поверхню розділу, до інтенсивності випромінювання, що впало на неї.

Закон збереження енергії вимагає: $R + T = 1$.

Якщо промінь під прямим кутом падає з повітря

($n_1 = 1.00029$) на

- скло ($n_2 \approx 1.5$): $R = 4\%$

- воду ($n_2 \approx 1.3$): $R = 2\%$

- алмаз ($n_2 \approx 2.4$): $R = 17\%$

- кремній ($n_2 \approx 4.0$): $R = 36\%$

При падінні світла під прямим кутом на поверхню розділу двох середовищ коефіцієнт відбиття не залежить від поляризації променя і дорівнює

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \right)^2,$$

де n_1 та n_2 – відносні показники заломлення першого і другого середовищ.

При падінні світла під кутами, відмінними від прямого, коефіцієнт відбиття збільшується і починає залежати від поляризації падаючого променя.

Дифузне відбиття світла (*diffuse reflection*) – відбиття світла нерівною поверхнею з характерними розмірами нерівностей значно меншими за ширину падаючого променя. При цьому різні частини променя потрапляють на елементи поверхні, розташовані під різними кутами, і, відповідно, відбиваються у різні боки. Внаслідок цього відбувається розсіювання променя та руйнування зображення (див. рис. 4.13).

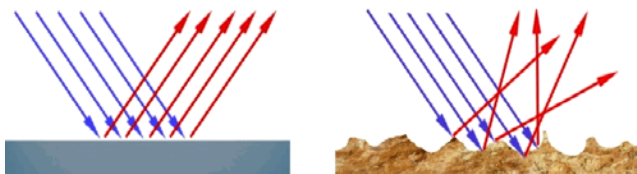


Рис. 4.13. Дзеркальне (ліворуч) і дифузне (праворуч) відбиття світла

Повне внутрішнє відбиття

При падінні світла з оптично більш щільного середовища ($n_1 > n_2$) під кутами, більшими за деяке критичне значення

$$\alpha_{\text{крит}} = \arcsin(n_2/n_1)$$

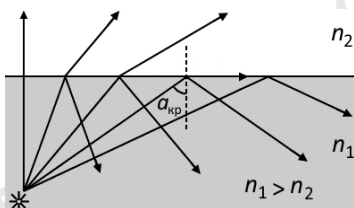


Рис. 4.14. Повне внутрішнє відбиття світла

відбувається **повне внутрішнє відбиття** світла. При цьому світловий промінь потрапляє у середовище з меншою оптичною щільністю лише на відстань, порівняну з довжиною хвилі світла, після чого повертається у середовище, з якого прийшов.

Математично це явище пояснюється неможливістю підбору такого значення кута заломлення, синус якого є більшим за одиницю (згадаємо, що за означенням синуса $|\sin \alpha| \leq 1$).

Явище повного внутрішнього відбиття широко застосовується у оптичних волоконних лініях зв'язку, фіброскопах, світловідбиваючих призмах (таких як призма Порро, див. рис. 4.27, бічний підсвітці LCD дисплеїв тощо).

Поляризація світла при відбитті. У випадку немагнітного середовища коефіцієнти відбиття R_s та R_p для s -поляризованого світла (з напрямком коливань вектору напруженості електричного поля світлової хвилі, перпендикулярним до площини падіння) та p -поляризованого світла (з напрямком коливань вектору напруженості електричного поля світлової хвилі у площині її падіння) дорівнюють:

$$R_s = \left| \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \gamma}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \gamma} \right|^2; \quad R_p = \left| \frac{n_1 \cos \gamma - n_2 \cos \alpha}{n_1 \cos \gamma + n_2 \cos \alpha} \right|^2,$$

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha \right)^2}.$$

де n_1 та n_2 – коефіцієнти заломлення середовища, з якого падає світло, та середовища, від якого воно відбивається; α – кут падіння світла, γ – кут заломлення світла в другому середовищі.

У випадку неполяризованого падаючого світла (інтенсивності p - та s -компонент є однаковими) коефіцієнт відбиття дорівнює

$$R = (R_p + R_s)/2.$$

При падінні світла під **кутом Брюстера**

$$\alpha_B = \arctg(n_2/n_1)$$

відбите світло буде повністю поляризованим (s -поляризованим).

Розсіяння світла

Розсіяння світла – випадкова зміна напрямку руху окремих частин світлового променя, що рухається в неоднорідному середовищі, внаслідок заломлення, відбиття і дифракції на окремих неоднорідностях середовища (див. рис. 4.15).

Розсіяння особливо сильно проявляється у тих випадках, коли розмір неоднорідностей є значно меншим за діаметр світлового променя.

Залежно від механізму розсіяння воно може відбуватися без зміни частоти світла (пружне розсіяння) чи з її зміною (непружне розсіяння).

При розсіянні хвилі з частотою ν на частинках, розмір яких є меншим за $1/10$ її довжини, інтенсивність розсіяння є пропорційною до ν^4 , тобто високочастотні хвилі розсіюються значно сильніше, ніж низькочастотні.

Розсіяння світла на молекулах повітря є причиною синього кольору неба вдень і червоного протягом сходу та заходу Сонця.

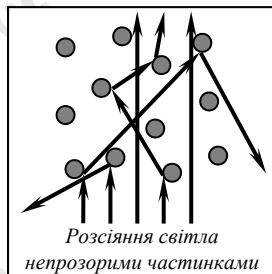
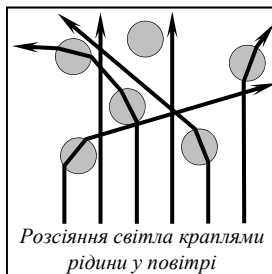


Рис. 4.15. Розсіяння світла

Відбиття світла, побудова зображень у дзеркалах

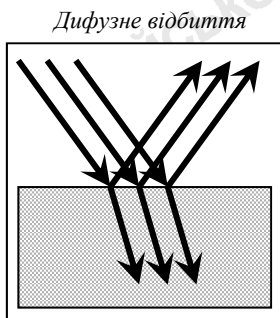
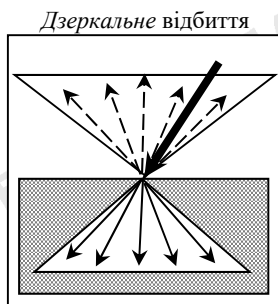


Рис. 4.16. Дзеркальне і дифузне відбиття світла

Дзеркальне відбиття (*specular reflection*) відбувається при падінні променя на гладку поверхню, коли всі частини променя відбиваються під однаковим кутом до напрямку його падіння, завдяки чому не відбувається руйнування зображення (рис. 4.16, зверху).

Дифузне відбиття (*diffuse reflection*) – відбиття від поверхні з великою кількістю невеликих нерівностей (розміри яких, як мінімум, порівнянні з довжиною хвилі світла і значно менші за переріз світлового променя). При цьому різні частини променя потрапляють на елементи поверхні, розташовані під різними кутами, і відбиваються у різні боки. Внаслідок цього відбувається розсіювання променя і руйнування зображення. Область поверхні, на яку падає світло, з усіх боків виглядає більш-менш рівномірно освітленою (рис. 4.16, знизу).

Так само, як і відбиття, заломлення світла може супроводжуватись розсіюванням. При цьому діаметр променя зростатиме по мірі заглиблення у друге середовище.

Плоскі дзеркала (*plane mirror*) відбивають падаючі промені не порушуючи їх взаємне розташування за виключенням того, що ліва і права сторони зображення відносно точки падіння обмінюються місцями (об'єкт і зображення називають *дзеркально симетричними*).

Зображення у плоскому дзеркалі має наступні риси:

- відстань між дзеркалом і зображенням дорівнює відстані між дзеркалом і об'єктом;
- розмір зображення дорівнює розміру об'єкта;
- зображення є уявним – нібито знаходиться за дзеркалом, його не можна відобразити на екрані;
- зображення є прямим (неперевернутим) і дзеркально симетричним відносно вертикалі.

Увігнуті та опуклі дзеркала. Фокусом увігнутого або опуклого дзеркала називають точку, в якій перетинаються всі промені (або їх продовження), що падають на дзеркало паралельно його оптичній осі.

Опуклі дзеркала (*convex mirror*) завжди створюють *пряме* (неперевернуте), *уявне* та *зменшене* зображення.

При наближенні об'єкта до дзеркала його зображення зростає, поступово наближаючись до реальних розмірів об'єкта, проте не може їх перевищити.

Завдяки зменшенню віддалених об'єктів, опуклі дзеркала мають більш широке поле зору порівняно з плоскими дзеркалами.

Увігнуті дзеркала (*concave mirror*) являють собою більш складний випадок, ніж опуклі, бо зображення в них істотно залежить від відстані S_o між дзеркалом і об'єктом (точніше, від співвідношення цієї відстані та фокусної відстані F дзеркала).

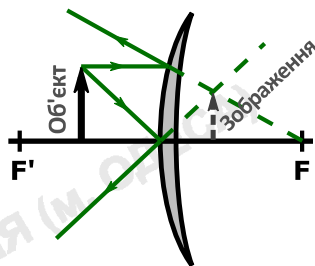


Рис. 4.17. Побудова зображення в опуклому дзеркалі

Таблиця 4.4

Побудова зображення в увігнутому дзеркалі

Розташування об'єкта	$S_o < F$	$S_o = F$
Характеристика зображення	Уявне, пряме, збільшене	Зображення відсутнє В околі цієї точки розмір зображення прямує до нескінченності
Побудова ходу променів		
$F < S_o < 2F$	$S_o = 2F$	$S_o > 2F$
Дійсне, перевернуте, збільшене	Дійсне, перевернуте, того ж розміру, що й об'єкт, знаходиться у тій же точці, що й об'єкт	Дійсне, перевернуте, зменшене. Зі збільшенням S_o зображення зменшується, а його положення наближається до фокусу дзеркала

Форма дзеркала істотно впливає на формування зображення у ньому.

Сферичні дзеркала не збирають всі паралельно падаючі на них промені в одну точку, тому при їх застосуванні виникають *сферичні аберації*.

Параболічні дзеркала (*parabolic mirrors*), навпаки, *фокусують всі паралельно падаючі на них промені в одній точці* (див. рис. 4.18). Завдяки цій особливості параболічні дзеркала застосовуються у телескопах, супутникових антенах, деяких видах сонячних електростанцій тощо.

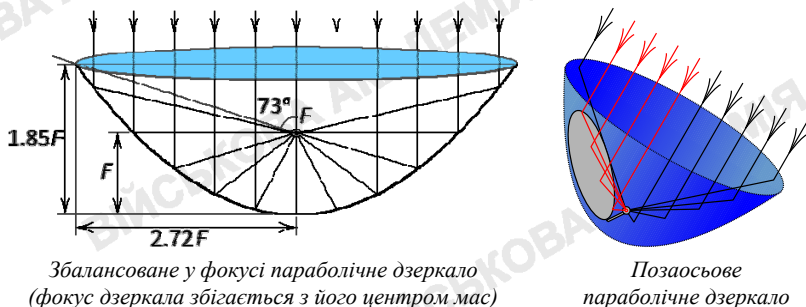


Рис. 4.18. Параболічні дзеркала

Рівняння дзеркала пов'язує фокусну відстань F дзеркала та відстань S_o від об'єкта до дзеркала з відстанню S_i між дзеркалом та зображенням:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{S_i} + \frac{1}{S_o}.$$

Фокусна відстань увігнутого дзеркала приймається додатною, а опуклого дзеркала – від'ємною.

Відстань між дзеркалом і уявним зображенням береться від'ємною, а між дзеркалом і дійсним зображенням – додатними.

Фокусна відстань плоского дзеркала дорівнює нескінченості, тому, для нього $S_i = -S_o$.

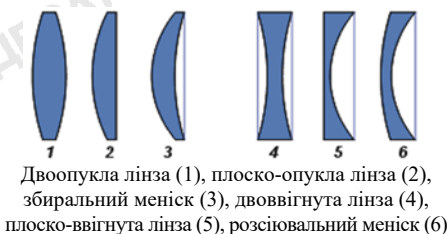
Заломлення світла. Лінзи

Оптична лінза (*lens*) – найпростіший оптичний елемент, виготовлений із прозорого матеріалу, обмежений двома заломлюючими поверхнями, які мають спільну вісь симетрії, або взаємно перпендикулярні площини симетрії. При виготовленні лінз для видимого діапазону світла використовують оптичне або органічне скло, для УФ діапазону – кварц і флюорит, для ІЧ-діапазону – спеціальні сорти скла, кремній, сапфір, германій тощо. Зазвичай лінзи мають аксіальну симетрію й обмежені двома сферичними поверхнями однакового або різного радіусу.

Сферичні лінзи є найпростішими у виробництві, але мають і суттєвий недолік – дещо спотворюють зображення, викликаючи *сферичні аберації*.

Сферичні лінзи поділяють на **опуклі** й **увігнуті**.

Лінзи поділяють на **збиральні** та **розсіювальні** залежно від того, сходяться чи розходяться паралельні пучки променів після проходження через лінзу.



Лінзи, які товщі посередині, ніж на краях, мають властивість збирати заломлене світло, тому їх називають **збиральними**.

Лінзи, які посередині тонші, ніж на краях, мають властивість розсіювати заломлене світло, тому їх називають **розсіювальними**.

Оптичний центр лінзи – точка, при проходженні через яку промінь не змінює напрямку свого руху (точка O на рис. 4.19).

Головна оптична вісь лінзи – пряма, що є віссю симетрії поверхонь заломлення лінзи і проходить через центри цих поверхонь перпендикулярно до них (товста горизонтальна лінія, що проходить через т. O на рисунку).

Головна площина лінзи – площина, що проходить через оптичний центр лінзи перпендикулярно до її головної оптичної осі (вертикальна пунктирна лінія, що проходить через т. O на рис. 4.19).

Фокусна відстань F (м) лінзи – відстань між її головним фокусом і оптичним центром, є однією з найбільш важливих характеристик лінзи.

Якщо на збиральну лінзу направити пучок променів, паралельних до її головної оптичної осі, то всі вони перетнуться в одній точці – **головному фокусу лінзи** (точка F на рис. 4.19).

Якщо аналогічним чином направити пучок паралельних променів на розсіювальну лінзу, то пройшовши крізь неї вони почнуть розходитися у різні боки (розсіюватися) таким чином, нібито всі вони вийшли з однієї точки – **головного фокусу** розсіювальної лінзи.

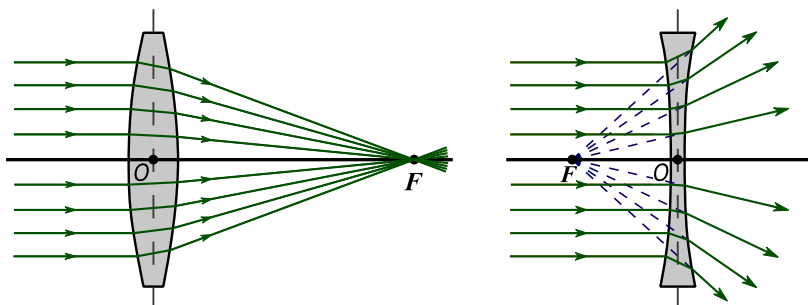


Рис. 4.19. Збиральна лінза (ліворуч) і розсіювальна лінза (праворуч)

Лінзу називають **тонкою лінзою**, якщо її товщина є набагато меншою за її фокусну відстань (або за радіуси її сферичних поверхонь).

У протилежному випадку товщиною лінзи не можна знехтувати порівняно з її фокусною відстанню і її називають **товстою лінзою**. Розрахунок і побудова зображення у товстих лінзах є значно складнішими, ніж у тонких.

Фокальною площиною лінзи називають площину, що проходить через головний фокус лінзи перпендикулярно до її головної оптичної осі.

Збиральна лінза має властивість збирати у одній точці не тільки ті промені, які падали на неї пучком, паралельним до головної оптичної осі.

Якщо пучок паралельних променів падатиме на тонку збиральну лінзу під довільним кутом, то всі вони зберуться у тій точці фокальної площини лінзи, де її перетнув промінь, що пройшов через оптичний центр лінзи.

Більш того, всі промені (або їх продовження), що вийшли з довільної точки A і заломилися лінзою, зберуться в іншій точці A' – *спряженому фокусу* до точки A .

Аналогічні правила виконуються і для тонкої розсіювальної лінзи, лише з тією різницею, що у цьому випадку в одну точку завжди збиратимуться уявні продовження променів, а не самі промені (бо лінза їх розсіює).

Побудова зображення у тонкій лінзі

При побудові зображення предмета у *тонкій розсіювальній лінзі* проводять три променя:

1. з вершини предмета паралельно головній оптичній осі лінзи до головної площини лінзи;
2. з головного фокусу лінзи через точку перетину першого променя з головною площиною лінзи;
3. з вершини предмета через центр лінзи.

Друга і третя лінії перетинаються в одній точці, яка і визначає положення зображення вершини предмета.

При побудові зображення предмета у *тонкій збиральній лінзі* проводять два променя:

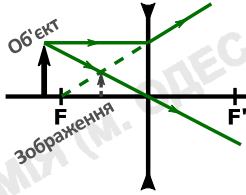
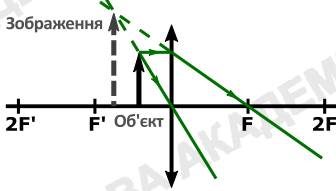
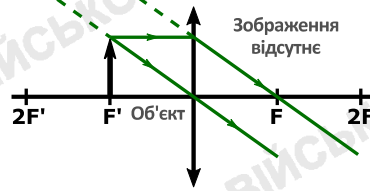
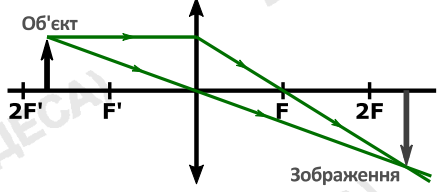
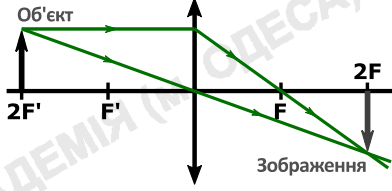
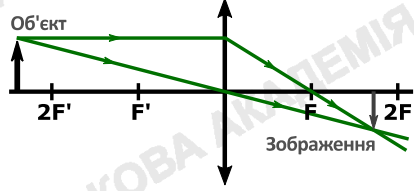
1. з вершини предмета паралельно головній оптичній осі лінзи до головної площини лінзи, далі, заломлюючись, через головний фокус лінзи;
2. з вершини предмета через центр лінзи.

Ці дві лінії (або їх продовження) перетинаються в одній точці, яка і визначає положення зображення вершини предмета.

У випадку, якщо перетнулися саме продовження цих ліній (з того ж боку лінзи, де розташований і сам предмет), то зображення є уявним і його не можна відобразити на екрані, а можливо побачити лише за допомогою іншого оптичного приладу (наприклад, збиральної лінзи чи ока).

Таблиця 4.5

Побудова зображення у тонких лінзах

Розсіювальна лінза При будь-якому розташуванні об'єкта отримуємо <i>пряме зменшене уявне</i> зображення.	
Збиральна лінза $S_o < F$ При розташуванні об'єкта між лінзою та її фокусом отримуємо <i>пряме збільшене уявне</i> зображення.	
$S_o = F$ При розташуванні об'єкта точно у фокусі лінзи його зображення <i>не утворюється</i>.	
$F < S_o < 2F$ При розташуванні об'єкта між фокусом і подвійним фокусом лінзи отримуємо <i>перевернуте збільшене дійсне</i> зображення.	
$S_o = 2F$ При розташуванні об'єкта точно у подвійному фокусі лінзи отримуємо <i>перевернуте дійсне зображення того ж розміру</i>, що й об'єкт.	
$S_o > 2F$ При розташуванні об'єкта за подвійним фокусом лінзи отримуємо <i>перевернуте зменшене дійсне</i> зображення.	

Оптична сила лінзи D (дптр, діоптрія) характеризує здатність лінзи заломлювати світлові промені та є оберненою до фокусної відстані лінзи:

$$D = \frac{1}{F}.$$

Формула тонкої лінзи: відстані S_o від лінзи до об'єкта та S_i від лінзи до зображення пов'язані з її фокусною відстанню F формулою

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}.$$

При розрахунках значення фокусної відстані розсіювальної лінзи приймається від'ємним, а збиральної лінзи – додатним.

Аналогічно, відстані для дійсних об'єкта і зображення беруться зі знаком «+», а для уявних об'єкта і зображення – зі знаком «-».

Збільшення Γ зображення, утвореного лінзою, дорівнює: $\Gamma = S_i/S_o$.

Побудова зображення у системах лінз

Для розрахунку і побудови зображення у системі декількох лінз застосовують один з наступних підходів:

- за наведеними вище правилами будується зображення у першій лінзі, після чого воно грає роль предмета для другої лінзи і так далі (зауважимо, що при цьому предмет може виявитися й уявним);
- *метод трасування променів* – замість побудови зображень у кожній з лінз виконується лише побудова ходу двох променів (випущених з заданої точки) за допомогою правил, які описують заломлення променя лінзою відповідного типу (див. приклад на рис. 4.20);
- *матрична оптика (ray transfer matrix analysis)* – математичний апарат, який дозволяє визначити хід заданого променя у будь-якій точці оптичної системи шляхом простих матричних операцій.

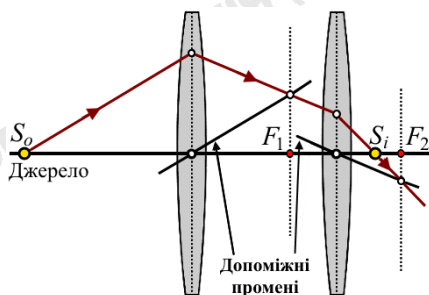


Рис. 4.20. Побудова ходу променя в системі двох тонких збиральних лінз

Оптична сила системи двох тонких лінз, розташованих на відстані d , дорівнює:

$$D = D_1 + D_2 - d D_1 D_2.$$

Якщо оптична система з двох лінз має нульову оптичну силу (афокальна оптична система), тоді її збільшення дорівнює відношенню фокусної відстані об'єктива F_o до фокусної відстані окуляра F_e :

$$\Gamma = F_o/F_e.$$

Приклад 4.8. Побудуйте зображення предмета у тонкій збиральній лінзі, якщо фокусна відстань лінзи дорівнює F , а предмет розташований на відстані $S_o = 2.5F$ від неї. Охарактеризуйте зображення та визначте його збільшення.

Дано: Для визначення положення зображення застосуємо рівняння тонкої лінзи (де S_i – відстань між лінзою та зображенням):

$$\begin{array}{l} S_o = 2.5F \\ F > 0 \end{array} \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}.$$

Шляхом простих перетворень визначаємо відстань S_i :

$$\frac{1}{S_i} = \frac{1}{F} - \frac{1}{S_o} \Rightarrow S_i = \frac{S_o F}{S_o - F} = \frac{2.5F^2}{2.5F - F} = \frac{5}{3}F > 0.$$

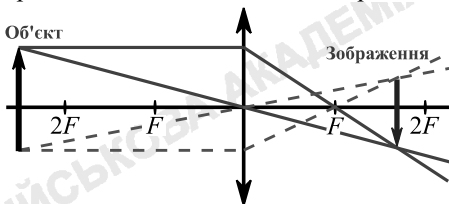
Додатне значення відстані S_i між зображенням та лінзою свідчить про те, що отримане зображення є *дійсним*.

За означенням, збільшення зображення лінзою дорівнює

$$\Gamma = \left| \frac{S_i}{S_o} \right| = \frac{5F/3}{2.5F} = \frac{2}{3} < 1,$$

тобто зображення є *зменшеним* на одну третину (приблизно на 33%).

Побудуємо графічно зображення даного предмета в лінзі. Для цього з кожної із крайніх точок тіла проведемо по два промені: один – паралельно головній оптичній осі лінзи до перетину з лінзою, а далі – через фокус лінзи; інший – через центр лінзи (нагадаємо, що промені, які проходять крізь центр тонкої лінзи, не заломлюються). Точка перетину цих променів визначає положення відповідної точки тіла на його чіткому зображенні.



Відповідь: $S_i = 5F/3$; $\Gamma = 2/3$; зображення дійсне, перевернуте і зменшене.

Приклад 4.9. Побудуйте зображення предмета у тонкій розсіювальній лінзі з фокусною відстанню F , якщо предмет розташований на відстані $S_o = 1.5|F|$ від неї. Охарактеризуйте отримане зображення та визначте його збільшення.

Дано: У випадку розсіювальної лінзи важливо врахувати, що її фокусна відстань має негативне значення (тому її також можна записати у наступній формі: $F = -|F|$). Відповідно, з рівняння тонкої лінзи

$$\begin{array}{l} S_o = 1.5|F| \\ F < 0 \end{array} \quad -\frac{1}{|F|} = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}$$

отримуємо:

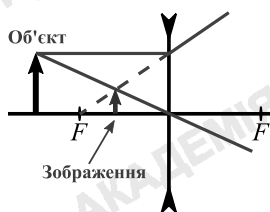
$$S_i = -\frac{S_o |F|}{S_o + |F|} = -\frac{1.5|F|^2}{1.5|F| + |F|} = -\frac{3}{5}|F| < 0,$$

тобто зображення є *уявним* (розташованим з того ж боку лінзи, що й предмет) і, відповідно, *прямим* (уявні зображення завжди є прямими).

Збільшення зображення визначається стандартним чином і дорівнює

$$\Gamma = \left| \frac{S_i}{S_o} \right| = \left| \frac{-0.6|F|}{1.5|F|} \right| = \frac{1}{2.5} = 0.4 < 1,$$

тобто зображення є *зменшеним* у два з половиною рази.



Побудуємо зображення даного предмета графічно. Для цього з кожної з крайніх точок тіла проведемо по два промені: один – через центр лінзи (аналогічно випадку збиральної лінзи), інший – паралельно головній оптичній осі лінзи до перетину з нею, а далі – нібито він вийшов із головного фокусу лінзи. Бачимо, що побудовані промені розходяться, тобто зображення є уявним і виникає у точці перетину першого променя з уявним продовженням другого.

Відповідь: $S_i = -0.6F$; $\Gamma = 0.4$; зображення є уявним, прямим і зменшеним.

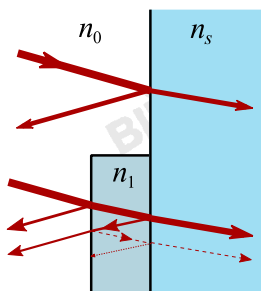


Рис. 4.21. Одношарове просвітлення оптичного елемента

Просвітлення оптики – збільшення прозорості елементів оптичних систем (лінз, призм) нанесенням на їх поверхні одного або більше діелектричних шарів (просвітлюючої плівки) з показником заломлення, більшим, ніж у зовнішнього середовища, але меншим, ніж у матеріалу оптичної деталі (рис. 4.21).

Для досягнення максимального проходження падаючої світлової хвилі крізь оптичний елемент із одношаровим просвітленням, показник заломлення n_1 просвітлюючої плівки повинен дорівнювати квадратному кореню з добутку показників заломлення матеріалу оптичного елемента n_s і середовища n_0 , у якому світло поширювалось до нього (зазвичай це повітря чи деяка рідина):

$$n_1 = \sqrt{n_0 n_s}.$$

Коефіцієнт відбиття світла при перетині границі двох середовищ під прямим кутом визначається формулою

$$R_{\perp} = \left(\frac{n_0 - n_s}{n_0 + n_s} \right)^2.$$

Чим більшою є різниця показників заломлення – тим більша доля світла відбивається. При переході з повітря ($n_0 = 1$) у скло з ($n_s = 1.5$) $R = 0.04 = 4\%$.

Врахування відбиття від задньої поверхні скла (лінзи) та багатократних відбиттів між його задньою і передньою поверхнями призводить до значення $R_{\text{повн},\perp} \approx 0.077$, тобто 7.7%.

Нанесення на поверхню лінзи додаткового шару матеріалу з показником заломлення n_1 , таким, що $n_0 < n_1 < n_s$ призводить до виникнення додаткового відбиття при переході з плівки до лінзи, проте, одночасно значно зменшує величини R при кожній з двох змін середовища (до 1%).

З урахуванням відбиття на чотирьох поверхнях розділу середовищ отримуємо $R_{\text{повн,просв.л}} \approx 4\%$ (при $n_1 = \sqrt{n_0 n_s}$), тобто втрати на відбиття на кожній лінзі зменшуються приблизно вдвічі. Цей ефект працює для всіх довжин хвиль падаючого світла та будь-яких товщин плівки.

При двошаровому просвітленні ситуація стає ще більш складною, а кількість поверхонь розділу середовищ зростає до 6. Однак зміна значення показника заломлення при кожному переході з одного середовища в інше при цьому сильно зменшується.

Оптимальне двошарове просвітлення досягається при наступних значеннях показників заломлення двох шарів просвітлюючого матеріалу:

$$n_{\text{пр,1}} = (\sqrt[3]{n_0})^2 \sqrt[3]{n_s}; \quad n_{\text{пр,2}} = \sqrt[3]{n_0} (\sqrt[3]{n_s})^2,$$

і дозволяє зменшити відбиття на поверхні розділу повітря – скло до 1.3%, а для всієї лінзи – до $\approx 2.7\%$, тобто приблизно у *три* рази.

Головним недоліком описаної схеми просвітлення є її висока вартість (внаслідок складності підбору матеріалів з необхідними значеннями показників заломлення та їх рівномірного нанесення на лінзу). Це є однією з причин того, що високоякісна оптика завжди є дорогою. При цьому нерідко (особливо в умовах хорошого денного освітлення) різниця між непросвітленою і якісно просвітленою оптикою може бути майже непомітною, однак за недостатнього освітлення ситуація радикально міняється і різниця між двома типами оптики стає відчутною і, нерідко, вирішальною.

Щоб це продемонструвати, оцінимо загальні втрати світла у оптичній системі (достатньо типовій), що складається з 8 окремих оптичних елементів. Промінь, що потрапляє у таку систему, має перетнути 16 поверхонь розділу середовищ, втрачаючи на кожній з них біля 4% своєї енергії. У першому наближенні, загальні втрати світла при проходженні всієї оптичної схеми становитимуть біля $1 - (1 - 0.04)^{16} \approx 48\%$. При застосуванні у тій самій оптичній схемі оптичних елементів з двошаровим просвітленням загальні втрати світла зменшуються до $1 - (1 - 0.013)^{16} \approx 19\%$, тобто у два з половиною рази.

Зауважимо, що розглядаючи це питання ми скрізь для спрощення вважали, що промені падають на поверхню розділу середовищ під прямим кутом, за якого відбиття є найменшим. У реальних приладах промені падають на лінзу під кутами, близькими до прямого, лише у її центральній частині – саме тому краї зображення завжди є темнішими за його центральну частину, і просто порівнявши зміну яскравості зображення однорідно освітленого об'єкта від центру до краю можна приблизно оцінити якість об'єктива.

Наприклад, при падінні променя з повітря на поверхню скла під кутом 60° (відносно вертикалі!) коефіцієнт відбиття зростає з 4% до 9%.

Особливості зору людини. Бінокулярний зір.

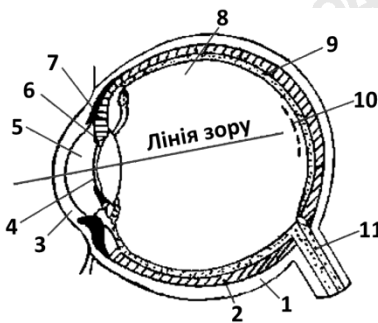
Око (eye) – сенсорний орган (орган зорової системи) людини і тварин, що має здатність сприймати електромагнітне випромінювання видимого діапазону довжин хвиль (від 380 до 750 нм) і забезпечує функцію зору. Крізь очі наш мозок отримує біля 90% інформації з навколишнього світу. Зорова система складається з периферичного відділу (органів зору – очей), провідникового відділу (зорових нервів) і центрального відділу (основу якого становить зоровий центр кори головного мозку).

Людина, хордові тварини, птахи та значна частина інших видів вищих істот мають два ока. Деякі види мають чотири та більше очей, проте складність будови цих очей дуже сильно варіюється.

Зір переважної більшості хижаків є **бінокулярним (стереоскопічним)**, що дозволяє визначати відстань до оточуючих об'єктів використовуючи відмінності між зображеннями, отримуваними кожним з двох очей. Чим далі знаходиться об'єкт від спостерігача, тим менше він зсувається відносно фону (нескінченно віддалених об'єктів) при русі спостерігача. Як наслідок, меншою є відмінність положення цього об'єкта на зображеннях отримуваних різними очима, що ускладнює оцінку відстані.

Будова ока людини. Око людини міститься в очній ямці черепа (орбіті) та складається з двох частин: очного яблука і допоміжного апарата ока. Очне яблуко має кулясту форму, що дозволяє йому рухатись у межах очної ямки, і складається з трьох оболонок:

- зовнішньої (захисної білкової оболонки);
- середньої (судинної, що живить око);
- внутрішньої (сітківки – сенсорного апарата ока).



- 1 – зовнішня оболонка (склера);
- 2 – судинна оболонка;
- 3 – прозора частина склери (рогівка);
- 4 – діафрагма;
- 5 – зіниця;
- 6 – кришталик;
- 7 – радужна оболонка;
- 8 – скловидне тіло;
- 9 – сітківка;
- 10 – жовта пляма;
- 11 – нерве волокно.

Рис. 4.22. Схема будови ока людини

Кришталик (lens) – важлива частина світлозаломлювального апарата ока. Він розташований між райдужною оболонкою і склистим тілом, має форму двоопуклої лінзи і здатний заломлювати світло, що проходить крізь нього.

Здоровий кришталик є прозорим і еластичним, та може змінювати свою форму (відповідно, й кривизну поверхні) при скороченні м'яз циліарного тіла – вони розтягують кришталик, роблячи його менш опуклим і зменшуючи заломлення. При розслабленні м'язів кришталик повертається до своєї нормальної форми – стає більш опуклим і посилює заломлення.

Для чіткого сприйняття предметів необхідно, щоб їх зображення завжди фокусувалось у центрі сітківки. Функціонально око більш пристосоване для спостереження за віддаленими предметами. Здатність ока до чіткого бачення предметів, розташованих на різній відстані від нього, називають **акомодацією** (*accommodation*), а її порушення призводить до порушення гостроти зору (виникнення короткозорості чи далекозорості).

Порушення внутрішньої будови кришталика може призвести до далекозорості (при зниженні еластичності), катаракти (помутніння) тощо.

Сітківка (*retina*) – внутрішня світлочутлива оболонка ока, в якій розміщені фоторецептори, що перетворюють падаюче світло у нервові імпульси.

Сенсорні клітини сітківки представлені трьома видами *колбочок* (фоторецепторів, які сприймають колір світла), що реагують на синій, зелений і червоний кольори та одним видом *паличок* (рецепторів, які сприймають яскравість світла незалежно від його кольору, пунктирна лінія на рис. 4.23). Незначний відсоток людей і деякі інші істоти мають чотири різновиди колбочок і можуть розрізняти більшу кількість відтінків у ширшому діапазоні довжин хвиль.

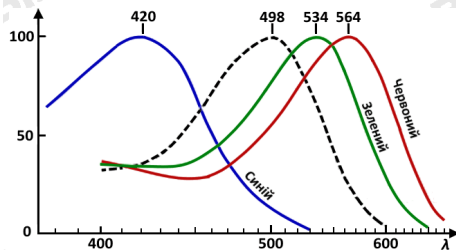


Рис. 4.23. Залежність відносної чутливості трьох видів колбочок від довжини світла. Пунктиром позначена чутливість паличок

Жовта пляма (*macula*) – місце

найкращого бачення, частина сітківки діаметром 3-5 мм, у якій концентрація колбочок є найбільшою. Інші ділянки сітківки переважно забезпечують роботу периферичного зору і мають більшу концентрацію паличок.

Сприйняття оком різних кольорів не є однаковим. Людське око є більш чутливим до яскравості об'єктів і контрасту, ніж до кольорів. Крім того, чутливість ока як до кожного з основних кольорів, так і до яскравості дуже сильно залежить від конкретної довжини хвилі (див. рис. 4.23). Сприйняття кольорів різко погіршується зі зниженням рівня освітленості та практично повністю зникає при рівні освітлення безмісячної ночі.

Палички є практично нечутливими до червоного світла, тому застосування червоного освітлення майже не порушує адаптацію ока до темряви.

Чітке зображення предметів на сітківці забезпечуються складною оптичною системою ока, що складається з **рогівки**, **рідин** передньої і задньої камер, **кришталіка** і **скловидного тіла**. Проходячи через них світлові промені заломлюються згідно з законами геометричної оптики. Найсильніше заломлення світла відбувається на рогівці ока, а кришталік, завдяки здатності до акомодції, дозволяє точно сфокусувати зображення на сітківці.

Повна оптична сила здорового ока дорослої людини становить біля 60 діоптрій (тобто його фокусна відстань дорівнює $F_{\text{ока}} \approx 17$ мм), а самого кришталіка – лише біля 15 діоптрій ($F_{\text{кришт.}} \approx 67$ мм).

Кутова роздільна здатність ока становить біля однієї кутової хвилини ($1'$).

Порушення зору, пов'язане з нерівномірним заломленням світла рогівкою чи кришталіком, називають **астигматизмом**. При астигматизмі зазвичай знижується гострота зору, а зображення є нечітким і викривленим. Для корекції астигматизму застосовують окуляри з циліндричними лінзами.

Короткозорість – функціональне порушення роботи оптичної системи ока при якому зображення предметів, розташованих близько до ока, утворюються перед сітківкою. Набута короткозорість розвивається внаслідок збільшення кривизни кришталіка та коректується окулярами з двовігнутими лінзами (див. рис. 4.24).

Далекозорість – порушення роботи оптичної системи ока при якому зображення предметів, розташованих близько до ока, утворюються за сітківкою. Найчастіше виникає з віком внаслідок зменшення еластичності кришталіка, а для її корекції потрібні окуляри з двоопуклими лінзами.

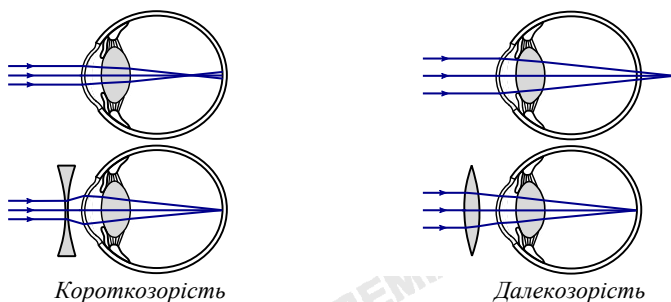


Рис. 4.24. Короткозорість і далекозорість та їх виправлення за допомогою окулярів

Поле зору (field of view) – це простір, який можна охопити оком при фіксованому стані очного яблука. Поле зору обох очей складає 200-220° по горизонталі (з яких біля 120° доступно для бінокулярного зору) і 130-135° по вертикалі. З віддаленням предметів від ока зменшуються їх розміри, рельєфність форми, різниці тіней на поверхні, насиченість кольорів тощо. Предмети, розташовані на периферії поля зору, неможливо побачити чітко.

Значна частина предметів рухається у просторі, а наш мозок має змогу сприймати не лише їх рух, але й швидкість руху, яка визначається за швидкістю переміщення їх зображення по сітківці, тобто за *кутовою швидкістю* їх руху відносно ока. З двох об'єктів, які рухаються з однаковою швидкістю, кутова швидкість ближче розташованого об'єкта є більшою. Внаслідок цього, близько розташовані предмети зникають з поля зору раніше, ніж віддалені, оскільки їхня кутова швидкість є більшою. Рух предметів, що переміщуються дуже швидко (куля, гвинт літака) чи занадто повільно (рух годинної чи хвилинної стрілки у годиннику), око не сприймає.

Точній оцінці просторового розташування предметів, їхнього руху сприяє **бінокулярність зору** – спільна робота обох очей, яка дає змогу як сприймати об'ємне зображення об'єкта (оскільки очі бачать дещо відмінні зображення предмета), так і оцінювати відстань до цього об'єкта (порівняно з відстанями до інших тіл, що знаходяться у полі зору). Чим сильніше відрізняються отримані двома очима зображення, тим більшою здається відстань до об'єкта, що спостерігається. Однак така оцінка відстані не завжди є точною та сильно залежить від форми та особливостей фарбування об'єкта, що часто застосовується для обману зору і створення зорових ілюзій.

Приклад 4.10. Курсант читає повідомлення з екрану телефона, тримаючи його на відстані 20 см від очей, найбільш комфортній для себе. Окуляри з лінзами якої оптичної сили йому потрібні, щоб він міг читати, тримаючи телефон на відстані найкращого зору здорового ока (25 см)?

Дано:	Курсант читаючи повідомлення з екрану телефона не буде напружувати м'язи ока, якщо дійсне зображення формується на сітківці ока, відстань від якої до оптичного центру ока дорівнює S_i . Це можливо у двох випадках:
$S_o = 0.2 \text{ м}$	
$S_{\text{нз}} = 0.25 \text{ м}$	
$D_o = ?$	

- курсант в окулярах тримає телефон на відстані найкращого зору $S_{\text{нз}}$;
- курсант без окулярів тримає телефон на відстані S_o .

Знехтуємо відстанню між окулярами та оком, враховуючи, що фокусні відстані лінзи й ока є значно меншими за відстань між лінзою окулярів і роговою оболонкою, та запишемо рівняння тонкої лінзи для двох випадків:

$$\text{без окулярів: } D = \frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i}, \quad \text{в окулярах: } D + D_o = \frac{1}{S_{\text{нз}}} + \frac{1}{S_i},$$

де D – оптична сила ока курсанта, D_o – оптична сила лінз окулярів.

Віднявши від другого рівняння перше, отримаємо

$$D_o = \frac{1}{S_{\text{нз}}} - \frac{1}{S_o} = -1 \text{ дптр} < 0.$$

Отже для окулярів потрібні розсіювальні лінзи з оптичною силою -1 дптр.

Відповідь: $D_o = -1$ дптр (розсіювальні лінзи).

Контрольні питання

1. У чому полягає наближення *геометричної оптики*?
2. Сформулюйте закони *дзеркального відбиття та заломлення світла*.
3. Дайте визначення *абсолютного та відносного показників заломлення*.
4. У чому проявляються явища *дисперсії та поляризації світла*?
5. Яке явище називають *розсіянням світла*? Коли воно спостерігається?
6. У чому полягає явище *повного внутрішнього відбиття*?
7. Перелічіть основні види *дзеркал*. У чому полягають їх відмінності?
8. Запишіть і поясніть рівняння *дзеркала*.
9. Які оптичні пристрої називають *лінзами*? Перелічіть їх основні види.
10. Що називають *оптичним центром, головною оптичною віссю, фокусною відстанню та фокальної площиною, оптичною силою лінзи*?
11. Сформулюйте та поясніть *формулу тонкої лінзи*.
12. Поясніть принципи побудови зображень у *збиральних і розсіювальних лінзах*. У чому полягає різниця між *дійсними й уявними зображеннями*?
13. З яких основних підсистем складається *зорова система людини*?
14. Перелічіть основні види *світлочутливих елементів людського ока*.
У чому полягає різниця між ними.

Задачі для самостійного розв'язання

1. У скільки разів швидкість світла у воді ($n = 1.33$) відрізняється від швидкості світла у склі з $n = 1.61$?
Відповідь: $c_{\text{води}}/c_{\text{скла}} \approx 1.2$.
2. Визначте показник заломлення рубіну, якщо граничний кут повного відбиття для рубіну становить 34° .
Відповідь: $n \approx 1.79$.
3. Під яким кутом повинен падати промінь на скло, щоб заломлений промінь був перпендикулярним до відбитого.
Відповідь: $\alpha = 58^\circ$.
4. На який кут від початкового напрямку поширення відхилиться промінь світла, упавши під кутом 45° на поверхню скла ($n = 1.5$)? На поверхню алмаза ($n = 2.42$)?
Відповідь: $\Delta\varphi_{\text{скло}} \approx 17^\circ$; $\Delta\varphi_{\text{алмаз}} \approx 28^\circ$.
5. Основою скляної призми ($n = 1.5$) є рівносторонній трикутник. Промінь падає на одну з бічних граней перпендикулярно до неї. Визначте кут між напрямками падаючого променя і променя, що вийшов з лінзи.
Відповідь: $\varphi = 60^\circ$.
6. Людина стоїть перед вертикальним плоским дзеркалом на відстані 2 м від нього. Визначте відстань від людини до її зображення.
Відповідь: $l = 4$ м.

7. На якій відстані від увігнутого сферичного дзеркала, радіус кривизни якого дорівнює 1 м, утвориться зображення об'єкта, якщо відстань між ними становить 26 м?

Відповідь: $l = 51$ см.

8. Фокусна відстань увігнутого сферичного дзеркала дорівнює 1 м. На якій відстані від дзеркала необхідно розмістити джерело світла, щоб його зображення збіглося з самим джерелом?

Відповідь: $S_o = 2$ см.

9. Портативний нагрівач виготовлено на основі увігнутого сферичного дзеркала з радіусом кривизни 1.5 м. Якою є оптимальна відстань від дзеркала до об'єкта, що нагрівається сонячними променями?

Відповідь: $l = 0.75$ м.

10. На оптичній осі двоопуклої лінзи з оптичною силою 10 діоптрій на відстані 15 см від неї розташовано предмет висотою 2 см. Визначте положення S_i та розмір h_i зображення цього предмету.

Відповідь: $S_i = 30$ см; $h_i = 4$ см.

11. Визначте оптичну силу і фокусну відстань лінзи, якщо вона створює уявне і вдвічі збільшене зображення предмета, розташованого на відстані 20 см від неї.

Відповідь: $D = 2.5$ дптр; $F = 40$ см.

12. З якої відстані зроблено знімок будинку висотою 10 м, якщо висота зображення на негативі дорівнює 24 мм, а оптична сила системи лінз фотоапарата дорівнює 20 дптр?

Відповідь: $d \approx 20.9$ м.

13. Визначте оптичну силу і фокусну відстань лінзи, що складається з двох плоско-опуклих тонких лінз із фокусними відстанями 6 і 12 см.

Відповідь: $D = 25$ дптр; $F = 4$ см.

14. На скільки треба змінити відстань між сенсорною матрицею і об'єктивом фотоапарата ($F = 13.5$ см) при переході від зйомки дуже віддалених об'єктів до предмета, розташованого у 2 м від об'єктива?

Відповідь: $\Delta S_i \approx 0.98$ см.

15. При проведенні топографічної зйомки з літака, що летить на висоті 2 км, треба отримати знімки у масштабі 1:4000. Визначте фокусну відстань об'єктива фотокамери, необхідної для цього.

Відповідь: $F \approx 0.5$ м.

16. Морський піхотинець з борту десантного човна дивиться на поверхню води під кутом 30° до горизонту і помічає на дні міну. На якій глибині і наскільки ближче розташована міна, якщо людині здається, що вона віддалена на 5 м (по горизонталі) від точки перетину лінії зору з поверхнею води (коефіцієнт заломлення води становить 1.33).

Відповідь: $h \approx 2.9$ м; $\Delta l \approx 2.5$ м.

4.4. Оптичні прилади

Оптичні прилади – пристрої, які певним чином перетворюють оптичне випромінювання (пропускають, відбивають, заломлюють, поляризують) з метою отримання зображення з певними характеристиками (збільшеного, зменшеного, перевернутого, деформованого тощо).

Основні характеристики оптичних приладів

Збільшення (кратність) – показує у скільки разів збільшується кут, під яким віддалений об'єкт видно крізь прилад, порівняно з відповідним кутом при спостереженні неозброєним оком.

Наприклад, оптичний прилад має шестиразове збільшення, якщо зображення предмета, видиме в прилад, у шість разів більше, ніж його зображення при спостереженні неозброєним оком.

Збільшення приладу позначається символом “ $\times$ ”. Позначення $4\times$, $6\times$, $20\times$ вказують на чотирикратне, шестикратне і двадцятикратне збільшення.

Збільшення афокального оптичного приладу дорівнює відношенню фокусної відстані його об'єктива до фокусної відстані окуляра.

Поле зору – частина простору, видимого у прилад. Характеризується кутом, під яким у приладі видно дві протилежні крайні точки поля зору. Виражається у градусах або поділках кутоміру. Величина поля зору залежить від збільшення та будови окуляра приладу: зазвичай воно тим більше, чим меншим є збільшення.

Діаметр вхідної зіниці – діаметр вхідної лінзи об'єктива. Характеризує кількість світла, яку об'єктив «збирає» (вона пропорційна квадрату діаметра об'єктива). Чим більше світла збирає об'єктив, тим яскравішим буде створене відповідним оптичним приладом зображення.

Діаметр вихідної зіниці – діаметр світлового пучка, що виходить з окуляру бінокля. Якщо ця величина є більшою за максимальний розмір зіниці ока людини, то частина світлового потоку не потраплятиме всередину ока і буде втрачена, роблячи видиме зображення більш темним. Останнє є особливо важливим в умовах недостатнього освітлення.

Діаметр вихідної зіниці дорівнює відношенню діаметра вхідної зіниці (об'єктива) до кратності оптичного приладу.

Чим більшим є відношення діаметра вхідної зіниці до діаметра вихідної зіниці, тим більшу світлосилу має оптичний прилад (відповідно, тим краще він підходить для умов недостатнього освітлення).

Світлосила – відношення освітленості зображення предмета на сітківці ока при спостереженні в прилад до освітленості зображення того ж предмета на сітківці при спостереженні неозброєним оком.

Чинник сутінків – корінь квадратний з добутку збільшення приладу і діаметра його вхідної зіниці – характеризує контраст об’єктів за умов недостатнього освітлення, тобто наскільки добре око сприйматиме створюване приладом зображення. Чим більшим є значення чиннику сутінків – тим краще даний прилад підходить для застосування в умовах недостатнього освітлення. Не враховує складність і якість оптики приладу.

Однак при цьому є важливим, щоб розмір вихідної зіниці був достатньо великим, в ідеалі наближаючись до максимального розміру зіниці людини (7-8 мм) для повного використання можливостей ока зі сприйняття світла за умов низького освітлення.

Мінімальний діапазон фокусування – мінімальна відстань, на якій оптична схема приладу дозволяє сфокусуватися на об’єкті.

Перископічність – конструктивна особливість приладу, що дозволяє вести спостереження через укриття. Перископічність дорівнює відстані по вертикалі між центрами об’єктива і окуляра приладу.

Стабілізатор зображення – система з двох гіроскопів, що працюють від вбудованого джерела струму, яка, хитаючи одну з лінз оптичної системи по команді електроніки, механічно компенсує вібрації та тремтіння оптичного приладу, істотно покращуючи умови спостереження (наприклад, з рухомого транспортного засобу чи літальних апаратів).

Стабілізація зображення є особливо важливою для приладів з великою кратністю, при застосуванні яких навіть незначні нахили чи зсуви об’єктива призводять до значних зміщень поля зору, ускладнюючи ведення спостережень (чи навіть унеможливаючи їх внаслідок постійної втрати об’єкта спостереження).

Бінокулярні пристрої (призначені для спостереження одночасно обома очима) мають наступні додаткові характеристики.

Стереобаза – відстань між оптичними осями двох об’єктивів приладу. Чим більшою є стереобаза приладу, тим кращою є його *пластичність*.

Пластичність – здатність приладу давати спостерігачеві відчуття глибини зображення та рельєфності місцевості, а також дозволяти йому розрізняти взаємне положення спостережуваних об’єктів по дальності.

Питома пластичність – відношення стереобазы приладу до відстані між зіницями спостерігача.

Повна пластичність приладу дорівнює добутку його кратності та питомої пластичності.

Питома пластичність будь-якого польового біноклю дорівнює ≈ 2 , а повна пластичність такого біноклю з кратністю $8\times$ дорівнює ≈ 16 .

Зорові труби – це прилади, для спостереження віддалених об’єктів.

До зорових труб відносяться *підзорні труби, телескопи, біноклі, перископи, далекоміри, приціли* тощо.

Труба Галілея – зорова труба, в якій об’єктивом є збиральна лінза, а окуляром – розсіювальна лінза. Така зорова труба дає пряме зображення без необхідності застосування додаткових оптичних елементів.

Перевагами труби Галілея є простота конструкції і значно менша довжина (ніж у труби Кеплера з тією ж кратністю). *Недоліки* – невелика кратність збільшення зображення, якість якого швидко погіршується зі зростанням кратності. Зазвичай збільшення зорових труб на основі труби Галілея становить від $2\times$ до $4\times$.

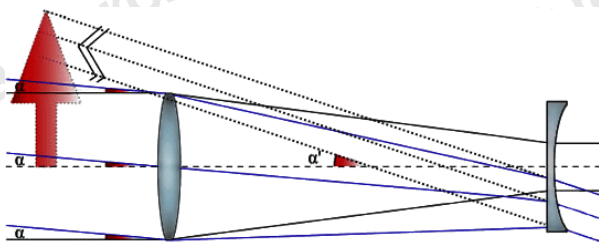


Рис. 4.25. Оптична схема труби Галілея

Труба Кеплера – зорова труба, в якій і об’єктив, і окуляр є збиральними лінзами. При застосуванні всього двох лінз дає перевернуте зображення, а для отримання прямого зображення необхідні додаткові оптичні елементи (третя лінза, дзеркала чи призми).

Важливою перевагою труби Кеплера над трубою Галілея є можливість встановлення кутовимірювальної сітки, яка дозволяє проводити наближені вимірювання відстані до спостережуваних об’єктів і кутів між ними.

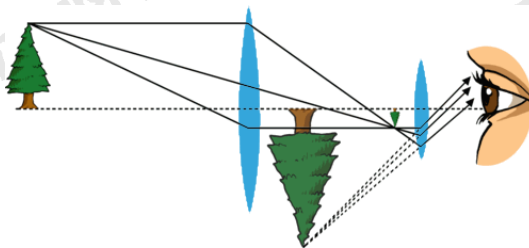


Рис. 4.26. Оптична схема труби Кеплера

Бінокль – оптичний прилад, складений з двох паралельно з’єднаних зорових труб, за допомогою якого спостерігач бачить тривимірне, а не плоске, зображення віддалених предметів.

Польовий бінокль складається з двох паралельних труб Кеплера, шарнірне з'єднання яких дозволяє користувачу швидко підлаштовувати бінокль під відстань між своїми очима.

Для того, щоб спостерігач бачив пряме зображення, в оптичну систему польового бінокля додаються дві прямокутні призми (*призми Порро*, див. рис. 4.27), додатковою перевагою застосування яких є зменшення довжини бінокля та покращення його пластичності завдяки збільшенню стереобазис внаслідок розсування об'єктивів. Наслідком більшої відстані між об'єктивами (порівняно з відстанню між очима людини) є покращення відчуття глибини зображення і збільшення максимальної відстані від спостерігача, до якої працює його стереоскопічний зір. Окрім того, більша стереобаза дозволяє використовувати об'єктиви більшого діаметра, підвищуючи чіткість і яскравість зображення.

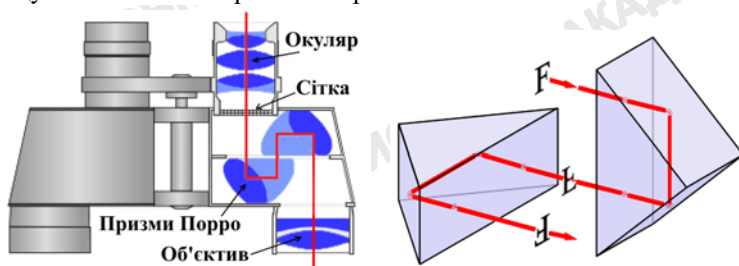


Рис. 4.27. Оптична схема стандартного польового бінокля (ліворуч), візуалізація механізму перевертання зображення призми Порро (праворуч).

Польовий бінокль є як спостережним, так і вимірювальним приладом.

У фокальній площині окуляра правого монокуляр бінокля розміщується плоскопаралельна пластинка із нанесеною на неї кутовимірювальною сіткою, що дозволяє вимірювати горизонтальні та вертикальні кути з точністю до 0-03, а також визначати відстані до цілей, за якими ведеться спостереження, з точністю до 3%.

До основних параметрів бінокля відносяться **кратність** (збільшення), **діаметри вхідної та вихідної зіниць** і **мінімальний діапазон фокусування**.

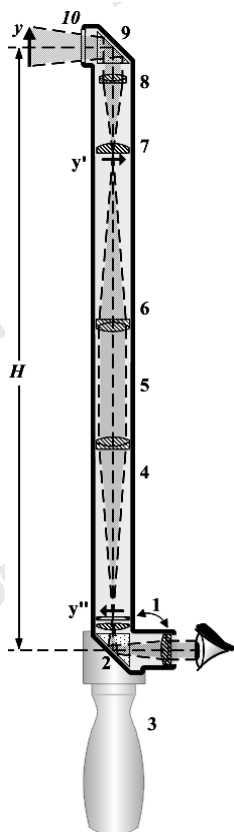
Стандартні польові біноклі мають *кратність* від $3\times$ до $18\times$, а їх *кут поля зору* складає від 3.5° до 8.5° (відповідно, *ширина поля зору* на відстані в 1 км становить 60 – 150 м).

Як правило, перше число у назві бінокля вказує його кратність, а друге – діаметр об'єктива у міліметрах (наприклад, Б7×35 або Б10×50).

Нічний бінокль Бі8 застосовують при нічних спостереженнях для виявлення прожекторів, закритих інфрачервоними світлофільтрами (для цього також можуть бути використані і більш чутливі, але й значно дорожчі та складніші в експлуатації *електронно-оптичні прилади*).

Лівий монокуляр нічного бінокля обладнаний поворотним прозорим екраном, чутливим до інфрачервоного випромінювання та розташованим у фокальній площині об'єктива. При переведенні екрану у «виключене» положення нічний бінокль перетворюється у звичайний. Для підтримки чутливості екрана до інфрачервоних променів люмінесцентний шар вимагає попередньої «зарядки» ультрафіолетовим випромінюванням (наприклад, світлом спеціальних ультрафіолетових ламп чи сонячним світлом).

При спостереженні джерела інфрачервоного світла промені, що надходять від нього, збираються об'єктивом і фокусуються у відповідній точці чутливого до цих променів екрану. На покритті екрану у місці дії інфрачервоних променів виникає явище люмінесценції (холодного світіння), яке створює видиме зображення джерела випромінювання у вигляді плями з нечіткими краями. Колір отриманого зображення залежить від хімічного складу світлочутливого матеріалу (зазвичай перевагу віддають світінню у зеленій частини спектру, до якої людське око є найбільш чутливим).



У будові біноклів значну роль грає просвітлення оптики, важливість якого найкраще проявляється за умов недостатнього освітлення. Непросвітлена лінза відбиває біля 8% світлового потоку, що потрапляє на неї; лінза з одношаровим просвітленням – вже біля 4%, а лінза з багатошаровим просвітленням – біля 0.5% світлового потоку і менше.

Внаслідок того, що у конструкції бінокля використовується не одна, а багато лінз, загальні втрати світлового потоку виявляються значними. Наприклад, для бінокля, що складається з 6 непросвітлених елементів, загальні втрати світла складатимуть біля 50%, тоді як для бінокля тієї ж конструкції з лінзами із багатошаровим просвітленням – лише біля 3% (у 17 разів менше!). Просвітлення оптики зводить до мінімуму і внутрішні відбиття, покращуючи чіткість, передачу кольорів і контраст зображення.

Труба розвідника (перископ) зазвичай має 4- і 8-кратне збільшення, поле зору становить, відповідно, 11° і 8°, а перископічність (відстань між центрами окуляра і об'єктива) дорівнює 403 і 405 мм. Як правило, оснащується кутовимірювальною сіткою.

Будова: 1 – окуляр; 2 та 9 – діагональні призми; 3 – рукоятка; 4 та 6 – обертальна система; 5 – труба перископу; 7 та 8 – лінзи; 10 – об'єктив.

Далекоміри суміщення (*coincidence rangefinder*) – різновид далекомірів, що використовує принципи геометричної оптики для визначення відстані до віддалених видимих об'єктів, та складаються з двох рознесених на значну відстань об'єктів і єдиного окуляра (див. рис. 4.28).

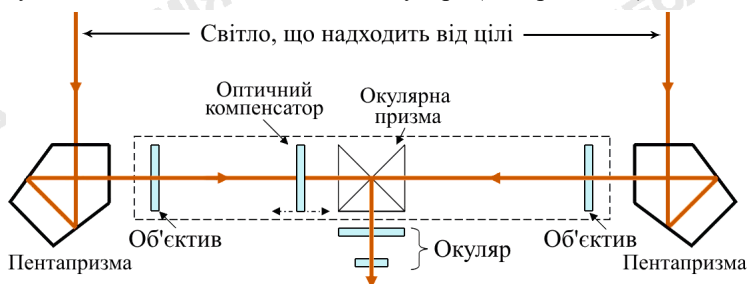


Рис. 4.28. Принципова схема стереоскопічного далекоміра

Світло від цілі надходить у далекомір через два об'єктиви, розташовані на кінцях приладу з великою стереобазою. Дві пентапризми відбивають падаючі промені до виготовленої з високою точністю оптичної труби, із матеріалу з низьким коефіцієнтом теплового розширення (щоб довжина оптичного шляху променів не змінювалась при змінах температури). За допомогою спеціальної оптичної схеми, розташованої в окулярі, обидва промені об'єднуються та формують комбіноване зображення мішені, яке спостерігається через окуляр: промені, що надійшли через один з об'єктивів, утворюють верхню половину зображення, а промені, що надійшли через інший об'єктив – нижню половину зображення (див. рис. 4.29). За допомогою регулятора, пов'язаного з оптичним компенсатором приладу, досягається суміщення двох зображень, після чого відстань до цілі визначається за поділками шкали цього регулятора.



Рис. 4.29. Суміщений окуляр.

Точність такого далекоміру є тим більшою, чим більшими є його стереобаза d (по суті, ширина приладу) та збільшення Γ , проте швидко знижується зі збільшенням відстані l до цілі:

$$\Delta l \approx \frac{5.82 \cdot 10^{-5} \cdot l^2}{\Gamma d}.$$

Наприклад, компактний танковий далекомір має похибку біля 3.5% на відстанях від 2 до 3 км, а п'ятиметрові далекоміри, що застосовувалися у флоті, мали похибку менше 5% на дистанціях біля 20 км.

Приціли

Механічний приціл (*iron sight*) – система маркерів, які використовують для точного наведення на ціль вогнепальної зброї та інших пристроїв (арбалетів, телескопів тощо) без використання оптики.

Механічні приціли зазвичай складаються з двох частин: *цілика*, змонтованого перпендикулярно лінії прицілювання у задній частині зброї, і розташованої на передній частині ствола *мушки* (яка може мати різні форми). У якості цілика у відкритих прицілах використовують проріз, а в апертурних прицілах – круглий отвір.

Більшість механічних прицілів мають можливість регулювання по вертикалі або горизонталі, що дозволяє досягти необхідної точності прицілювання у широкому діапазоні дистанцій стрільби та враховувати вплив додаткових факторів (деривацію, знос вітром, силу Коріоліса тощо).

При прицілюванні необхідно звести ціль на одну лінію з ціликом і мушкою прицілу. Оскільки око може фокусуватися лише на одній точці одночасно, а мушка, цілик і мішень є різними точками, лише одна з них може перебувати у фокусі. Точка, яка має бути у фокусі, визначається типом прицілу, а задачею стрільця при прицілюванні є утримання фокусу саме на ній. Найчастіше точкою фокусування є мушка.

Через паралакс навіть крихітна помилка у куті прицілювання призводить до істотного відхилення траєкторії. Тому для зменшення кутових помилок збільшують відстань від мушки до цілика (*довжину прицільної лінії*).

Відкриті приціли (*open sights*) найчастіше застосовуються там, де цілик знаходиться на значній відстані від ока стрільця. Вони забезпечують мінімальне перекриття поля зору стрільця, але впливають на точність

В **апертурних прицілах** (*aperture sights*) використовують великі непрозорі кільця чи диски з невеликими отворами – апертурами. При зменшенні діаметра отвору і збільшенні діаметра кільця точність прицілювання підвищується, а зменшення діаметра кільця і збільшення діаметра отвору – пришвидшують процес прицілювання.

Вища точність апертурних прицілів пов'язана з тим, що при апертурі, меншій за діаметр зіниці ока, сам отвір прицілу стає входною зіницею для всієї оптичної системи (цілі, мушки, задньої апертури та ока). Поки діаметр отвору повністю розміщується у діаметрі зіниці ока, точне візуальне розташування мушки в отворі кільця практично не впливає на точність прицілювання. Крім того, менша апертура оптичної системи забезпечує більшу глибину різкості зображення, завдяки чому ціль стає менш розмитою при фокусуванні на мушку.

Недоліком апертурного прицілу є менша яскравість зображення у ньому, ніж у відкритому прицілі.

Оптичні приціли (*telescopic sights*) зазвичай використовують у снайперській стрільбі. Вони оснащені прицілювальною / кутовимірною сіткою для визначення відстані до цілі і дозволяють збільшити зображення цілі.

Зображення цілі та прицільної сітки знаходяться на одній відстані від ока, що дозволяє їх одночасно чітко бачити і знижує стомлюваність очей та підвищує точність прицілювання.

Оптичний приціл збирає більшу кількість світла, ніж око, що дозволяє чіткіше бачити предмети при низькій освітленості, а прицільна сітка може додатково освітлюватись.

Основним недоліком є зменшення поля зору, що ускладнює пошук цілі та прицілювання по рухомих цілях.

При зменшенні відстані до цілі посилюється вплив паралаксу: при русі ока відносно прицілу прицільна сітка рухається відносно зображення цілі, що знижує точність прицілювання.

Коліматорний (рефлекторний) приціл (*reflector sight*) – оптичний прилад з напівдзеркальним склом, що дозволяє користувачеві бачити прицільну цятку або будь-яке інше прицільне зображення накладеним на поле зору.

Коліматорні приціли були винайдені Говардом Грабом у 1900 р.

Принцип дії коліматорного прицілу ґрунтується на основному принципі геометричної оптики: джерело світла, що розташоване у фокусі увігнутого дзеркала або лінзи (наприклад, прицільна сітка, що світиться) для спостерігача матиме такий вигляд, наче воно розташоване на нескінченності. Для створення у полі зору зображення прицілу на нескінченності використовують «рефлектор» – увігнуте напівпрозоре дзеркало або нахилену скляну пластину та лінзу (див. рис. 4.30).

Оскільки зображення прицільної сітки розташоване на нескінченності, воно залишається у незмінному положенні відносно пристрою, до якого прикріплений приціл, незалежно від положення ока користувача. Це дозволяє істотно зменшити паралакс та деякі інші похибки, притаманні звичайним прицілам.

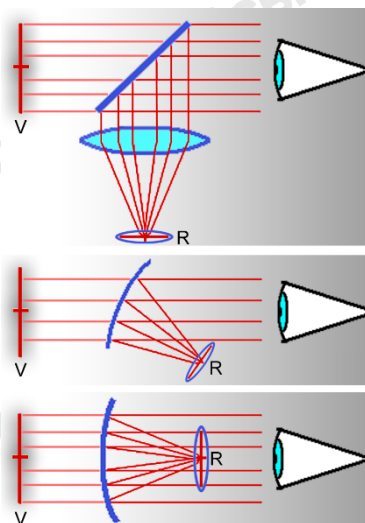


Рис. 4.30. Схеми сучасних коліматорних прицілів. V – ціль, R – освітлена прицільна сітка чи цятка

Основи фотометрії

Фотометрія (від грецького *вимірюю світло*) – загальна для всіх розділів прикладної оптики наукова дисципліна, на основі якої проводяться кількісні вимірювання енергетичних характеристик випромінювання.

Світловий потік (лм, люмен) – кількісна характеристика випромінювання джерела світла, яка дорівнює сприймаємій оком енергії світлового потоку, що проходить через деяку поверхню за одиницю часу.

Світловий потік відрізняється від потоку електромагнітної енергії тим, що враховує різну чутливість людського ока до випромінювання на різних частотах, тобто до світла різного кольору.

Сила світла I (кд, кандела) – відношення світлового потоку до тілесного кута (ср, *стерадіан*), в межах якого проходить цей потік ($1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \times \text{ср}$).

Один люмен відповідає світловому потоку, що випромінюється у тілесний кут величиною в один стерадіан ізотропним точковим джерелом з силою світла одна кандела. Повний світловий потік, створюваний таким ізотропним джерелом, становить 4π люменів.

Освітленість E (люкс) – освітлення поверхні, що створюється світловим потоком, який на неї падає ($1 \text{ люкс} = 1 \text{ лм/м}^2$).

На відміну від освітленості, кількість світла, відбитого поверхнею, називається **яскравістю**.

Освітленість прямо пропорційна силі світла джерела світла. При його віддаленні від освітлюваної поверхні, її освітленість зменшується обернено пропорційно до квадрату відстані.

При похилому падінні світла на освітлювану поверхню її освітленість є пропорційною косинусу кута падіння світлових променів.

Закон зворотних квадратів Кеплера: освітленість поверхні E обернено пропорційна до квадрату відстані r між нею і точковим джерелом світла та пропорційна силі світла I джерела:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha,$$

де α – кут падіння променів відносно нормалі до освітлюваної поверхні.

Фотометр – пристрій для вимірювання будь-яких із фотометричних величин. При використанні фотометра здійснюють конкретне просторове обмеження потоку випромінювання та реєстрацію його приймачем випромінювання із заданою спектральною чутливістю.

Освітленість вимірюють *люксметрами*, світловий потік і світлову енергію – за допомогою інтегруючого фотометра. Пристрої для вимірювання кольору об'єкта називають *кольорометрами*.

Приклад 4.11. З якої відстані було зроблено різкий знімок вантажівки висотою 2.4 м, якщо її висота на сенсорі фотоапарата становила 3 мм, а фокусна відстань об'єктива фотоапарата дорівнює 25 см?

Дано:	Для отримання різкого фотознімку відстань s_i між оптичним центром об'єктива та матрицею фотоапарата і відстань s_o між фотоапаратом і об'єктом мають задовольняти рівняння тонкої лінзи, де F – ефективна фокусна відстань об'єктива фотоапарата:
$H = 2.4$ м	
$h = 0.003$ м	
$F = 0.25$ м	
$s_o = ?$	

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i}.$$

Друге необхідне рівня – формула для визначення збільшення зображення:

$$\Gamma = |s_i/s_o| = |h/H|.$$

Розв'язуючи систему даних рівнянь, отримуємо:

$$s_o = \frac{F(h + H)}{h} = \frac{0.25(0.003 + 2.4)}{0.003} \approx 200 \text{ м.}$$

Відповідь: $s_o \approx 200$ м.

Приклад 4.12. Окуляр оптичного приладу складається з двох тонких лінз із фокусними відстанями 1 см і 2 см, віддалених на 1 см одна від одної. Визначте фокусну відстань та оптичну силу окуляра.

Дано:	Оптична сила системи двох тонких лінз, центри яких розташовані на відстані d одна від одної, визначається формулою
$F_1 = 0.01$ м	
$F_2 = 0.02$ м	
$d = 0.01$ м	
$F, D - ?$	

$$D = D_1 + D_2 - d D_1 D_2,$$

де D_1 та D_2 – оптичні сили першої та другої лінзи:

$$D_1 = 1/F_1 = 1/0.01 = 100 \text{ дптр};$$

$$D_2 = 1/F_2 = 1/0.02 = 50 \text{ дптр}.$$

Відповідно, оптична сила та фокусна відстань окуляра дорівнюють

$$D = 100 + 50 - 0.01 \cdot 100 \cdot 50 = 150 - 50 = 100 \text{ дптр},$$

$$F = 1/D = 1/100 = 0.01 \text{ м} = 1 \text{ см}.$$

Відповідь: $D = 100$ дптр; $F = 1$ см.

Приклад 4.13. Визначте збільшення зорової труби та фокусну відстань її окуляра, якщо вона складається з двох тонких збиральних лінз, фокусна відстань її об'єктиву дорівнює 45 см, а повна довжина труби – 0.5 м.

Дано:	Враховуючи, що обидві лінзи зорової труби є збиральними, можна зробити висновок, що вона зібрана за схемою Кеплера. Оптична сила зорової труби має дорівнювати нулю та визначається формулою
$F_{об} = 0.45$ м	
$F_{ок} > 0$	
$d = 0.5$ м	
$\Gamma, F_{ок} - ?$	

$$D = D_{ок} + D_{об} - d D_{ок} D_{об} = 0,$$

де d – довжина труби, $D_{ок}$ та $D_{об}$ – оптичні сили окуляра та об'єктива.

Виражаючи з попередньої формули довжину труби d отримуємо:

$$d = \frac{D_{ок} + D_{об}}{D_{ок} D_{об}} = \frac{1}{D_{ок}} + \frac{1}{D_{об}} = F_{ок} + F_{об}.$$

Бачимо, що довжина труби дорівнює сумі фокусних відстаней її окуляра та об'єктива. Отже

$$F_{\text{ок}} = d - F_{\text{об}} = 0.5 - 0.45 = 0.05 \text{ м} = 5 \text{ см.}$$

Збільшення зорової труби дорівнює відношенню фокусної відстані її об'єктива до фокусної відстані окуляра:

$$\Gamma = |F_{\text{об}}/F_{\text{ок}}| = 0.45/0.05 = 9.$$

Відповідь: $F_{\text{ок}} = 5 \text{ см}; \Gamma = 9.$

Приклад 4.14. Визначте довжину зорової труби Кеплера, діаметр її вихідної зіниці та чинник сутінків, якщо вона складається з двох збиральних лінз із оптичними силами 5 дптр і 50 дптр, а діаметр $\mathfrak{D}$ слабшої лінзи дорівнює 60 мм.

Дано: $D_{\text{об}} = 5 \text{ дптр}$ $D_{\text{ок}} = 50 \text{ дптр}$ $\mathfrak{D}_{\text{вх}} = 0.06 \text{ м}$ $d, \mathfrak{D}_{\text{вих}}, \Phi_c - ?$	Довжина зорової труби Кеплера дорівнює сумі фокусних відстаней її окуляра та об'єктива (див. приклад 4.13) $d = F_{\text{ок}} + F_{\text{об}} = \frac{1}{D_{\text{ок}}} + \frac{1}{D_{\text{об}}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{50} = 0.2 + 0.02 = 0.22 \text{ м.}$ Кратність зорової труби дорівнює
---	---

$$\Gamma = |F_{\text{об}}/F_{\text{ок}}| = |D_{\text{ок}}/D_{\text{об}}| = 50/5 = 10.$$

У зоровій трубці Кеплера роль об'єктива завжди грає слабша лінза, тобто діаметр об'єктива $\mathfrak{D}_{\text{вх}} = 0.06 \text{ м}$. Відповідно, діаметр вихідної зіниці становить

$$\mathfrak{D}_{\text{вих}} = \frac{\mathfrak{D}_{\text{вх}}}{\Gamma} = \frac{0.06}{10} = 0.006 \text{ м} = 6 \text{ мм.}$$

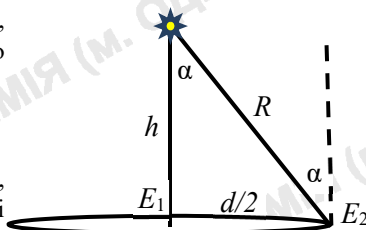
Чинник сутінків зорової труби дорівнює квадратному кореню з добутку діаметра вхідної зіниці труби (у мм) та її кратності:

$$\Phi_c = \sqrt{\Gamma \cdot \mathfrak{D}_{\text{вх}}} = \sqrt{10 \cdot 60} = \sqrt{600} \approx 24.5.$$

Відповідь: $d = 0.22 \text{ м}; \mathfrak{D}_{\text{вих}} = 6 \text{ мм}; \Phi_c \approx 24.5.$

Приклад 4.15. Світильник із силою світла 50 кд має форму кулі і підвішений на висоті 1 м над центром круглого стола діаметром 2 м. Визначте повний світловий потік, створюваний світильником, й освітленість поверхні стола у його центрі та на краю.

Дано: $I = 50 \text{ кд}$ $d = 2 \text{ м}$ $h = 1 \text{ м}$ $\Phi - ?$ $E_1 - ?$ $E_2 - ?$	Повний світловий потік лампи, вважаючи, що вона рівномірно світить в усі боки, дорівнює: $\Phi = I \cdot 4\pi = 628 \text{ лм,}$ де 4π – повний тілесний кут. Враховуючи, що $\text{tg} \alpha = h/R$, освітленість поверхні у центрі та на краю стола становить:
--	--



$$E_1 = \frac{I}{h^2} = 50 \text{ лк}; \quad E_2 = \frac{I}{R^2} \text{tg} \alpha = \frac{I h}{R^3} = \frac{I h}{[h^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \approx 17.7 \text{ лк.}$$

Відповідь: $\Phi = 628 \text{ лм}; E_1 = 50 \text{ лк}; E \approx 17.7 \text{ лк.}$

Контрольні питання

1. Перелічіть основні характеристики оптичних приладів.
2. Чи є зв'язок між *кратністю* оптичного приладу та величиною його *поля зору*?
3. В чому полягає відмінність між *світлосилою* та *чинником сутінків*?
4. На які характеристики оптичного пристрою впливають *діаметри вхідної та вихідної зіниць*?
5. Які оптичні прилади називають *зоровими трубами*?
6. В чому полягає конструктивна відмінність між *трубами Кеплера та Галілея*? Перелічіть основні переваги і недоліки кожної з цих схем.
7. Чому дорівнює сумарна *оптична сила* труби Кеплера? Галілея?
8. Які оптичні прилади називають *біноклями*? Перелічіть їх найбільш важливі характеристики.
9. Яку функцію в будові польового бінокля виконують *призми Порро*?
10. Яку характеристику оптичних приладів називають *біокулярністю*?
11. Які є основні види *прицілів*? Які переваги і недоліки вони мають?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Як зросте кратність бінокля при подвоєнні оптичної сили його окуляра?
Відповідь: зросте у два рази.
2. Визначте оптичну силу і фокусну відстань оптичного елемента, що складається з плоско-опуклої тонкої лінзи з фокусною відстанню 10 см та плоско-увігнутої тонкої лінзи з фокусною відстанню 20 см.
Відповідь: $D = 5$ дптр; $F = 20$ см.
3. Визначте оптичну силу і збільшення зорової труби, зібраної за схемою Кеплера з двох тонких лінз із фокусними відстанями 20 см і 5 см, розташованих на відстані 25 см одна від одної.
Відповідь: $D = 0$ дптр; $\Gamma = 4$.
4. Визначте довжину зорової труби Кеплера, діаметр її вхідної зіниці та чинник сутінків, якщо вона складається з двох лінз із оптичними силами 4 дптр і 20 дптр, а діаметр $\mathfrak{D}$ вихідної зіниці дорівнює 8 мм.
Відповідь: $d = 30$ см; $\mathfrak{D}_{\text{вх}} = 40$ мм; $\Phi_c \approx 14$.
5. Зорова труба, зібрана за схемою Кеплера, має довжину 60 см і кратність $5\times$. Визначте фокусні відстані та оптичні сили окуляра й об'єктива цієї труби.
Відповідь: $D_{\text{ок}} = 10$ дптр; $D_{\text{об}} = 2$ дптр; $F_{\text{ок}} = 0.1$ м; $F_{\text{об}} = 0.5$ м.
6. За допомогою збиральної лінзи курсант отримує перевернуте і збільшене у 5 разів зображення предмета на відстані 30 см від лінзи. Визначте висоту предмета, відстань від нього до лінзи, оптичну силу та фокусну відстань лінзи, якщо висота зображення дорівнює 1 см.
Відповідь: $h = 2$ мм; $s_o = 6$ см; $F = 5$ см; $D = 20$ дптр.

4.5. Інтерференція та дифракція хвиль. Антени

Когерентність – це властивість хвилі зберігати свої частотні, фазові й поляризаційні характеристики при поширенні у просторі. Мається на увазі, що у процесі розповсюдження хвилі різниця фаз між будь-якими точками простору, куди хвиля вже дісталася, є сталою величиною.

Когерентність декількох хвильових процесів – їх властивість створювати узгоджені по фазі коливання, які можуть додаватися, утворюючи чітку стаціонарну *інтерференційну картину*.

Умовою когерентності декількох хвиль є незмінність у часі різниці між фазами коливань у них, що можливо лише за рівності частот цих хвиль.

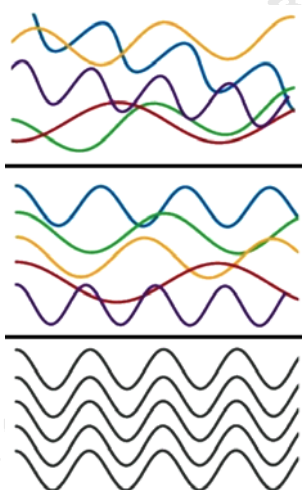


Рис. 4.31. Когерентні

(знизу) і некогерентні хвилі (зверху). Це зробити – поставити на шляху променя плоскопаралельну пластинку або напівпрозоре дзеркало. Частина світла відіб'ється від пластинки, а частина пройде далі. За допомогою лінз і дзеркал розділені промені можна спрямувати так, щоб вони знову перетнулися, подолавши різний шлях. При цьому замість рівномірного освітлення поверхні утвориться інтерференційна картина, що буде істотно залежати від різниці ходу цих променів (різниці відстаней, які вони подолали після розділення).

При проходженні хвиль через середовище їх когерентність поступово втрачається внаслідок процесів розсіювання. Відстань, на якій когерентність ще зберігається називають *довжиною когерентності*.

Явище когерентності хвиль широко застосовується в оптиці (особливо при застосуванні лазерів), радіолокації, зв'язку та інших сферах.

Інтерференція світла – перерозподіл інтенсивності хвилі в результаті накладення декількох хвиль. Супроводжується чергуванням у просторі максимумів і мінімумів інтенсивності, розподіл яких називають *інтерференційною картиною* (див. рис. 4.32).

Інтерференція не виникає при накладанні хвиль з ортогональною поляризацією.

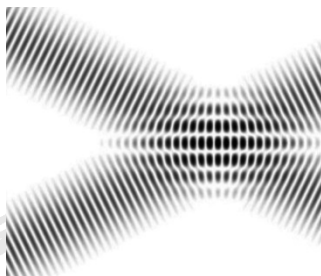


Рис. 4.32. Інтерференція двох плоских хвиль

Отримати стійку інтерференційну картину для світла від двох незалежних джерел світла значно складніше ніж побачити інтерференцію хвиль на воді. Атоми випромінюють світло порціями дуже малої тривалості, які не є когерентними між собою, тому звичайні лампи не створюють інтерференційну картину.

Найпростіший шлях отримання інтерференції світла – розділення променя світла на два промені при його проходженні через тонку плівку (шар бензину на воді, мильну бульбашку чи плівку, що нанесена на поверхню лінзи з метою просвітлення). Промінь світла, проходячи через плівку товщиною d , відіб'ється двічі – від її внутрішньої та зовнішньої поверхонь (див. рис. 4.33). Відбиті промені є когерентними, бо вони мають постійну різницю фаз, пропорційну подвоєній товщині плівки, й інтерферують.

Наприклад, при $\lambda = 550$ нм і товщині плівки, рівній $550 : 4 = 137.5$ нм, промінь взагалі не відбиватиметься від неї при падінні під прямим кутом. При цьому промені сусідніх ділянок спектра по обидва боки від $\lambda = 550$ нм теж інтерферують, проте гасяться не повністю, а лише послаблюються, внаслідок чого плівка набуває кольорового забарвлення.

Загалом, для двох монохроматичних променів з довжиною хвилі λ :

умова максимуму: $\Delta L = L_2 - L_1 = k \lambda$;

умова мінімуму: $\Delta L = L_2 - L_1 = k \lambda + \lambda/2$;

де $k = 0, 1, \dots$, а L_1, L_2 – оптичні довжини шляхів першого і другого променів.

При відбитті хвилі середовища з більшим значенням показника заломлення відбувається стрибок фази хвилі на π , який також треба враховувати.

Промінь світла падає на плівку під кутом α , частково відбивається від кожної з її сторін, після чого обидва утворені промені потрапляють в око й інтерферують (рис. 4.33). При цьому пунктирний промінь відстає від суцільного на відстань

$$\Delta L = (AB + B\Gamma)n_1 - AD n_0,$$

яка і визначає результат інтерференції.

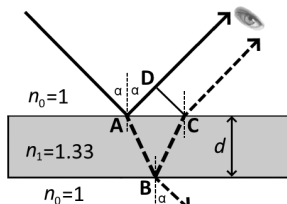


Рис. 4.33. Інтерференція у тонкій плівці

Інтерференційне просвітлення оптики – збільшення прозорості оптичних елементів (лінз, призм, пластинок) нанесенням на їх поверхні *просвітлюючої плівки* з товщиною, рівною $1/4$ довжини хвилі світла, пропускання якого без втрат є найбільш важливим. При цьому «просвітлення» є результатом інтерференції хвиль, відбитих передньою і задньою границями плівки. При належному підборі товщини плівки (для хвилі певної довжини, що падає під певним кутом) відбиті світлові хвилі повністю погасять одна одну – відбудеться повне проходження світла крізь поверхню розділу середовищ, неможливе в іншому випадку.

Оскільки найбільша чутливість людського ока відповідає центральній частині видимої ділянки спектра ($\lambda = 555$ нм), товщину плівки найчастіше беруть рівною $1/4$ вказаної довжини хвилі. При цьому відбиття буде малим для зеленого і найбільшим для фіолетового та червоного світла (у відбитому світлі поверхня оптичної деталі матиме пурпуровий відтінок).

Дифракція – явище, що полягає у здатності хвиль оминати перешкоди. Завдяки дифракції хвильовий рух може спостерігатися в області за перешкодою, куди хвиля не могла потрапити, рухаючись прямолінійно.

Причиною виникнення коливань в області тіні є інтерференція хвиль на краях непрозорих об'єктів, неоднорідностях і границях середовищ, що зустрічаються на шляху поширення хвилі. Прикладом є виникнення кольорових світлових смуг в області тіні від краю непрозорого екрана.

Дифракція найкраще проявляється тоді, коли розмір перешкоди на шляху хвилі є порівняним з її довжиною або меншим, оскільки лише в цьому випадку хвилі відхиляються на помітні кути.

Внаслідок дифракції світловий промінь обмеженого перерізу буде розпливатися по мірі свого руху навіть в однорідному просторі.

Дифракційна ґратка – оптичний елемент з періодичною структурою, здатний впливати на поширення світлових хвиль так, що енергія хвилі після проходження через ґратку зосереджується у певних напрямках, які залежать від періоду ґратки та довжини хвилі світла (тобто дифракційна ґратка працює як дисперсійний елемент).

Монохроматичний світловий пучок, що падає на ґратку, розділяється на декілька пучків, які поширюються у різних напрямках.

Дифракційні ґратки застосовуються у монохроматорах і спектрометрах.

Найпростіша дифракційна ґратка – тонка скляна пластинка, на поверхню якої нанесено прямолінійні паралельні рівновіддалені штрихи, ширина та відстань між якими порівняні з довжиною хвилі світла.

Принцип дії дифракційної ґратки ґрунтується на дифракції світлових хвиль, які взаємодіють із нею, та подальшій інтерференції цих дифрагованих хвиль.

У загальному випадку дифракційну ґратку можна уявити як сукупність багатьох паралельних та рівновіддалених прозорих щілин, розділених однаковими непрозорими проміжками. Якщо на таку ґратку падатиме світловий пучок, то світлові хвилі, проходячи крізь щілини ґратки, будуть дифрагувати. Кожна точка будь-якої щілини при цьому виступатиме як вторинне точкове джерело світла, яке випромінює в усіх напрямках. Більш того, світлові хвилі від різних щілин ґратки, інтерферують між собою (бо всі вони є частинами одного і того ж самого променя, тобто когерентні між собою). У точках, де ці хвилі перебувають в однаковій фазі, спостерігається підсилення світла, а де у протифазі – послаблення.

Напрямки поширення дифрагованих хвиль, на яких відбувається їх конструктивна інтерференція, називають **дифракційними максимумами** (їх зазвичай декілька) і позначають цілими числами, які називаються **порядком дифракції** (m). Кількість дифракційних максимумів і напрямки їх поширення залежать від періоду ґратки та довжини хвилі світла і можуть бути визначені за допомогою *рівняння дифракційної ґратки*:

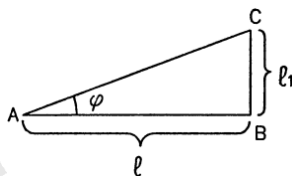
$$(\sin \theta_m(\lambda) + \sin \theta_i)d = m\lambda,$$

де θ_i – кут падіння світлового пучка на ґратку; $\theta_m(\lambda)$ – кут дифракції для пучка m -го порядку; λ – довжина хвилі світла; d – період ґратки.

З наведеного рівняння випливає, що кут дифракції залежить від довжини хвилі світла. Це означає, що при падінні на ґратку білого світла воно розкладатиметься ґраткою у спектр.

Приклад 4.16. За допомогою дифракційної ґратки з періодом 0.02 мм і лазера отримали зображення на екрані, розташованому на відстані 1.8 м від ґратки, при падінні променя під прямим кутом. Визначте довжину світлової хвилі, якщо перший дифракційний максимум знаходиться на відстані 3.6 см від центрального максимуму.

Дано:	З рівняння дифракційної ґратки
$m = 1$	
$d = 10^{-5}$ мм	$d \cdot \sin \varphi_m = m \lambda,$
$l = 1.8$ м	виразимо довжину хвилі
$l_1 = 0.036$ м	$\lambda = \frac{d \cdot \sin \varphi_m}{m}.$
$\lambda = ?$	



Далі розглянемо прямокутний трикутник ABC . Сторона BC – відстань між центральним максимумом (точка B) і максимумом дифракції першого порядку (точка C); сторона AB – відстань від ґратки до екрана. Тоді

$$\operatorname{tg} \varphi = BC/AB = l_1/l.$$

Враховуючи, що $l \gg l_1$ і для малих значень кута $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$, маємо

$$\lambda = \frac{d \cdot \sin \varphi_m}{m} \approx \frac{d \cdot l_1}{m \cdot l} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 3.6 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 1.8} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 400 \text{ нм}.$$

Відповідь: $\lambda \approx 400$ нм.

Роздільна здатність оптичних приладів

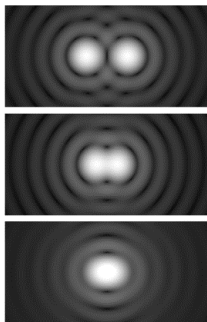


Рис. 4.34. Оптичний прилад перестає розрізняє об'єкти (нижній рисунок)

Роздільна здатність оптичного приладу характеризує його спроможність розрізняти дрібні деталі.

Кутова роздільна здатність (*angular resolution*) – мінімальний кут між точковими об'єктами, при якому вони ще сприймаються як окремі об'єкти.

Роздільна здатність дзеркал, лінз та інших оптичних приладів обмежена явищем дифракції. Зі зменшенням розміру елемента його роздільна здатність падає.

Кутова роздільна здатність θ (в радіанах) об'єктива з діаметром d (у метрах) описується формулою:

$$\theta = 1.220 \frac{\lambda}{d},$$

де λ – довжина хвилі світла в метрах.

Наприклад, щоб надійно розрізнити з Землі на поверхні Місяця два об'єкти, віддалені на 10 м один від одного, знадобиться телескоп з діаметром дзеркала не менше ніж 18 м (див. рис. рис. 4.34).

Діаграма спрямованості антени

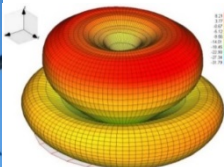
Антенa – радіотехнічний пристрій для приймання і передавання електромагнітних хвиль.

Приймальна і передавальна антени відрізняється лише застосуванням: передавальна антена перетворює електричний струм радіочастотного діапазону в електромагнітні хвилі відповідної частоти, а приймальна антена перетворює електромагнітні хвилі у відповідний електричний струм.

Дія антен основана на дипольному випромінюванні. Сигнал, що передається на антену від високочастотного генератора, створює в ній коливання густини заряду, яке супроводжується випромінюванням електромагнітних хвиль. При прийманні сигналу, навпаки, поле хвилі створює в антені струми, які потім підсилюються і демодулюються приймачем.



Монопольна антена



Дипольна антена

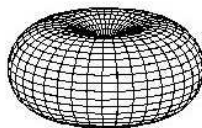


Рис. 4.35. Найпростіші види антен і їх діаграми спрямованості

До головних параметрів та характеристик антен належать:

- *діаграма спрямованості* – просторовий розподіл потужності електромагнітного випромінювання антени;
- *коефіцієнт підсилення*;
- *ефективна площа розсіювання*.

Діаграма спрямованості – графічна характеристика антени, що характеризує ефективність направленої приймання чи передачі сигналу антеною у кожному з напрямків. Залежить від будови, форми, конструкції та інших характеристик антени (див. рис. 4.35).

Діаграма спрямованості зображується у вигляді умовної кривої лінії, проведеної по кінцівках векторів потужностей електромагнітного поля умовно-однакової величини, що наводяться у даній антені при прийманні сигналу чи генеруються нею при передачі (див. рис. 4.36).

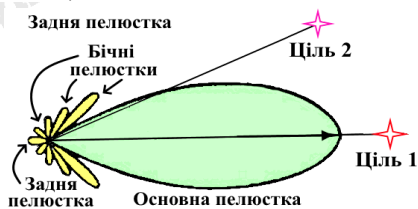


Рис. 4.36. Загальний вигляд діаграми спрямованості радіоантени

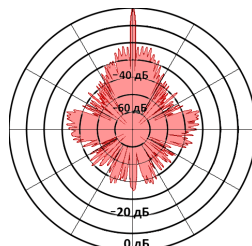


Рис. 4.37. Параболічні антени високої спрямованості та характерна діаграма спрямованості таких антен

Фазовані антенні решітки та їх застосування.

Фазована антенна решітка (ФАР) – антена, що складається з групи менших антенних випромінювачів, відносні фази сигналів котрих узгоджені таким чином, що сумарне випромінювання комплексу антен посилюється лише у бажаних напрямках і подавляється в усіх інших напрямках.

Управління фазами (*фазування*) дозволяє:

- формувати (при досить різноманітних розташуваннях випромінювачів) необхідну діаграму спрямованості антени (наприклад, вузький промінь, повернутий у заданому напрямку);
- змінювати напрямок променя нерухомої ФАР, за допомогою чого здійснювати швидко, практично безінерційно, сканування простору;
- управляти в певних межах формою діаграми спрямованості – змінювати ширину променя, інтенсивність бічних пелюсток тощо.

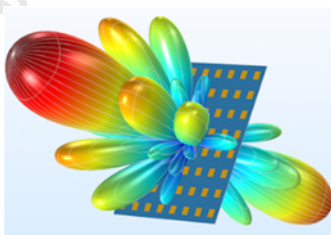
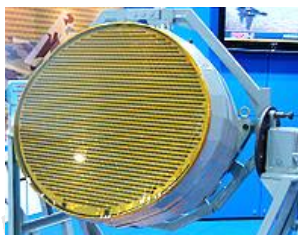
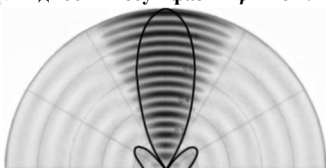


Рис. 4.38. Авіаційна РЛС Н050 на базі активної ФАР (ліворуч) та зразок діаграми спрямованості ФАР (праворуч)

Фазовані антенні решітки широко застосовуються в радіолокації завдяки тому, що вони можуть міняти просторову орієнтацію своєї діаграми спрямованості (тобто напрямку, у якому надсилається чи з якого приймається сигнал) без механічного руху самої антенної системи, що дуже важливо з точки зору економії часу та складності конструкції антени (особливо у випадку високочутливих ФАР дуже великого розміру).

Якщо у випадку звичайних високоспрямованих антен для зміни напрямку прийому доводиться механічно повертати тарілку антени, то у випадку ФАР діаграма спрямованості визначається лише співвідношенням фаз електричних сигналів, які подаються на різні антенні елементи решітки (див. рис. 4.39), тому така антена може швидко міняти напрям прийому, що важливо, наприклад, при скануванні простору вузьким променем у системах раннього попередження ракетних запусків або за необхідності супроводу великого числа просторово рознесених рухомих цілей.

Відносний зсув фази $\Delta\varphi = 0^\circ$:



Відносний зсув фази $\Delta\varphi = 30^\circ$:

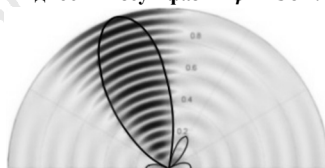


Рис. 4.39. Залежність орієнтації основної пелюстки діаграми спрямованості фазованої антенної решітки від відносного зсуву фаз сигналу, поданого на антенні елементи

Приклад 4.17. Чому дорівнює кутова роздільна здатність бінокля, якщо максимальна відстань, на якій він дозволяє впевнено розрізнити двох людей, що стоять на відстані 1 м один від одного, дорівнює 5 км?

Дано: $L = 5000 \text{ м}$ $l = 1 \text{ м}$ $\theta - ?$	Кутова роздільна здатність – мінімальний кут між двома точковими об'єктами, коли вони ще сприймаються як окремі об'єкти. У даному випадку кут, під яким видно проміжок простору, що розділяє спостережуваних людей, дорівнює $\theta \approx \text{tg } \theta = l/L = 1/5000 \text{ рад} \approx 41''.$
---	---

Відповідь: $\theta \approx 41''$.

Приклад 4.18. Яку максимальну кутову роздільну здатність може мати далекомір з діаметром об'єктива 10 см? Чому дорівнюватиме його лінійна роздільна здатність на відстанях 500 м та 3 км? Чи зможе даний далекомір розрізнити два точкові джерела світла, розташовані на відстані 50 см одне від одного, якщо вони віддалені від далекоміра на 5 км? Вважайте довжину хвилі світла рівною 550 нм.

Дано:
 $R_1 = 500 \text{ м}$
 $R_2 = 3000 \text{ м}$
 $R_3 = 5000 \text{ м}$
 $d = 0.1 \text{ м}$
 $l = 0.5 \text{ м}$
 $\lambda = 550 \cdot 10^{-9} \text{ м}$
 $\theta - ?$
 $\Delta l_{\min}(R_1) - ?$
 $\Delta l_{\min}(R_2) - ?$

Спершу визначимо кутову роздільну здатність об'єктива:

$$\theta = 1.220 \frac{\lambda}{d} = 1.220 \frac{550 \cdot 10^{-9}}{0.1} = 671 \cdot 10^{-8} \text{ рад}$$

або

$$\theta = (3.84 \cdot 10^{-4})^\circ \approx 1.4''.$$

Лінійна роздільна здатність на відстані R від далекоміра визначається співвідношенням:

$$\Delta l_{\min} = \theta \cdot R.$$

Відповідно:

$$\Delta l_{\min}(500 \text{ м}) = 671 \cdot 10^{-8} \cdot 500 \approx 0.0034 \text{ м} = 3.4 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{\min}(3000 \text{ м}) = 671 \cdot 10^{-8} \cdot 3000 \approx 0.02 \text{ м} = 2 \text{ см}.$$

Кутова відстань між двома точковими тілами, розташованими на відстані l один від одного та на відстані R від далекоміру, дорівнює (у радіанах):

$$\varphi = l/R = 0.5/5000 = 0.0001 \text{ рад} \approx 20.6'',$$

що майже у 15 разів більше за кутову роздільну здатність об'єктива.

Відповідь: $\theta \approx 1.4''$; $\Delta l_{\min}(500 \text{ м}) \approx 3.4 \text{ мм}$; $\Delta l_{\min}(3000 \text{ м}) \approx 2 \text{ см}$; зможе.

Приклад 4.19. Оцініть кутову роздільну здатність фазованої радарної решітки діаметром 22 м, якщо вона працює у діапазоні ультракоротких хвиль на частоті 450 МГц.

Дано:
 $d = 22 \text{ м}$
 $\nu = 4.5 \cdot 10^8 \text{ Гц}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
 $\theta - ?$

Кутова роздільна здатність θ антенної решітки також обмежується дифракцією радіохвиль, тому її можна оцінити, застосувавши наведену вище формулу

$$\theta = 1.220 \frac{\lambda}{d}.$$

Довжину радіохвилі λ визначимо за допомогою стандартного співвідношення

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{4.5 \cdot 10^8} \approx 0.67 \text{ м}.$$

Отже кутова роздільна здатність ФАР становить

$$\theta = 1.220 \frac{0.67}{22} \approx 0.037 \text{ рад} \approx 2.1^\circ.$$

Відповідь: $\theta \approx 2.1^\circ$.

Контрольні питання

1. Які хвилі називають *когерентними*?
2. У чому полягає явище *інтерференції*? За яких умов воно спостерігається?
3. Як можна застосувати явище інтерференції для просвітлення оптики.
4. У чому полягає явище *дифракції* хвиль?
5. Наведіть приклади практичного застосування явищ інтерференції і дифракції хвиль.
6. Який прилад називають *дифракційною ґраткою*? Запишіть рівняння дифракційної ґратки та наведіть приклади її застосування.
7. Як дифракція хвиль впливає на роботу радіопередавачів і радарів?
8. Що характеризує *роздільна здатність* оптичного приладу?
9. Яку характеристику оптичних приладів називають *кутовою роздільною здатністю*? Якими параметрами приладу вона визначається?
10. Який пристрій називають *антенною*? Які види антен бувають?
11. Які характеристики описує *діаграма спрямованості* антени?
12. Що таке *фазовані антенні решітки*? Які переваги вони мають?

Задачі для самостійного розв'язання

1. У скільки разів відрізняється кутова роздільна здатність об'єктива в умовах фіолетового (420 нм) та червоного (700 нм) освітлення?
Відповідь: ϵ вищою у $5/3$ рази при фіолетовому освітленні.
2. Кутова роздільна здатність польового бінокля Б-8 дорівнює $10''$. Визначте максимальну відстань, на якій такий бінокль здатний чітко розрізнити пару солдат, що стоять на відстані 0.5 м один від одного.
Відповідь: $L_{\max} \approx 10.3$ км.
3. Визначте кутову роздільну здатність (у кутових секундах) об'єктиву радіусом 5 см для жовтого світла ($\lambda = 580$ нм).
Відповідь: $\theta \approx 1.46''$.
4. Оцініть кутову роздільну здатність фазованої радарної решітки довжиною 2.6 км, якщо вона працює в діапазоні ультракоротких хвиль з довжиною хвилі 30 м.
Відповідь: $\theta \approx 0.8^\circ$.
5. Дифракційна ґратка (50 штрихів на 1 мм) освітлюється монохроматичним світлом. На екрані, розташованому на відстані 4 м від неї, відстань між нульовим максимумом і максимумом другого порядку дорівнює 21.6 см. Визначте довжину хвилі світла.
Відповідь: $\lambda = 540$ нм.
6. На поверхню скляного об'єктива (з $n_{\text{скл}} = 1.5$) нанесено просвітлюючу плівку (з $n_{\text{пл}} = 1.22$). При якій найменшій товщині плівки відбудеться повне ослаблення зеленого світла ($\lambda = 550$ нм) при падінні під прямим кутом?
Відповідь: $d \approx 113$ нм.

4.6. Поширення електромагнітних хвиль в атмосфері. Радіозв'язок

Радіохвилями називають електромагнітні хвилі у діапазоні частот від 30 Гц до 300 ГГц (3×10^{11} Гц), що відповідає довжинам хвиль від 10 000 км до 1 мм.

У радіотехніці прийнято розділяти електромагнітні хвилі на діапазони за логарифмічною шкалою (табл. 4.6).

Таблиця 4.6

Діапазони радіохвиль

Назва діапазону	Довжини хвиль	
наддовгі хвилі	від 100 км до 10 км	
довгі хвилі	від 10 км до 1 км	
середні хвилі	від 1 км до 100 м	
короткі хвилі	від 100 м до 10 м	
метрові хвилі	від 10 м до 1 м	Ультракороткі хвилі (УКХ)
дециметрові хвилі	від 1 м до 0.1 м	
сантиметрові хвилі	від 10 см до 1 см	
міліметрові хвилі	від 1 см до 1 мм	
субміліметрові хвилі	від 1 мм до 0.1 мм	

Хвилі, коротші за 0.1 мм, відносять до діапазону оптичних хвиль.

Враховуючи, що при передачі електромагнітних хвиль передавач і приймач зазвичай розташовані поблизу поверхні Землі, форма і фізичні властивості Земної поверхні істотно впливають на поширення радіохвиль. Крім того, на поширення радіохвиль також впливає стан атмосфери. Електропровідний шар атмосфери – *іоносфера* – має здатність поглинати і відбивати електромагнітні хвилі з довжиною хвилі $\lambda > 10$ м.

Для того, щоб проводити оцінку можливості безперешкодного розповсюдження радіохвиль над поверхнею Землі (з урахуванням її кривизни), вводиться поняття *дальності прямої видимості*.

Дальність прямої видимості r_0 – відстань між передавачем і приймачем за умови, що пряма, яка їх поєднує, є дотичною до поверхні Землі:

$$r_0 = \sqrt{2R_3}(\sqrt{h_t} + \sqrt{h_r}),$$

де h_t і h_r – висоти розташування передавача і приймача над поверхнею Землі, яку вважаємо ідеальною кулею радіуса $R_3 = 6370$ км, а впливом рельєфу нехтуємо (див. рис 4.40).

Попередню формулу можна спростити, якщо h_t і h_r підставляти у метрах, а дальність прямої видимості r_0 вимірювати у кілометрах:

$$r_0 \approx 3.57(\sqrt{h_t} + \sqrt{h_r}) \text{ км.}$$

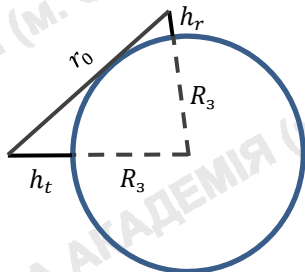


Рис. 4.40. Дальність прямої видимості радіостанції

Наприклад, у випадку радіопередавача, розташованого на вежі висотою 25 м, дальність прямої видимості до приймача, розташованого на нульовій висоті становитиме

$$r_0(25 \text{ м}, 0 \text{ м}) = 3.57(\sqrt{25} + \sqrt{0}) \approx 18 \text{ км},$$

а подвоєння висоти вежі збільшуватиме отримане значення у 1.41 рази.

Дифракція радіохвиль – явище, пов'язане зі здатністю радіохвиль огинати перешкоди. Дифракція проявляється тим сильніше, чим більшою є довжина хвилі порівняно з розміром перешкод. Наприклад, кілометрові і гектометрові хвилі огинають гори, пагорби, великі міські будівлі тощо. У той же час хвилі мікрохвильових діапазонів не огинають ці перешкоди, безпосередньо за якими утворюються зони радіотіні. Завдяки явищу дифракції хвилі огинають нерівності земної поверхні, поширюючись у вигляді поверхневої (*ground wave*) хвилі на відстані, що перевищують дальність прямої видимості.

Рефракція радіохвиль – явище заломлення радіохвиль в атмосфері внаслідок зменшення щільності повітря з висотою, що призводить до збільшення дальності розповсюдження поверхневої радіохвилі. За нормального стану атмосфери (температура повітря на рівні моря 15°C, зниження температури з висотою -0.65°C на 100 м) дальність розповсюдження поверхневої радіохвилі збільшується на 15-20% порівняно з дальністю геометричної видимості (*нормальна атмосферна рефракція*). При деяких особливих станах атмосфери, коли щільність повітря зменшується з висотою швидше, ніж у нормальній атмосфері, може утворитися атмосферний хвилевід (*суперрефракція*), по якому поверхнева хвиля розповсюджується у декілька разів далі, ніж при нормальній рефракції.

Інтерференція радіохвиль – явище взаємного накладення радіохвиль, що приходять у точку прийому шляхами різної довжини. Якщо хвилі приходять до приймача в одній фазі, то їх амплітуди додаються, підсилюючи сигнал. Однак, якщо хвилі надходять у протифазі та мають рівні або дуже близькі амплітуди – сигнал зникне. З цим явищем пов'язані завмирання сигналу, а також поява повторних контурів на зображенні аналогових телевізорів.

Поширення радіохвиль залежить від щоденних змін кількості водяної пари у тропосфері та іонізації верхніх шарів атмосфери (іоносфери, 80 – 600 км над поверхнею Землі) під дією сонячної радіації.

Радіохвилі з різними частотами поширюються по-різному. Їх взаємодія з іоносферою ускладнює прогнозування та аналіз поширення радіосигналу. Іоносферне поширення радіохвиль сильно залежить від космічної погоди.

Довжина хвиль дуже низьких частот набагато більша за відстань між земною поверхнею та нижнім шаром іоносфери (60-90 км) – такі хвилі поширюються у цій області, як у хвилеводі.

У вільному просторі чи у вакуумі всі електромагнітні хвилі при віддаленні від точкового джерела послаблюються згідно закону обернених квадратів: інтенсивність електромагнітної хвилі (густина потоку енергії) є обернено пропорційною квадрату відстані від точкового джерела:

$$I \sim \frac{1}{r^2}.$$

1. Лінія АВ – **прямолінійні хвилі**, що не заломлюються в атмосфері та не відбиваються іоносферою (як *ультракороткі хвилі*) або поширюються в області прямої видимості (незалежно від діапазону);

2. лінія AD – **поверхневі хвилі** здатні поширюватися на великі відстані, огинаючи поверхню Землі;

3. лінія AC – **тропосферні хвилі** (відчутно заломлюються у нижніх шарах атмосфери, завдяки чому радіус їх поширення може бути дещо більшим за відстань до видимого горизонту, зазвичай це *ультракороткі хвилі*).

4. лінія AE – **просторові (іоносферні) хвилі** відбиваються від іоносфери з малою втратою енергії, завдяки чому можуть долати великі відстані.

Дальній радіозв'язок здійснюється переважно за допомогою *поверхневих і просторових* радіохвиль.

Поверхневі хвилі (*ground wave*) (зазвичай *довгі та наддовгі хвилі*) розповсюджуються уздовж сферичної поверхні Землі, частково огинаючи її внаслідок явища дифракції. Здатність хвиль огинати перешкоди визначається співвідношенням між довжиною хвилі та розмірами перешкод. Чим нижчою є частота поверхневої хвилі, тим далі вона поширюватиметься.

Просторові хвилі (*skywave*) (зазвичай *короткі та середні хвилі*) розповсюджуються на великі відстані за рахунок багаторазового відбиття між поверхнею Землі та іоносферою. Внаслідок того, що відбиття і поглинання хвиль іоносферою визначається станом її іонізації (пов'язаним з інтенсивністю бомбардування атмосфери сонячною радіацією, тобто з порою року, місцевим часом, активністю Сонця) дальність поширення просторових хвиль та якість передачі сигналу сильно залежить від різних факторів (день/ніч, зима/літо, магнітні бурі, кількість плям на Сонці тощо).

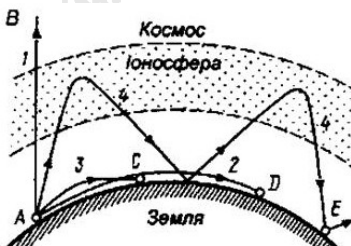


Рис. 4.41. Основні режими поширення радіохвиль в атмосфері Землі



Рис. 4.42. Дальній радіозв'язок за допомогою просторових хвиль

Далі ми більш детально розглянемо особливості поширення та сфери застосування кожного з діапазонів радіохвиль.

Ультракороткі хвилі ($\lambda < 10$ м) не здатні огинати земну поверхню та не відбиваються і не поглинаються іоносферою. Дальність їх розповсюдження у першому наближенні визначається відстанню прямої видимості, а сфери застосування сильно залежать від піддіапазону:

- **метрові хвилі** (*very high frequency, VHF*) ($1 \text{ м} < \lambda < 10 \text{ м}$) дещо заломлюються атмосферою, завдяки чому поширюються на деяку відстань за візуальний горизонт. Здатні частково проходити крізь стіни будинків і майже не реагують на зміну метеорологічних умов. Використовуються для зв'язку з космічними апаратами і для передачі сигналу на короткі відстані у межах прямої видимості (радіомовлення з частотною модуляцією (*FM*), аналогове і цифрове ефірне телебачення, керування повітряним рухом, портативні рації);
- **дециметрові хвилі** (*ultra high frequency, UHF*) ($1 \text{ дм} < \lambda < 1 \text{ м}$) не можуть поширюватися за візуальний горизонт, проте здатні проходити крізь тонкі стіни та рослинність; сильно послаблюються на пересіченій місцевості та на щільно забудованих територіях внаслідок розсіювання на перешкодах. Дальність їх поширення практично не залежить від метеорологічних умов. Використовуються у цифровому телебаченні, стільниковому зв'язку, портативних раціях, домашніх радіотелефонах, Wi-Fi, Bluetooth, супутниковому зв'язку, GPS тощо;
- **сантиметрові хвилі** (*super high frequency, SHF*) ($1 \text{ см} < \lambda < 1 \text{ дм}$) поширюються виключно у зоні прямої видимості та практично не здатні проникати крізь стіни будівель. Дальність їх поширення істотно залежить від метеорологічних умов (вологості, туману, дощу). Застосовуються у радіолокації, супутниковому зв'язку, бездротових локальних мережах (*WLAN*), для передачі даних між двома фіксованими точками за допомогою високоспрямованих антен (*радіорелейні лінії*), а також у мікрохвильових печах і медицині.

Короткі хвилі (*high frequency, HF*) ($10 \text{ м} < \lambda < 100 \text{ м}$) не можуть пройти крізь іоносферу та відбиваються від неї. Як наслідок, вони поширюються на великі відстані за рахунок багаторазового відбиття від іоносфери до Землі та від поверхні Землі назад до іоносфери (режим *просторових хвиль*). За умови достатньої потужності передавача і належних погодних умов (відбиття та поглинання хвиль цього діапазону в іоносфері сильно залежить від її стану) радіостанції на коротких хвилях підходять для міжконтинентального зв'язку. Використовуються у морському і військовому зв'язку, радіомовленні, загоризонтній радіолокації тощо.

Середні хвилі (*medium frequency, MF*) ($100 \text{ м} < \lambda < 1 \text{ км}$) відбиваються іоносферою і здатні огинати земну поверхню, внаслідок чого можуть поширюватись як уздовж поверхні Землі (*поверхневі хвилі*) так і відбиваючись між поверхнею Землі й іоносферою (*просторові хвилі*). Здатність іоносфери відбивати просторові хвилі цього діапазону сильно залежить від стану її іонізації та покращується вночі та взимку, тому у денний час середні хвилі розповсюджуються лише як поверхневі хвилі на відстань до 300-500 км над сушею і до 1000 км над морем, а вночі – ще й як просторові хвилі на відстань до 4000 км. Використовуються у радіомовленні з амплітудною модуляцією (АМ), для службового та морського зв'язку, радіонавігації, керування повітряним рухом тощо.

Довгі хвилі (*low frequency, LF*) ($1 \text{ км} < \lambda < 10 \text{ км}$) відбиваються іоносферою та добре огинають земну поверхню внаслідок явища дифракції, яке посилюється зі збільшенням довжини хвилі. Внаслідок слабшого поглинання у режимі поверхневих хвиль радіостанції цього діапазону мають більший радіус дії, ніж при використанні середніх хвиль, та забезпечують стійкий і надійний радіозв'язок. Вимагають застосування складних і громіздких антенних споруд з дуже потужними передавачами. Використовуються для передачі сигналів на великі відстані між наземними станціями (радіотелеграфний зв'язок тощо), радіонавігації, аматорського радіомовлення, передачі сигналів точного часу і зв'язку з підводними човнами (лише на глибинах до $\approx 30 \text{ м}$).

Наддовгі хвилі ($\lambda \gg 10 \text{ км}$) відбиваються іоносферою, добре огинають земну поверхню та здатні проникати в океанську воду на глибину, достатню для одностороннього зв'язку із зануреними підводними човнами. Передавальні антени цього діапазону є дуже неефективними (можуть споживати сотні кіловат потужності при ККД менше 1%) та мають гігантські розміри – від сотень метрів до десятків кілометрів. При цьому внаслідок дуже низької частоти хвилі її згасання є дуже слабким (прийом можливий практично у будь-якій точці Землі), проте швидкість передачі сигналу є вкрай малою і становить від 300 до 1 біт/с і менше. Лише США, Росія, Індія та Китай застосовують передавачі цього діапазону хвиль внаслідок складності та високої вартості їх будівництва й експлуатації.

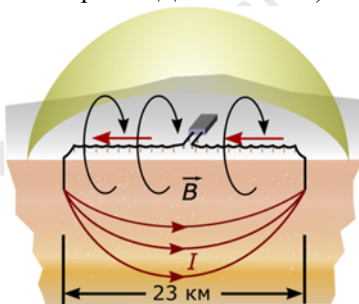


Рис. 4.43. Схематичне зображення радіопередавача у діапазоні наддовгих хвиль 3-30 Гц (від 10'000 км до 100'000 км).

Ближній і дальній радіозв'язок.

Радіозв'язок – різновид зв'язку, у якому носієм інформації є радіохвилі.

Розповсюдження радіохвиль від джерела до приймача може відбуватися декількома шляхами одночасно, що має назву *багатопроменевості*. Внаслідок багатопроменевості та змін параметрів середовища, виникають завмирання – зміна рівня отриманого сигналу в часі. При багатопроменевості зміна рівня сигналу відбувається внаслідок інтерференції, коли електромагнітне поле у точці прийому є сумою декількох зміщених у часі радіохвиль одного й того ж сигналу.

Види радіозв'язку

1. радіозв'язок на довгих, середніх, коротких і ультракоротких хвилях без застосування ретрансляторів;
2. супутниковий зв'язок;
3. стільниковий зв'язок;
4. радіорелейний зв'язок;
5. транкінговий зв'язок.

Загальний принцип роботи радіозв'язку:

- Радіопередавач формує високочастотний сигнал певної частоти (*несуча частота*) на який шляхом *модуляції* накладається інформаційний сигнал (дані, які треба передати).
 - Модульований сигнал випромінюється передавальною антеною у простір у вигляді радіохвиль.
- В антені приймача радіохвилі наводять модульований сигнал, звідки він надходить у радіоприймач.
 - Система фільтрів у приймачі завдяки явищу резонансу виділяє сигнал із певною частотою з безлічі наведених в антені струмів (від різних радіопередавачів та інших джерел радіохвиль).
 - Далі детектор виділяє з відфільтрованого сигналу модулюючий сигнал (передану інформацію).
 - Прийнятий сигнал може дещо відрізнитися від переданого радіопередавачем внаслідок впливу різноманітних перешкод.

Модуляція радіосигналу

- **Частотна модуляція** – частота вихідного сигналу змінюється в часі залежно від миттєвого значення інформаційного сигналу.
Застосовується для високоякісної передачі аудіо сигналу в радіомовленні (діапазон УКХ), звукового супроводу телепередач, передачі сигналів кольоровості в ефірному телебаченні.
- **Амплітудна модуляція** – вид модуляції, при якій параметром сигналу-носія, що змінюється, є амплітуда його коливальності.
Застосовується в раціях, цифровому радіо, цивільній авіації тощо.

Переваги частотної модуляції

- більша поміхостійкість;
- у 10-100 разів краще співвідношення сигнал/шум на виході приймача;
- сусідні станції менше впливають одна на іншу;
- менша необхідна потужність передавача.

Переваги амплітудної модуляції

- у 10-20 разів більша пропускна здатність;
- простіша конструкція приладів.

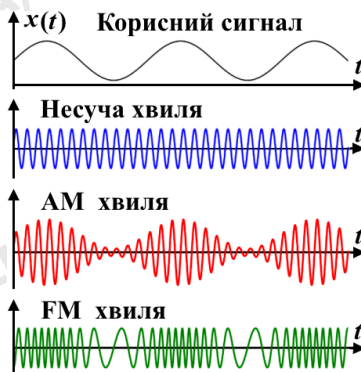


Рис. 4.44. Амплітудна і частотна модуляції радіосигналу

Супутниковий зв'язок – один з видів космічного радіозв'язку, що базується на використанні штучних супутників Землі зі змонтованими на них ретрансляторами. Здійснюється між стаціонарними або мобільними наземними станціями за допомогою як геостационарних, так і низькоорбітальних супутників.

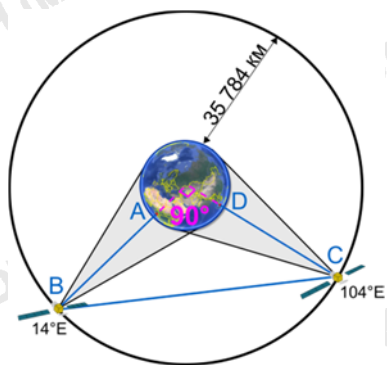
Нерегенеративний супутник, прийнявши сигнал від однієї наземної станції, переносить його на іншу частоту, підсилює й передає іншій наземній станції. Може мати декілька незалежних каналів, що здійснюють ці операції, кожний з яких працює у певному діапазоні частот (ці канали обробки називаються *транспондерами*).

Регенеративний супутник демодулює прийнятий сигнал і знову модулює його. Завдяки цьому помилки виправляються двічі: на супутнику і на прийомній наземній станції. Недоліком цього методу є більша складність і вища вартість обладнання.

Таблиця 4.7

Діапазони супутникового зв'язку

Діапазон	Частоти (згідно ITU-R V.431-6)	Застосування
L	1,5 ГГц	Рухомий супутниковий зв'язок
S	2,5 ГГц	
C	4 ГГц, 6 ГГц	Фіксований супутниковий зв'язок, радіолокація
X	8-12 ГГц (для радіолокації), для супутникового зв'язку частоти чітко не визначені.	
Ku	11 ГГц, 12 ГГц, 14 ГГц	Фіксований супутниковий зв'язок, супутникове телебачення
K	20 ГГц	
Ka	30 ГГц	Фіксований супутниковий зв'язок, міжсупутниковий зв'язок



Приклад 4.20. Визначте затримку сигналу (в обидва боки) при супутниковому зв'язку між Сінгапуром та Габоном, якщо зв'язок ведеться через два геостационарні супутники зв'язку, один з яких розташований у зеніті над Сінгапуром, а інший – у зеніті над Габоном. Радіус Землі 6380 км, радіус геостационарної орбіти 42164 км. Різниця у довготі між Сінгапуром і Габоном становить 90° . Впливом атмосфери на поширення радіохвиль можна знехтувати.

Дано:

$$R_3 = 6380 \text{ км}$$

$$R = 42164 \text{ км}$$

$$c = 300000 \text{ км/с}$$

$$\Delta t = ?$$

Оскільки різниця у довготі між Сінгапуром і Габоном становить 90° , то ми можемо визначити відстань BC за теоремою Піфагора:

$$BC = \sqrt{2} R.$$

Також відомо, що обидва супутники знаходяться на геостационарній орбіті, тому відстані

$$AB = CD = R - R_3.$$

Отже загальний шлях, який сигнал пройде в один бік, дорівнює

$$\begin{aligned} l &= AB + BC + CD = 2(R - R_3) + \sqrt{2}R = \\ &= 2 \cdot 35784 + \sqrt{2} \cdot 42164 \approx 131200 \text{ км.} \end{aligned}$$

Затримку сигналу у обидва боки знайдемо як

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2 \cdot 131200}{300000} \approx 0.87 \text{ с.}$$

Відповідь: $\Delta t = 0.87 \text{ с.}$

Радіорелейний зв'язок – радіозв'язок уздовж ланцюжка приймально-передавальних (ретрансляційних) радіостанцій. Наземний радіорелейний зв'язок зазвичай здійснюється на *деци-* і *сантиметрових* хвилях, а антени сусідніх станцій розташовують у межах прямої видимості. Для збільшення радіусу видимості антени встановлюють на високих будівлях або на щоглах (вежах) висотою 70-100 м (досягаючи радіусу видимості у 40-50 км).

Довжина наземних ліній радіорелейного зв'язку може сягати 10000 км, а інформаційна ємність – до декількох тисяч каналів.

Граничним випадком радіорелейного зв'язку є супутниковий зв'язок, при якому ретранслятори винесені на одну з орбіт Землі, а зона видимості кожного з них може сягати третини поверхні Земної кулі (для геостационарних супутників).

Глобальна мережа радіорелейного зв'язку в умовах величезних просторів із нерозвиненою інфраструктурою є у багато разів дешевшою, ніж кабельні лінії, хоча й забезпечує значно нижчу швидкість передачі інформації.

Транкінговий зв'язок призначений для забезпечення голосового зв'язку між великою кількістю рухомих абонентів за наявності обмеженої і недостатньої кількості радіоканалів.

Принцип транкінгового радіозв'язку полягає у вільному доступі абонентів до декількох радіоканалів, які автоматично розподіляються між абонентами за певним протоколом на час сеансу зв'язку.

Як правило, всі виклики, що надходять, сортуються за пріоритетом. Виклики з низьким рівнем пріоритету стають у чергу на обслуговування, надаючи можливість всім абонентам отримати доступ до мережі.

Найчастіше застосовується муніципальними службами (поліція, пожежники, швидка допомога тощо).

Принципи дії системи GPS та її аналогів

Система глобального позиціонування (GPS – *Global Positioning System*) – сукупність радіоелектронних засобів, що дозволяє визначати положення та швидкість руху об'єкта на поверхні Землі або в атмосфері. Положення об'єкта обчислюється завдяки використанню розміщеного на ньому GPS-приймача, що приймає та обробляє сигнали супутників космічного сегменту GPS. Для визначення точних параметрів орбіт супутників та керування GPS-системою вона у своєму складі має наземні центри управління.

Коли мова йде про GPS, найчастіше мається на увазі саме найперша система цього типу, NAVSTAR (*Navigation Satellite Time and Ranging*), розроблена на замовлення Міністерства оборони США (32 супутники), але сьогодні вже існують або знаходяться на етапі введення в експлуатацію ще три системи глобального позиціонування: BeiDou (Китай, 35 супутників), Galileo (ЄС, 23 супутники), ГЛОНАСС (РФ, 24 супутники), а також декілька менших регіональних систем. Чимало GPS-приймачів може приймати сигнали від декількох різних систем одночасно.

Супутники системи NAVSTAR постійно перебувають під контролем наземних станцій, працюють у єдиній мережі й обертаються на шести різних колових орбітах, розташованих під кутом 60° одна до одної. Висота орбіт становить приблизно 20200 км, а період обертання кожного супутника навколо Землі дорівнює 12 годинам. Таким чином, із будь-якої точки земної поверхні зазвичай одночасно видно від чотирьох до дванадцяти супутників.

У системі NAVSTAR передача сигналу з супутника відбувається на частоті 1575,42 МГц (L-діапазон).

GPS-приймач обчислює власне місцезнаходження, вимірюючи час проходження сигналу від декількох GPS-супутників. Кожен супутник

постійно надсилає повідомлення, в якому міститься інформація про час, точку орбіти супутника, з якої було надіслано повідомлення (ефемерида), та загальний стан системи й приблизні дані орбіт усіх інших супутників системи GPS (альманах). Ці сигнали розповсюджуються зі швидкістю світла в космосі та з трохи меншою швидкістю в атмосфері. Приймач визначає час затримки надходження сигналу та обчислює відстань до супутників, виходячи з якої, застосовуючи метод трилатерації, визначає своє положення. Отримані координати перетворюються в наочну форму (широта/довгота чи положення на карті) і відображаються користувачеві.

Теоретично, для визначення власних координат приймачу достатньо визначити відстань до трьох супутників. Однак для точного обчислення положення необхідно із високою точністю знати ще й час. Для усунення потреби в оснащенні приймача високоточним годинником, інформація отримується з 4-х чи більше супутників, тобто GPS-приймач використовує чотири параметри для обчислення чотирьох невідомих: x , y , z і t .

У деяких окремих випадках можна обійтися меншою кількістю супутників. Якщо заздалегідь відома одна змінна (наприклад, висота над рівнем моря для судна в океані завжди дорівнює 0), приймач може обчислити положення, використовуючи дані лише з трьох супутників. Також на практиці приймачі використовують різну допоміжну інформацію для обчислення положення з меншою точністю в умовах відсутності одразу чотирьох супутників. В результаті, цивільні GPS приймачі можуть досягати точності біля 5 м, військові приймачі – до 30 см, а деякі вузькоспеціалізовані пристрої – навіть біля 1 мм і менше.

GPS застосовується у наступних галузях:

- морська, повітряна і дорожня навігація;
- супутниковий моніторинг транспорту: за допомогою GPS на диспетчерському пункті ведеться спостереження за маршрутом руху, швидкістю та іншими параметрами транспорту;
- цивільна і військова картографія;
- геотегінг: «прив'язка» подій, записів, фотознімків до точного місцезнаходження та часу їх створення;
- геодезія: визначення точних координат точок і меж земельних ділянок;
- тектоніка: спостереження рухів і коливань літосферних плит;
- точний відлік часу та синхронізація подій: завдяки використанню GPS-приймачів можливо синхронізувати час рознесених годинників з точністю до десятків наносекунд;
- визначення точних параметрів орбіт низькоорбітальних супутників;
- наведення сучасних високоточних ракет і артилерійських снарядів (наприклад, M982 Excalibur).

Контрольні питання

1. Які діапазони електромагнітних хвиль застосовують у радіозв'язку?
2. У чому полягають головні відмінності у поширенні навколо Землі між ультракороткими, короткими та довгими хвилями?
3. Якими є сфери застосування довгих і наддовгих радіохвиль?
4. Чи можуть радіохвилі проникати у глиб моря?
5. Поясніть основні принципи дії радіопередавачів та радіоприймачів?
6. Поясніть відмінність між амплітудною і частотною модуляцією сигналу? У чому полягають їх переваги та недоліки кожної з них?
7. Перелічіть і коротко опишіть основні види радіозв'язку?
8. У чому полягають переваги і недоліки супутникового зв'язку?
9. Поясніть принципи дії та сферу застосування систем глобального позиціонування. Які фактори впливають на точність їх роботи?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Чому дорівнює частота радіохвиль довжиною 10 см?
Відповідь: $\nu = 3 \cdot 10^9$ Гц.
2. Яку довжину у повітрі мають радіохвилі з частотою 1575.42 МГц?
Відповідь: $\lambda \approx 0.19$ м.
3. Обчисліть дальність прямої видимості між двома мобільними станціями, якщо їх антени розташовані на висоті 2 м.
Відповідь: $r_0 \approx 10$ км.
4. Обчисліть дальність прямої видимості радіоантени, розташованої на башті висотою 125 м, якщо приймач сигналу знаходиться на рівні землі. У скільки разів зросте ця дальність, якщо приймач підняти на висоту 32 м?
Відповідь: $r_0 \approx 40$ км; зросте у півтора рази.
5. На яку висоту необхідно підняти радіоантену, щоб дальність її прямої видимості для наземного приймача становила 100 км?
Відповідь: $h \approx 785$ м.
6. Скільки часу триває рух радіосигналу від супутника системи NAVSTAR до наземного приймача, для якого супутник знаходиться в зеніті (радіус орбіти супутника 20200 км)?
Відповідь: $t \approx 0.046$ с.
7. Супутник знаходиться на висоті 450 км над поверхнею Землі. Скільки часу знадобиться радіохвилі щоб дістатися від одного абонента мережі до іншого, якщо вони знаходяться порівняно близько один від одного?
Відповідь: $t \approx 0.003$ с.
8. Оцініть затримку сигналу (в обидва боки) при супутниковому зв'язку через один геостационарний супутник зв'язку.
Відповідь: $\Delta t \approx 0.48$ с.

4.7. Основи ехо- і радіолокації

Ехолокація та сейсмічні сенсори

Акустика (*acoustics*) займається вивченням властивостей пружних хвиль.

Пружні хвилі (звукові хвилі) – це поширення коливального руху частинок пружного середовища за допомогою акустичних хвиль.

При поширенні хвилі не відбувається переносу речовини, частинки якої лише здійснюють коливання поблизу своїх положень рівноваги. Силою, що забезпечує повернення частинки середовища у положення рівноваги, є сила пружності.

Пружні середовища поділяють на два види залежно від того, які види деформацій у них можливі:

- лише деформації розтягу-стиску – *гази* та *рідини*, в яких можуть існувати лише поздовжні хвилі;
- деформації розтягу-стиску, зсуву і кручення – *тверді тіла*, в яких можуть поширюватись як поздовжні, так і поперечні хвилі.

Швидкість пружних хвиль у середовищі визначається його пружними властивостями та температурою.

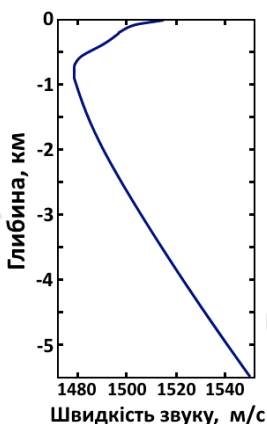


Рис. 4.45. Залежність швидкості звуку у морській воді від глибини

Швидкість звуку c_{gas} в ідеальному газі дорівнює

$$c_{gas} = \sqrt{\gamma RT/M},$$

де T – температура газу (в кельвінах), M – молярна маса газу, γ – показник адіабати газу, $R \approx 8.31$ Дж/(моль К) – універсальна газова стала.

Для сухого повітря: $\gamma = 1.4$; $M \approx 0.029$ кг/моль.

Швидкість звуку в повітрі у діапазоні температур $T_{\text{с}}$ від -40 до $+55^{\circ}\text{C}$ визначається (з точністю до ± 1 м/с) наступною формулою:

$$c_{air} \approx 331 + 0.6 T_{\text{с}}.$$

У повітрі при 0°C : $c_{air} \approx 331$ м/с;

при 20°C : $c_{air} \approx 343$ м/с;

при 35°C : $c_{air} \approx 352$ м/с.

Швидкість звуку в рідині дорівнює

$$c_{fluid} = \sqrt{K/\rho},$$

де K – модуль всебічного (гідростатичного) стиску; ρ – густина рідини.

У прісній воді: $c \approx 1481$ м/с при $T = 20^{\circ}\text{C}$.

У морській воді: $c \approx 1500$ м/с при $T = 10^{\circ}\text{C}$, солоності 3% і тиску 1 МПа;

$c \approx 1550$ м/с при $T = 25^{\circ}\text{C}$, солоності 3.5% і тиску 10 МПа.

Гідролокація – визначення положення об'єктів у воді за допомогою звукових хвиль, що надсилаються **гідролокатором (сонаром)** у бік об'єкта (**активна гідролокація**) або випромінюються самим об'єктом (**пасивна**).

За принципом дії гідролокація цілком ідентична радіолокації, а основною відмінністю між ними є те, що швидкість звуку у воді є значно меншою за швидкість поширення електромагнітних хвиль (див. рис. 4.46).

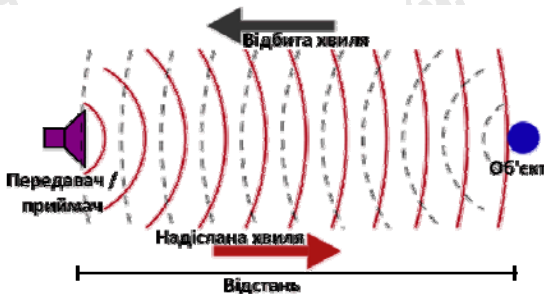


Рис. 4.46. Принцип дії ехолокації

Виділяють наступні основні методи пеленгації цілі у гідролокації:

- **за максимальним відбиттям:** підбирають таке положення гостро-спрямованої гідроакустичної антени, при якому прийнятий сигнал є максимальним;
- **за нульовим відбиттям:** використовують дві антени, діаграми спрямованості яких зміщені одна відносно іншої таким чином, щоб сумарна діаграма спрямованості мала глибокий мінімум; напрямок на джерело звуку отримують по мінімуму сигналу від нього (цей спосіб є точнішим за попередній, бо крутизна діаграм спрямованості антен поблизу нуля є істотно більшою, ніж поблизу максимуму);
- **фазовий:** визначають різницю фаз між сигналами, прийнятими двома рознесеними у просторі приймальними антенами, що дозволяє визначити напрямок на об'єкт;
- **кореляційно-фазовий:** відносний часовий зсув приходу сигналу на два рознесених приймача визначають шляхом вимірювання взаємної кореляції прийнятих ними сигналів.

Пасивні сонари використовуються для виявлення підводних вибухів і землетрусів, спостереження за надводними та підводними човнами й активними сонарами супротивника.

Частота звуку на якій працює сонар, може варіюватися від декількох герц до мегагерц і сильно впливає на роздільну здатність сонара (довжина хвилі є обернено пропорційною до частоти звуку) та дальність його дії (як правило, звукові хвилі меншої частоти поширюються далі, проте забезпечують меншу роздільну здатність).

Зазвичай сонари з частотою від 1 до 5 кГц називають низькочастотними, а від 5 до 15 кГц – середньочастотними. При частоті 10 кГц дальність дії активного сонара становить біля 4.5 км (сонар SQS-4), а при 3 кГц – біля 18 км (сонар SQS-26). Довжина звукової хвилі у воді на частоті 3 кГц становить 0.5 м, що не дозволяє таким сонарам виявляти невеликі плавучі об'єкти навіть на порівняно малих відстанях від човна; азимутальна роздільна здатність сонара SQS-53 становить біля 5°, пікова потужність – 190 кВт, дальність дії в активному режимі – до 7 км, а у пасивному – до 22 км і більше. Розміри купола низькочастотних сонарів сягають 20 м.

Високочастотні сонари забезпечують значно вищу роздільну здатність: так, при частоті 300 кГц і дальності дії до 150 – 500 м роздільна здатність сучасних сонарів сягає 0.5°.



Рис. 4.47. Сонар SQS-53 (3 кГц) у бульбовому обтікачі крейсера CG-67

Відстань l до перешкоди при активній ехолокації визначається шляхом вимірювання часу t повернення відбитого сигналу із урахуванням швидкості руху c хвилі у даному середовищі:

$$l = \frac{ct}{2}.$$

У тих випадках, коли швидкість хвилі змінюється протягом руху в середовищі (наприклад, внаслідок залежності швидкості хвилі від температури повітря або гідростатичного тиску у воді, які істотно змінюються зі збільшенням глибини) виникає заломлення (рефракція) хвилі, аналогічне заломленню світла у неоднорідному середовищі. При цьому стає необхідною математична обробка отриманих даних із урахуванням інформації про розподіл параметрів середовища у просторі. Окрім того, рефракція може призводити до утворення сліпих зон, розташованих в області геометричної прямої видимості сонару.

Приклад 4.21. Імпульсний активний сонар зареєстрував відбитий сигнал через 9 секунд після генерації імпульсу. На якій відстані знаходиться ціль?

Дано: $\Delta t = 8 \text{ с}$ $c = 1500 \text{ м/с}$ $L = ?$	Затримка між моментами випромінювання сигналу та реєстрацією відбиття визначається часом, за який надіслана звукова хвиля долає відстань L від сонара до цілі та відбита хвиля долає таку ж саму відстань у зворотному напрямку:
---	--

$$\Delta t = \frac{2L}{c}.$$

Знаючи величину затримки Δt визначаємо відстань від сонара до цілі:

$$L = \frac{c \Delta t}{2} = \frac{1500 \cdot 8}{2} = 6000 \text{ м} = 6 \text{ км}.$$

Відповідь: $L = 6 \text{ км}.$

Сейсмічні хвилі – це пружні хвилі, що виникають і поширюються у земній корі та мантії Землі внаслідок землетрусів, вибухів і ударів тощо. Поблизу епіцентрів сильних землетрусів ці хвилі мають руйнівну силу.

Сейсмічні хвилі зазвичай мають частоти від 0.0001 до 100 Гц.

Розрізняють поздовжні (*хвилі стиснення*) та поперечні (*хвилі зсуву*) сейсмічні хвилі. Спостереження за поширенням сейсмічних хвиль дозволяє дослідити будову Землі.

Первинні хвилі – це поздовжні (компресійні) хвилі, що можуть проходити крізь будь-які середовища, а їхня швидкість дорівнює швидкості звуку. У повітрі вони набувають форми звукових хвиль. Швидкість первинних хвиль у граніті становить біля 5000 м/с.

Вторинні хвилі – поперечні хвилі, у яких зміщення відбувається перпендикулярно до напрямку поширення. Хвилі цього типу можуть розповсюджуватися тільки у твердих тілах, а їх швидкість приблизно вдвічі менша, ніж у первинних хвиль. При поширенні горизонтально поляризованих вторинних хвиль елементи гірських порід поперемінно рухаються то в один, то в інший бік.

Одним із застосувань **сейсмічних сенсорів** є системи охорони периметру, основна задача яких полягає у цілодобовому контролі периметру даного об'єкту від несанкціонованого проникнення на його територію (або виходу за її межі).

Порушник, що рухається в області розташування сейсмічних датчиків, створює коливання ґрунту (підлоги), які реєструються датчиками. Кожен датчик реєструватиме різний ступінь інтенсивності коливань і момент їх надходження залежно від відстані до порушника. Це дозволяє не тільки визначити положення порушника, але й спрогнозувати його тип (людина, група людей, колісний або гусеничний транспортний засіб тощо).

За відсутності інших джерел коливань максимальна дальність виявлення пішохода найбільш чутливими сенсорами може сягати 100 м, а автомобіля – 200 м і більше. Однак налаштування таких систем вимагає врахування особливостей ґрунту та різноманітних перешкод, що знаходяться в області стеження.



Рис. 4.48. Поширення сейсмічних хвиль всередині Землі

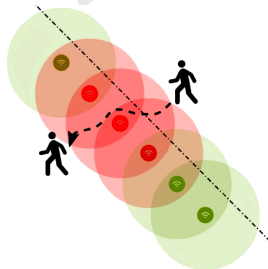


Рис. 4.49. Принцип дії сейсмічних сенсорів охорони периметру

Радіолокація

Радіолокація – виявлення об’єктів (цілей) і визначення їх просторових координат та параметрів руху за допомогою радіотехнічних засобів. Цей процес називають *радіолокаційним спостереженням*, а відповідні пристрої – *радіолокаційними станціями* (РЛС) або радіолокаторами.

Радіолокація застосовується у системах протиповітряної оборони та військової розвідки, цивільній авіації, метеорології, картографії, дослідженні космосу, автономному водінні автомобілів тощо.

Радіолокатори поділяють за діапазоном використовуваних радіохвиль, видом зондувального сигналу, числом використовуваних каналів, кількістю та видом вимірюваних координат, місцем установки РЛС.

Розрізняють:

- **активну радіолокацію**, при якій РЛС “підсвічує” об’єкт власними імпульсами і визначає його положення, порівнюючи параметри надісланого сигналу (*сигналу підсвічування*) з відбитим від об’єкта сигналом радіосигналом;
- з **активною відповіддю** – на об’єкті передбачається наявність радіопередавача (*відповідача*), який у відповідь на прийнятий сигнал випромінює власний закодований сигнал. Активна відповідь застосовується для розпізнання об’єктів (свій-чужий), дистанційного керування, а також для отримання від них додаткової інформації (наприклад, про тип об’єкта, його кодовий номер тощо);
- з **пасивною відповіддю** – випромінювальний сигнал відбивається від об’єкта та сприймається у пункті прийому як відповідь;
- **пасивну радіолокацію** – коли РЛС (зазвичай не менше двох) пасивно аналізують власне випромінювання об’єктів радіолокації (радіо-контрастних цілей, які випромінюють власні радіохвилі, розсіюють фонові радіохвилі чи використовують засоби зв’язку).

За «зоною видимості» об’єкта спостереження відносно РЛС розрізняють

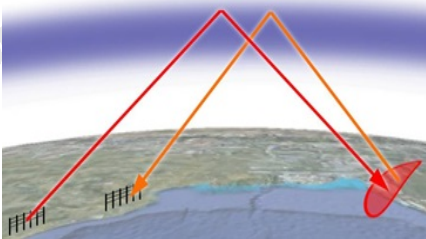


Рис. 4.50. Принципова схема роботи загоризонтної РЛС КХ-діапазону

радіолокацію прямої видимості (пряма радіолокація) і закриту, непряму радіолокацію (прикладом якої є іоносферна радіолокація, при якій РЛС аналізує промені радіохвиль, що відбиваються від різних іоносферних шарів, і за різницею їх параметрів, робить висновок про дальність до цілі, швидкість її руху та напрямок (пеленг) на неї).

Положення точкової цілі у просторі повністю визначається трьома координатами. У **сферичній системі координат** це похила дальність r , азимут α та кут місця β . Початок координат O збігається з точкою розташування РЛС.

Похилою дальністю r (м) називається відстань між РЛС (O) і ціллю (M). Основним методом визначення похилої дальності в активних РЛС є вимірювання затримки Δt повернення відбитого сигналу відносно генерації сигналу підсвічування – ця затримка дорівнює відношенню подвійної похилої дальності r до швидкості c розповсюдження радіосигналу ($\Delta t = 2r/c$).

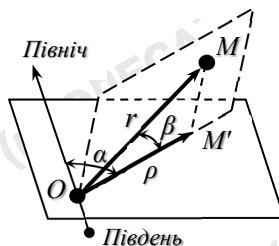


Рис. 4.51. Координати цілі у сферичній системі

Азимут α цілі – це кут між вертикальною площиною, що проходить через ціль M , і вихідним напрямком відліку (0° за компасом). Азимут називають **істинним пеленгом** цілі, якщо відлік проводиться від північного меридіана ON , або **курсим кутом**, якщо напрямком відліку служить поздовжня вісь літака чи діаметральна площина корабля.

Кут місця β – кут між напрямком OM на ціль і його проекцією OM' на горизонтальну площину (див. рис. 4.51).

Декартові координати цілі (x, y, z) , визначаються наступними формулами:

$$x = r \sin \alpha \cos \beta; \quad y = r \cos \alpha \cos \beta; \quad z = r \sin \beta,$$

де за вісь y прийнято напрямком на північ (або поздовжню вісь літака), а за вісь x – напрямком на схід.

Окрім сферичної системи координат у радіолокації застосовують і **циліндричну систему**, координатами якої є: **горизонтальна дальність** ρ , **азимут** α і **висота** h . Горизонтальна дальність ρ є проекцією лінії похилої дальності OM на горизонтальну площину, висота цілі h дорівнює довжині перпендикуляра, опущеного з M на горизонтальну площину:

$$\rho = r \cos \beta; \quad h = r \sin \beta;$$

$$x = \rho \sin \alpha; \quad y = \rho \cos \alpha; \quad z = h.$$

Для визначення кутових координат використовуються декілька методів:

1. сканування уздовж відповідної координати вузьким променем із визначенням положення антени, при якому потужність відбитого сигналу є максимальною;
2. математичне визначення напрямку на ціль по затримці приходу сигналу від цілі на декілька синхронізованих антен-приймачів;
3. при застосуванні радіолокації з синтезованою апертурою (наприклад, коли РЛС розташована на борту літака, а ціль нерухомо стоїть на землі) доплерівський зсув частоти прийнятого сигналу залежить від кутової координати цілі, тобто вимірювання доплерівського зсуву дозволяє визначити цю координату.

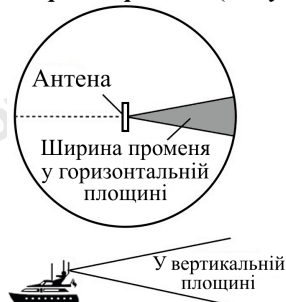
Основними характеристиками РЛС є:

Зона радіолокаційного огляду – це область простору, в межах якої РЛС здатна виявити цілі із заданими характеристиками.

Ширина променя (чи **кутова ширина променя**) – кутовий розмір променя,

що генерується передавальною антеною РЛС, у горизонтальній або вертикальній площині (вимірюється у градусах).

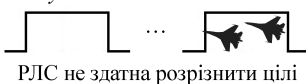
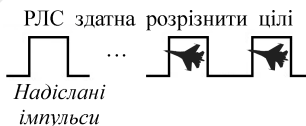
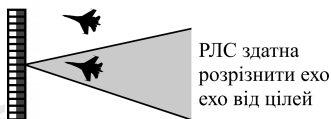
Менша ширина променя відповідає більшій точності локалізації цілі та більш повільному повному скануванню зони огляду РЛС. Типові значення ширини променя у горизонтальній площині становлять $0.5-5^\circ$ залежно від типу РЛС і довжини хвиль, на яких вона працює.



Довжина імпульсу – тривалість випромінювання передавачем РЛС одного імпульсу. Зазвичай, короткі імпульси використовуються в РЛС малого радіусу дії для підвищення роздільної здатності по відстані, а довгі імпульси – в РЛС великого радіусу дії для досягнення необхідного значення повної енергії сигналу (щоб приймач РЛС зміг зареєструвати відбиття).

Частота повторення імпульсів – число імпульсів, які РЛС випромінює за 1 с; зменшується зі зростанням довжини імпульсів РЛС і радіусу її дії. Збільшення частоти повторення імпульсів прискорює сканування простору.

Роздільна здатність РЛС характеризує її здатність розрізняти дві тісно розташовані радіолокаційні цілі (відобразити їх як окремі цілі та окремо



визначати параметри кожної з них). Визначається мінімально можливою відмінністю по одній з трьох координат чи по швидкості між двома тісно розташованими цілями (за однакових значень всіх інших координат), при якому РЛС здатна спостерігати їх окремо одну від одної і незалежно визначати їх положення та параметри руху.

Для надійного розрізнення двох цілей зазвичай є достатнім розрізнити їх за однією з трьох координат або за швидкістю, однак роздільна здатність РЛС по різним координатам може сильно відрізнятися.

Відповідно, виділяють наступні типи роздільної здатності:

- *роздільна здатність по пеленгу* – це здатність РЛС розрізняти ехосигнали від двох цілей, розташованих на одній відстані від РЛС поблизу одна від одної; чим меншою є ширина променя у горизонтальній площині, тим вищою є роздільна здатність по пеленгу;
- *роздільна здатність по куту місця* характеризує мінімальну різницю кутів місця двох цілей з однаковими дальністю і азимут, при якій ці цілі спостерігаються окремо; чим меншою є ширина променя у вертикальній площині, тим вищою є роздільна здатність по куту місця;
- *роздільна здатність по відстані* – здатність РЛС розрізняти ехосигнали від двох цілей, що знаходяться на одному пеленгу, проте дещо відмінних відстанях від РЛС. Тісно пов'язана з довжиною імпульсу: коротші імпульси забезпечують вищу роздільну здатність по відстані, ніж довші;
- *роздільна здатність по швидкості* визначається мінімальною різницею радіальних швидкостей двох тісно розташованих цілей, при якій ці цілі спостерігаються окремо завдяки ефекту Допплера.

Дальність виявлення цілей:

- *мінімальна дальність виявлення* – це мінімальна відстань, на якій РЛС здатна виявляти задані цілі. Залежить від розташування антени, діапазону сканування у вертикальній площині та довжини імпульсу;
- *максимальна дальність виявлення* визначається потужністю передавача (вихідною потужністю) та чутливістю приймача РЛС, а також обмежується встановленою частотою повторення імпульсів. Для подвоєння максимальної дальності виявлення РЛС без зміни її інших характеристик необхідно збільшити її вихідну потужність у 16 разів. Підвищення чутливості приймача РЛС, збільшення довжини імпульсів і зменшення ширини її променя (за рахунок збільшення розмірів антени) також призводять до зростання максимальної дальності виявлення.

Пропускна здатність РЛС характеризує її здатність забезпечувати одночасну роботу з великою кількістю об'єктів і зазвичай дорівнює максимальній кількості цілей, які вона може супроводжувати одночасно.

Розрізняють три види відбиття хвиль від опроміненої ними цілі: дзеркальне і дифузне відбиття, а також резонансне перевипромінювання.

Дзеркальне відбиття хвилі від цілі відбувається за умови, що ціль має рівну поверхню або її шорсткість є меншою за $1/16$ довжини хвилі. РЛС може зафіксувати дзеркально відбиті хвилі (внаслідок рівності кутів падіння та відбиття) лише за умови, що поверхня цілі розташована перпендикулярно до променя РЛС.

Дифузне відбиття (розсіювання) має місце у випадку багатогранної чи шорсткої відбиваючої поверхні, а зі зменшенням довжини хвилі інтенсивність дифузно-розсіяних хвиль зростає.

Резонансне перевипромінювання призводить до різкого підсилення інтенсивності відбиття хвиль поверхнею у тих випадках, коли лінійні розміри цілі або її окремих частин дорівнюють або кратні половині довжині хвилі падаючого на неї випромінення.

Якщо довжина падаючої хвилі є значно більшою за розміри відбиваючої поверхні, відбувається огинання (**дифракція**) цієї поверхні хвилею, тобто ймовірність реєстрації цілі радаром різко зменшується.

Переважає більшість сучасних радіолокаторів працює у діапазоні довжин хвиль від 1 до 30 см (1-30 ГГц), які поширюються лише в області прямої видимості та вільно проходять крізь іоносферу. Короткохвильова частина цього діапазону дозволяє досягти вищої роздільної здатності РЛС і, відповідно, більшої точності локалізації цілі, проте сильніше поглинається атмосферним киснем і водяною парою, а також дифрагує на краплях туману й дощу, що значно зменшує ефективну відстань їх застосування.

Дециметрові хвилі (від 10 см до 1 м, 0.3-3 ГГц) значно менше залежать від впливу погодних умов і добре підходять для радіолокації на великих відстанях, широко застосовуються у системах раннього попередження (у тому числі й у космічній радіолокації).

Декаметрові хвилі (від 10 до 100 м, 3-30 МГц) застосовуються у системах берегової охорони та загоризонтній радіолокації завдяки тому, що вони добре відбиваються від іоносфери і здатні потрапляти далеко за видимий горизонт. Довші хвилі цього діапазону вже починають демонструвати деяку здатність до дифракції на рельєфі та огинання поверхні Землі, особливо – над водними поверхнями.

Ефект Допплера – явище зміни частоти хвилі, яку реєструє приймач, викликане відносним рухом джерела та приймача хвилі. При наближенні цілі до нерухомої РЛС частота відбитого сигналу збільшується, а при віддаленні цілі – зменшується:

$$\Delta\nu \approx 2\nu_0 \frac{v}{c} = \frac{2v}{\lambda_0},$$

де c – швидкість поширення радіохвилі, v – швидкість цілі (додатна, якщо рухається назустріч хвилі), ν_0 та λ_0 – частота і довжина хвилі РЛС (за її ТТХ), $\Delta\nu$ – відмінність частоти сигналу, зафіксованої приймачем РЛС, від випроміненої частоти.

При радіолокації ефект Допплера дозволяє визначити швидкість цілі та часто застосовується для виявлення рухомих цілей (літаків, техніки, груп людей) на фоні нерухомих об'єктів (гір, дерев, споруд) або об'єктів, що рухаються з малою швидкістю (хмар), які створюють паразитні відбиття сигналу, заважаючи звичайній імпульсній радіолокації.

Імпульсні радіолокатори, їх застосування та обмеження

В імпульсній радіолокації відстань до цілі вимірюється за тривалістю затримки між генерацією сигналу та реєстрацією його відбиття. Радіохвилі розповсюджуються у просторі зі швидкістю світла, тому навіть для відстані у декілька сотень кілометрів тривалість цієї затримки становить лише тисячні долі секунди.

Азимут α цілі зазвичай визначається за допомогою радару, діаграма спрямованості якого є вузькою у горизонтальній площині та широкою у вертикальній площині (рис. 4.52). При обертанні антени обертається й діаграма її спрямованості, що дозволяє поступово просканувати весь простір і зафіксувати сектор, у якому знаходиться ціль.

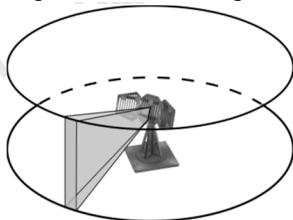


Рис. 4.52. Сканування простору за азимутом

Кут місця β цілі (її положення по висоті) визначається за допомогою радару-висотоміра. Діаграма спрямованості антени такого радару лежить у горизонтальній площині, а сама антена хитається вгору-вниз. Для визначення кута місця (висоти) цілі висотомір отримує інформацію про азимут цілі від далекоміра та сканує простір по вертикалі, а повні координати цілі визначаються за сумою даних від далекоміра і висотоміра:

$$\rho = r \cos \beta, \quad h = r \sin \beta.$$

Використовуючи ефект Доплера також можна визначити і швидкість цілі. Зазвичай цей метод застосовують для того, щоб відокремити рухомі цілі, такі як літаки, від нерухомих об'єктів (гори, споруди) або об'єктів, що рухаються з малою швидкістю (хмари або штучно створені перешкоди).

Відстань L від РЛС до виявленого об'єкта визначається за формулою

$$L = \frac{c \cdot \Delta t}{2},$$

де c – швидкість світла у середовищі (зазвичай – повітрі), Δt – час між випромінюванням сигналу радіолокатором і його поверненням до приймача.

Максимальна дальність дії визначається часовим інтервалом ΔT між двома послідовними імпульсами, які він випромінює:

$$L_{\max} = \frac{c \cdot \Delta T}{2}.$$

Мінімальна дальність дії визначається тривалістю Δt кожного з імпульсів, бо у момент їх випромінювання приймач зазвичай вимикається (для уникнення засліплення відбиттям хвиль від розташованих поруч об'єктів):

$$L_{\min} = \frac{c \cdot \Delta t}{2}.$$

Переносна станція наземної розвідки (ПСНР-5) призначена для пошуку, виявлення, супроводу та вимірювання координат рухомих цілей (людини, груп людей, наземної техніки). Може бути встановлена і на техніку.

Станція працює в імпульсному режимі та застосовує ефект Доплера для виділення цілей, що рухаються, на фоні різноманітних перешкод.



Потужність випромінювання:	250 мВт.
Ймовірність виявлення цілі у зоні сканування:	80%.
Тривалість сканування сектору 5-00:	20-60 с.
Мінімальна дальність спостереження:	200 м.
Максимальна дальність спостереження:	
танк, БТР, автомобіль:	8–10 км;
група піхотинців:	5–6 км;
поодинокий солдат:	3–4 км.
Похибка визначення положення цілі:	
за дальністю:	25 м;
за азимутом:	0-02 – 0-05.

Приклад 4.22. Визначте відстань від РЛС до цілі, якщо приймач імпульсної РЛС зареєстрував відбиття сигналу через 48 мкс після його генерації.

Дано:	Затримка між моментами випромінювання сигналу і реєстрацією його відбиття дорівнює часу, необхідному радіохвилі для подолання відстані L від РЛС до цілі та такої ж самої відстані на зворотному шляху:
$\Delta t = 48 \text{ мкс}$	
$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	
$L - ?$	

$$\Delta t = 2L/c.$$

Знаючи величину затримки Δt і застосовуючи попередню формулу, можна визначити відстань L від РЛС до цілі:

$$L = c \Delta t / 2 = 3 \cdot 10^8 \cdot 48 \cdot 10^{-6} / 2 = 72 \cdot 10^2 = 7200 \text{ м} = 7.2 \text{ км}.$$

Відповідь: $L = 7.2 \text{ км}$.

Приклад 4.23. Лічильник часу імпульсної РЛС працює з циклом тривалістю 6 нс. Оцініть помилку визначення відстані даною РЛС, зумовлену неточністю вимірювання часу. На якій відстані від неї знаходиться ціль, якщо відбиття було зареєстроване через 14250 циклів після генерації імпульсу?

Дано:	Відстань від імпульсного далекоміру до цілі можна визначити за наступною формулою:
$\delta t = 6 \cdot 10^{-9} \text{ с}$	
$N = 14250$	
$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	
$\delta l, L - ?$	де c – швидкість поширення сигналу, $\Delta t = N \delta l$ – проміжок часу між надсиланням сигналу та реєстрацією відбиття.

$$L = \frac{c \Delta t}{2},$$

За похибку вимірювання відстані далекоміром внаслідок неточності вимірювання часу приймемо половину тієї відстані, яку сигнал долає за один цикл роботи лічильника часу далекоміру:

$$\delta l = c \delta t / 2 = 3 \cdot 10^8 \cdot 6 \cdot 10^{-9} / 2 = 0.9 \text{ м}.$$

Отже відстань між РЛС і ціллю дорівнює

$$L = \frac{c N \delta t}{2} \pm \delta l = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 14250 \cdot 6 \cdot 10^{-9}}{2} \pm 0.9 = 12825 \pm 0.9 \text{ м},$$

Відповідь: $\delta l = 0.9 \text{ м}; L = 12825 \pm 0.9 \text{ м}.$

Приклад 4.24. Визначте мінімальний інтервал між послідовними імпульсами радіолокатора та максимальну тривалість одного імпульсу, якщо РЛС розрахована на виявлення цілей у діапазоні відстаней від 4.5 до 150 км. Яку максимальну кількість імпульсів може згенерувати такий радар за 1 с?

Дано:	Мінімальний інтервал між послідовними імпульсами радару визначається значенням часу, необхідного надісланому радаром сигналу для досягнення цілі на відстані $L_{\max}$ та повернення назад до приймача РЛС:
$L_{\max} = 150 \text{ км}$	
$L_{\min} = 4.5 \text{ км}$	
$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	
$\Delta T, \Delta \tau, N_{\max} - ?$	$\Delta T \geq \Delta T_{\min} = \frac{2L_{\max}}{c} = \frac{2 \cdot 150000}{3 \cdot 10^8} = 10^{-3} \text{ с}.$

Мінімальна дальність дії радару визначається тривалістю його імпульсів:

$$L_{\min} = c \cdot \Delta \tau / 2,$$

звідки отримуємо

$$\Delta \tau \leq \Delta \tau_{\max} = \frac{2L_{\min}}{c} = \frac{2 \cdot 4500}{3 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

При кожному вимірюванні радар очікує на повернення відбитого сигналу протягом часу ΔT . Відповідно, максимальна кількість вимірювань, яку він може виконати за одну секунду, дорівнює

$$N_{\max} = \frac{1}{\Delta T_{\min}} = \frac{1}{10^{-3}} = 1000.$$

Відповідь: $\Delta T_{\min} = 10^{-3} \text{ с}; \Delta \tau_{\max} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ с}; N_{\max} = 1000 \text{ імпульсів/с}.$

Приклад 4.25. Імпульсна РЛС виявила ціль з азимутом $\alpha = 40^\circ$ і кутом місця $\beta = 8^\circ$. Визначте відстань до цілі, а також її циліндричні, сферичні та Декартові координати, якщо відбиття сигналу було зареєстроване через 60 мкс після його випромінювання.

Дано:	Відстань L від РЛС до цілі визначається за формулою
$\Delta t = 6 \cdot 10^{-5} \text{ с}$	
$\alpha = 40^\circ$	$L = \frac{c \cdot \Delta t}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{2} = 9 \cdot 10^3 \text{ м} = 9 \text{ км}.$
$\beta = 8^\circ$	Відповідно, координати цілі у сферичній системі координат дорівнюють
$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	
$L, \rho, h, x, y, z - ?$	$(r; \alpha; \beta) = (9 \text{ км}; 40^\circ; 8^\circ).$

Перехід від сферичних до циліндричних координат задається формулами

$$\rho = r \cos \beta = 9 \cos 8^\circ \approx 8.91 \text{ км}, \quad h = r \sin \beta = 9 \sin 8^\circ \approx 1.25 \text{ км},$$

а координати цілі у циліндричній системі координат становлять:

$$(\rho; \alpha; h) = (8.91 \text{ км}; 40^\circ; 1.25 \text{ км}).$$

Формули переходу з циліндричних у Декартові координати мають вигляд:

$$x = \rho \sin \alpha; \quad y = \rho \cos \alpha; \quad z = h.$$

Тобто координати цілі у Декартовій системі координат:

$$x = 8.91 \sin 40^\circ \approx 5.73 \text{ км}, \quad y = 8.91 \cos 40^\circ \approx 6.83 \text{ км}, \quad z \approx 1.25 \text{ км};$$

$$(x, y, z) = (5.73 \text{ км}; 6.83 \text{ км}; 1.25 \text{ км}).$$

Відповідь: $L = 9 \text{ км}; (\rho; \alpha; h) = (8.91 \text{ км}; 40^\circ; 1.25 \text{ км});$

$$(x, y, z) = (5.73 \text{ км}; 6.83 \text{ км}; 1.25 \text{ км}).$$

РЛС неперервного випромінювання випромінюють радіохвилі у вигляді неперервного променя, на відміну від імпульсних радарів.

Ці радары зазвичай є значно простішими за будовою і потребують меншу потужність вихідного сигналу, а також не мають таких характерних для імпульсних РЛС обмежень, як мінімальна і максимальна дальності дії.

Сфера застосування РЛС неперервного випромінювання простирається від дешевих радарів дорожніх патрулів, здатних вимірювати лише швидкість автомобільного транспорту (за допомогою ефекту Доплера), до масштабних систем раннього попередження про ракетний напад з радіусом дії у декілька тисяч кілометрів.

Основним недоліком РЛС цього типу є складність вимірювання відстані до цілі (що все ж таки досягається шляхом складної модуляції генерованого сигналу) та порівняно мала максимальна дальність ефективної дії (особливо у випадку відносно малогабаритних радарів).

Приклади: СБР-3, поліцейські радары, наведення керованих ракет тощо.

Радіолокаційна станція ближньої розвідки СБР-3 призначена для:



- виявлення руху техніки і живої сили противника у будь-який час доби та за умов відсутності оптичної видимості (у тумані, при задимленні, запыленні, атмосферних опадах тощо);
- поєднання з приладами нічного бачення, тепловізорами тощо;
- наведення станкової автоматичної стрілецької зброї на рухомі цілі незалежно від умов видимості.

СБР-3 є радіолокатором ближнього діапазону, що працює у режимі неперервного випромінювання сигналу, завдяки чому не має мертвої зони.

Робочий діапазон хвиль: 15 ГГц (2 см).

Забезпечує виявлення рухомих наземних цілей на відстанях:

людини, що рухається у повний зріст з радіальною швидкістю до 2 км/год:

не менш ніж 900 м;

вантажного автомобіля при швидкості руху від 2 до 40 км/год: 2.5 – 3 км.

Похибка визначення положення цілі: за дальністю: до 50 м;

за азимутом: до 0-15.

Вплив поміх на роботу РЛС

Робота декількох РЛС в одному частотному діапазоні. У цьому випадку може відбуватися прийом однією з РЛС сигналів іншої. Це призводитиме до реєстрації як самої сусідньої РЛС, так і відбиття її сигналів від оточуючих об'єктів. Азимути виявлених “фіктивних” цілей будуть вірними, але відстані до них будуть приймати випадкові значення.

Уявні зображення. При відбитті радіосигналу від масивного об'єкта можливе його подальше поширення до менших об'єктів із наступним відбиттям від них і подальшою реєстрацією приймачем РЛС. Це збільшує шлях, пройдений сигналом, та призводить до відображення уявного зображення об'єкта, який насправді знаходиться у зовсім іншому місці.

Вплив атмосфери. Атмосферні втрати є особливо великими у санти- та міліметровому діапазонах і викликаються дощем, снігом і туманом, а у міліметровому діапазоні – навіть молекулами кисню і водяної пари.

Крім того, неоднорідність густини повітря призводить до викривлення траєкторії радіохвиль (рефракції), наслідком чого є похибки у визначенні як висоти цілі, так і дальності до неї.

Антирадарні пристрої перешкоджають роботі РЛС надсилаючи у бік її приймальної антени сигнал на тій самій частоті та з тією ж поляризацією, на якій працює радар. Внаслідок того, що сигнал від антирадара йде лише в один бік, його початкова потужність може бути значно меншою.

Приклад 4.26. Визначте, чи зможе радар із кутовим розміром променя рівним $20'$ розрізнити дві повітряні цілі, що знаходяться на відстані 40 км від нього, якщо відстань між цілями у напрямку, перпендикулярному до напрямку на радар, дорівнює 1 км.

Дано:	Радар може впевнено розрізнити дві цілі якщо кутова відстань між ними (з точки зору радару) є більшою за кутовий розмір його променя.
$\varphi_p = 20'$	
$\Delta h = 1$ км	
$L = 40$ км	З урахуванням того, що відстань від радару до цілей є набагато більшою за відстань між ними, кутову відстань між цілями можна наближено визначити за формулою для довжини дуги кола, за яку ми прийmemo відстань між цілями:
$\Delta\varphi_{\text{ц}} = ?$	

$$\Delta h = L \Delta\varphi_{\text{ц}},$$

звідки отримуємо: $\Delta\varphi_{\text{ц}} = \Delta h / L = 0.025$ рад.

Враховуючи, що 2π радіан дорівнює $360^\circ = 21600'$, переведемо отриману вище кутову відстань із радіанів у кутові хвилини:

$$\Delta\varphi_{\text{ц}} = \frac{0.025}{2\pi} \cdot 21600 \approx 86' > \varphi_p = 20'.$$

Відповідь: $\Delta\varphi_{\text{ц}} > \varphi_p$, радар зможе розрізнити цілі за вказаних умов.

Приклад 4.27. Частота сигналу, надісланого нерухомим радаром, зменшилася на 0.01% після його відбиття від цілі, напрям руху якої збігається з напрямом від РЛС на неї. Визначте швидкість цілі.

Дано: $\Delta v/v_0 = -0.01\%$ $c = 10^8 \text{ м/с}$ $u = ?$	Зменшення частоти відбитої хвилі відбулося внаслідок ефекту Доплера, який описується формулою $v = v_0 \frac{c + u}{c - u},$
---	---

де v – швидкість джерела хвилі (нерухомого у даному випадку),
 u – швидкість приймача (додатна, якщо рухається назустріч хвилі).

Врахуємо, що

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{v - v_0}{v_0} = \frac{v}{v_0} - 1 = -0.01\% = -10^{-4}. \quad (1)$$

Тепер розглянемо процес відбиття у системі координат цілі, в якій сама ціль є нерухомою, а частота хвилі при відбитті від неї не змінюється.

З точки зору цілі джерело сигналу (РЛС) рухається зі швидкістю u відносно неї. Відповідно, частота v_1 хвилі, яку сприймає ціль, дорівнює

$$v_1 = v_0 \frac{c}{c - u}.$$

Після відбиття радіохвилі від цілі, з точки зору РЛС ціль можна вважати джерелом хвилі з частотою v_1 , а РЛС – нерухомим приймачем. Тоді частота v хвилі, яку сприйматиме радар, дорівнює

$$v = v_1 \frac{c + u}{c} = v_0 \frac{c}{c - u} \cdot \frac{c + u}{c} = v_0 \frac{c + u}{c - u}. \quad (2)$$

З урахуванням того, що зміна частоти хвилі є дуже малою, порівняно з її початковою величиною, приходимо до висновку, що швидкість цілі дуже мала порівняно зі швидкістю світла. Тому:

$$\frac{c + u}{c - u} = \frac{1 + u/c}{1 - u/c} = \left(1 + \frac{u}{c}\right) \frac{1}{1 - u/c} \approx \left(1 + \frac{u}{c}\right) \left(1 + \frac{u}{c}\right) \approx 1 + 2\frac{u}{c}. \quad (3)$$

Підставляючи співвідношення (3) у формулу (2), отримуємо вже знайому формулу для ефекту Доплера для нерухомої РЛС

$$v \approx v_0 \left(1 + 2\frac{u}{c}\right) \Rightarrow \Delta v \approx 2v_0 \frac{u}{c} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v_0} \approx 2\frac{u}{c}. \quad (4)$$

Тепер, підставляючи вираз (1) у форму (4), визначаємо величину і напрямок швидкості цілі:

$$u \approx \frac{c \cdot \Delta v}{2v_0} = \frac{-10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^8}{2} = -1.5 \cdot 10^4 \text{ м/с} = -15 \text{ км/с}.$$

Отримане значення є від'ємним, отже ціль віддаляється від РЛС.

Відповідь: $u \approx 15 \text{ км/с}$ у напрямку від РЛС.

Загоризонтна радіолокація та системи раннього попередження про ракетний напад

Ультракороткі радіохвилі, що переважно використовуються у звичайній (надгоризонтній) радіолокації, не здатні огинати рельєф і кривизну поверхні Землі за рахунок дифракції, а також не відбиваються від іоносфери, вільно виходячи у космічний простір. Внаслідок цього радіус дії РЛС даного діапазону обмежений радіогоризонтом, розташованим лише трошки далі, ніж максимальна відстань прямої видимості r_0 об'єкта, спостереження за яким ведеться:

$$r_0 \approx 3.57 (\sqrt{h_t} + \sqrt{h_r}) \text{ км,}$$

де h_t і h_r – висоти розташування РЛС і цілі над поверхнею Землі (в метрах). Наприклад, горизонт РЛС, передавач якої встановлений на висоті 10 м, становить біля 13 км навіть з урахуванням рефракції радіохвиль в атмосфері (максимальна дальність прямої видимості лише біля 11.3 км).

Для літаків, що летять на висоті 10 км над поверхнею Землі, радіус дії надгоризонтних РЛС становить біля 350-400 км, а для цілей на висоті 25 км (що перевищує максимальну висоту польоту переважної більшості існуючих літаків), він зростає до 560-600 км.

Внаслідок цього виникає потреба у РЛС іншого типу, здатних надійно виявляти наземні та низьколітаючі цілі на відстанях понад 500 км – так званих *загоризонтних* радіолокаційних системах.

Основними видами загоризонтних РЛС є

- системи, що працюють у діапазоні коротких хвиль і використовують просторові хвилі з одно- чи багаторазовим іоносферним відбиттям;
- системи, що працюють у діапазоні середніх і довгих хвиль, які поширюються уздовж поверхні Землі завдяки явищу дифракції та потрапляють далеко за видимий горизонт.

Невеликі пересувні загоризонтні РЛС здатні забезпечити виявлення рухомих наземних і низьколітаючих цілей на дальності більше 100 км, а великі стаціонарні установки – до 6000 км і більше.

Найбільш поширеними є загоризонтні РЛС на коротких хвилях у діапазоні довжин хвиль 10-100 м (діапазоні частот 3-30 МГц), які добре відбиваються від іоносфери, проте мають достатню малу довжину хвилі для забезпечення відносно високої точності виявлення положення цілей, а також не потребують антен занадто великого розміру.

Передавальна антена таких РЛС випромінює радіосигнал під відносно невеликим кутом до іоносфери. Далі, відбитий іоносферою сигнал розсіюється нерівностями поверхні Землі та розташованими на ній (або

над нею) об'єктами. Завдяки цьому розсіянню частина сигналу відбивається назад до іоносфери під кутом, необхідним для потрапляння до приймальної антени РЛС (яка часто розташовується на деякому віддаленні від її передавальної антени для зниження впливу передавача на приймач; наприклад, у системі Дуга відстань між ними становила біля 50-60 км).

Через те, що відбитий поверхнею Землі (чи водою) сигнал завжди є значно потужнішим за сигнал, відбитий цільовим об'єктом, виникає необхідність фільтрації корисного сигналу. Найбільш простим шляхом виділення «відбитку» цілі на фоні шумового сигналу, створеного рельєфом і нерухомими об'єктами на поверхні Землі, є використання ефекту Доплера – зміни частоти радіохвилі при її відбитті від рухомих об'єктів. У такому випадку фільтрація корисного сигналу зводиться до порівняння частот сигналів, отриманих приймальною антеною РЛС, із частотою оригінального сигналу, надісланого передавальною антеною. Всі отримані сигнали з частотами, близькими до частоти передавача, ігноруються, залишаючи лише відбиття від рухомих об'єктів (є можливим виявлення об'єктів зі швидкостями від 2-3 км/год і більше).

Застосування багаторазового відбиття хвиль від іоносфери та поверхні Землі дозволяє пропорційно збільшити максимальну дальність виявлення цілей за умови достатньо великої потужності передавача РЛС та більш складної математичної обробки, проте надійність виявлення цілей і точність їх локалізації при цьому істотно погіршуються.

Недоліками РЛС такого типу є наявність відносно великої «мертвої зони» навколо РЛС, пов'язаної з особливостями поширення радіохвиль та їх відбиття від іоносфери. Окрім того, доводиться постійно враховувати стан іонізації і швидкість руху самої іоносфери (які залежать від часу доби, погодних умов і сонячної активності). Для цього застосовують додатковий радіопередавач, який надсилає сигнали під фіксованим кутом, відомим приймачу, дозволяючи визначити швидкість вітру в іоносфері та оптимальну для поточних умов частоту радіосигналу.

Варто додати, що більшість сучасних авіаційних і морських stealth-систем призначені для протидії переважно надгоризонтним РЛС і є значно більш вразливими при опроміненні цілі радіохвилями зверху, як це трапляється при застосуванні радіохвиль, відбитих від іоносфери.

Другий тип загоризонтних РЛС працює у значно нижчому частотному діапазоні, радіохвилі якого потрапляють за горизонт внаслідок явища дифракції і повертаються до РЛС після відбиття від цілі тим же шляхом, що йшли до неї. Аналогічно випадку короткохвильових РЛС, отриманий приймальною антеною сигнал є дуже слабким і вимагає застосування відповідної процедури фільтрації шуму. Однак завдяки іншому

механізму загоризонтного поширення, зникає необхідність постійного моніторингу стану іоносфери та підлаштування сигналу РЛС під нього.

Побічним наслідком застосування відносно великої довжини хвилі та її високої схильності до дифракції на зустрічних об'єктах є підвищена складність виявлення за допомогою таких хвиль відносно невеликих об'єктів (наприклад, невеликих літаків чи ракет). Тому, з урахуванням того факту, що середні і довгі хвилі мають найбільшу дальність поширення над поверхнею моря, РЛС цього типу застосовуються переважно для відстеження кораблів. Для контролю прибережних вод на відстані до 200-400 км може застосовуватися навіть діапазон відносно коротких декаметрових хвиль (3-18 МГц, 16-100 м).

Іншою проблемою загоризонтних РЛС обох типів є порівняно низька точність локалізації виявлених цілей, що є наслідком занадто великої дальності дії та практичної неможливості створення стаціонарної чи рухомої передавальної антени з достатньо малою шириною променя.

Роздільна здатність будь-якого радара залежить від кутового розміру його променя і дальності до цілі. Наприклад; при ширині променя в 1° і відстані до цілі, рівній 120 км, лінійні розміри променя при відбитті від цілі становитимуть вже біля 2 км (тобто розміри цілі з точки зору РЛС становлять 2 км, а розділення декількох окремих цілей, розташованих на менших відстанях між собою є дуже складним або неможливим). Однак для отримання променя з шириною в 1° на типових частотах роботи загоризонтних РЛС необхідно застосовувати антени шириною від 1.5 км.

Крім того, неможливість точного врахування заломлення радіохвиль в атмосфері ще сильніше зменшує точність визначення положення цілі: біля 20-40 км за дальністю (на великих відстанях) і 2-4 км за азимутом.

Серед важливих сфер застосування загоризонтних РЛС варто виділити **системи раннього попередження ракетного нападу**, призначені для максимально раннього виявлення балістичних ракет, забезпечуючи достатній час на підготовку відповідних протидій.

Система попередження про ракетний напад – комплекс засобів виявлення запуску балістичних ракет, обчислення їх траєкторії, визначення можливих цілей і організації відповідних оборонних і наступальних дій.

Зазвичай виділяють системи ракетного захисту стратегічного рівня, театру воєнних дій та тактичного рівня, що головним чином пов'язано з типами балістичних ракет, для протидії яким дана система призначена (а саме, тривалості, швидкості та максимальній висоті польоту ракети, які визначаються її характерною дальністю дії). Відповідно, змінюються й вимоги до радіолокаційних систем, які виявляють ракети супротивника та супроводжують роботу засобів їх знищення.

Міжконтинентальні балістичні ракети характеризуються типовими значеннями тривалості польоту біля 25-30 хв, максимальною висотою підйому до 2000 км і початковою швидкістю балістичного польоту (після вимкнення двигунів) від 4 до 7 км/с. Виявлення запусків таких ракет є можливим лише за допомогою загоризонтних РЛС, проте їх супроводження протягом більшої частини польоту може відбуватися за допомогою надгоризонтних РЛС сантиметрового та дециметрового діапазонів, радіохвилі яких вільно проходять крізь іоносферу у космічний простір (у якому знаходиться ракета). Наразі, окрім наземних РЛС, важливу роль у роботі систем ракетного захисту відіграють і спеціалізовані штучні супутники Землі, більш того, провідними космічними країнами давно розглядається можливість винесення в космос також і систем протидії.

Балістичні ракети середньої дальності характеризуються початковою швидкістю балістичного польоту від 1.5 до 4 км/с, максимальною висотою підйому до 500 км, та тривалістю польоту до 10 хв.

Відповідно, ракети короткого радіусу дії мають початкові швидкості до 1.5 км/с, максимальну висоту підйому до 100 км, а тривалість їх польоту становить лічені хвилини.

До основних переваг виявлення балістичних ракет на першій фазі польоту (фазі розгону, яка для міжконтинентальних ракет становить до 5 хв) є максимальний час на організацію відповідних протидій і (за наявності відповідних засобів) найбільш просте й ефективне знищення ракет.

Прикладами загоризонтних і надгоризонтних РЛС великої дальності дії є (всі вони основані на принципі фазованої антенної решітки):

- «Дуга», СРСР, працювала у діапазоні коротких хвиль (10-60 м) і дозволяла відстежувати високолітаючі цілі на дистанції 900-3000 км; приймальна антена (Чорнобиль-2) складалася з двох окремих антенних решіток: «низькочастотної» (довжиною біля 450 м з висотою машт біля 140 м) і «високочастотної» (довжиною біля 230 м і висотою до 100 м); передавальна антена була розташована приблизно у 60 км від приймальної та споживала до 10 МВт потужності;



Рис. 4.53. Приймальні антени загоризонтної РЛС «Дуга», Чорнобиль-2, Україна

- ГП-120 («Волна»), СРСР/РФ, антенна решітка довжиною 1500 м і висотою 5 м, яка одночасно є і передавачем, і приймачем; працює в режимах поверхневих і просторових хвиль, радіус дії – біля 3000 км;
- ROTHR, ВМС США, працює у діапазоні коротких хвиль (10-60 м) і режимі неперервного випромінювання з модульованою частотою; дальність виявлення цілей становить до 3000 км з точністю локалізації цілі до 6 км за дальністю та до 15 км за азимут (на максимальних відстанях); антени РЛС мають довжину біля 2600 м і складаються з 372 пар окремих монопольних антен висотою у декілька метрів, що забезпечує кутову ширину біля 0.5° у горизонтальній площині.
- РЛС сімейства «Вороніж», РФ, працюють у метровому, дециметровому і сантиметровому діапазонах (різні антени) з дальністю виявлення цілей до 6000 км (у тому числі, виявленням і супроводженням цілей у навколоземному космічному просторі завдяки застосуванню УКХ діапазону);



Станція AN/TPS-71 загоризонтної РЛС КХ-діапазону ROTHR, США.



Антенна РЛС Вороніж-М дециметрового діапазону, РФ.



РЛС системи попередження ракетного нападу PAVE PAWS, США.

Рис. 4.54. Антенні системи відомих загоризонтних радіолокаційних станцій

- PAVE PAWS (*Precision Acquisition Vehicle Entry Phased Array Warning System*), США – РЛС системи протиракетної оборони у діапазоні ультракоротких хвиль (420-450 МГц, 66-72 см), дві антенні решітки яких покривають простір у 240° за азимутом та від 3° до 85° у вертикальній площині; антенні решітки мають форму круга діаметром 22 м і складаються з 2677 дипольних антен кожна, 2/3 з яких грають роль передавачів (з максимальною потужністю до 320 Вт кожен і загальною потужністю РЛС до 1.2 МВт) і приймачів, а інші – лише приймачів; ширина променя становить 2.2° ; дальність дії РЛС – більше 5500 км; біля половини робочого циклу система сканує весь доступний горизонт в інтервалі вертикальних кутів від 3° до 10° з метою негайного виявлення ракет при їх потраплянні у поле зору РЛС, а залишок часу відбувається супроводження вже виявлених об'єктів з метою визначення їх траєкторії, точки запуску та цілі.

Приклад 4.28. Надгоризонтна РЛС системи протиракетної оборони працює у діапазоні сантиметрових хвиль на частоті 10 ГГц, а її передавальна антена діаметром 20 м розташована на висоті 160 м над рівнем моря. Чому дорівнює кутова роздільна здатність даної РЛС? При підйомі ракети на яку мінімальну висоту над рівнем моря вона потрапить у поле зору РЛС, якщо запуск відбудеться на відстані 2000 км від неї? Чи здатна РЛС розрізнити дві різні цілі на такій дальності, якщо відстань між ними (у напрямку, перпендикулярному до напрямку на РЛС) становить 30 км?

Дано:	Кутова роздільна здатність θ антени залежить від її діаметра d і довжини хвилі λ , та визначається:
$\nu = 10^{10}$ Гц	
$h_{\text{РЛС}} = 160$ м	$\theta = 1.220 \frac{\lambda}{d}.$
$d = 20$ м	
$L = 2 \cdot 10^6$ м	Довжина радіохвилі пов'язана з її частотою формулою
$l = 3 \cdot 10^4$ м	$\lambda = c/\nu = 3 \cdot 10^8 / 10^{10} = 0.03 \text{ м},$
$\theta, h_{\min} - ?$	де c – швидкість світла у повітрі.

Отже, кутова роздільна здатність даної РЛС становить

$$\theta = 1.220 \cdot \frac{0.03}{20} = 0.00183 \text{ рад} \approx 0.1^\circ.$$

Максимальна відстань прямої видимості r_0 (у км) об'єкта, спостереження за яким веде РЛС, визначається формулою:

$$r_0 \approx 3.57 (\sqrt{h} + \sqrt{h_{\text{РЛС}}}),$$

де h – висота розташування об'єкта над поверхнею Землі (в метрах).

У даному випадку максимальна відстань прямої видимості має дорівнювати відстані від РЛС до місця запуску ракет, тобто $r_0 = L$. Тоді

$$h_{\min} \approx \left(\frac{L}{3.57} - \sqrt{h_{\text{РЛС}}} \right)^2 = \left(\frac{2000}{3.57} - \sqrt{160} \right)^2 \approx 300 \text{ км},$$

тобто саме на цій висоті польоту ракети РЛС вперше зможе зареєструвати відбиття сигналу від неї і почне відстежувати її подальший політ.

РЛС здатна розрізнити дві окремі цілі за умови, що лінійна відстань між ними (у напрямку, перпендикулярному до напрямку від цілей до РЛС) є більшою за лінійну ширину променя радара на даній відстані від нього. Лінійна ширина w променя пов'язана з його кутовою шириною θ співвідношенням

$$w = \theta \cdot L,$$

де L – відстань до цілі, а кутова ширина променя θ вимірюється у радіанах.

За умовою задачі відстань між РЛС і місцем потенційних запусків становить $L = 2000$ км, а кутова ширина променя $\theta = 0.00183$ рад. Отже:

$$w = 0.00183 \cdot 2000 \approx 3.7 \text{ км} \ll l = 30 \text{ км},$$

тобто роздільна здатність РЛС є цілком достатньою для впевненого розрізнення цілей за умов даної задачі.

Відповідь: $\theta = 0.00183$ рад; $h_{\min} \approx 300$ км; РЛС зможе розрізнити цілі.

Контрольні питання

1. Які хвилі називають *пружними*?
2. Дайте означення понять *акустика* і *гідролокація*.
3. Опишіть принцип дії *сонарів*, у яких середовищах вони можуть діяти?
4. Як за допомогою *сонару* визначається відстань до цілі?
5. Які обмеження відстані дії мають імпульсні *сонари*?
6. На якому принципі працюються *сейсмічні сенсори*?
7. У чому полягає *ефект Доплера*? Як змінюються частота, що сприймається приймачем, при русі джерела та/або приймача?
8. Опишіть принцип дії *імпульсних радіолокаторів*. Як за їх допомогою можна визначити відстань до перешкоди? Які обмеження вони мають?
9. Яким чином при радіолокації визначаються азимут цілі, кут її місця та похила дальність?
10. Опишіть принцип дії *радіолокаторів ближнього діапазону*.
11. Які переваги радіолокатори неперервної дії мають над імпульсними?

Задачі для самостійного розв'язання

1. При наближенні літака до спостережного пункту частота звуку його двигунів, що сприймалася на пункті, становила 4675 Гц, а при його віддаленні – 1706 Гц. Визначте швидкість літака та власну частоту його двигунів (швидкість звуку – 332 м/с).

Відповідь: $v \approx 154$ м/с; $\nu_0 \approx 2.5$ кГц.

2. Визначте мінімальну та максимальну дальності роботи імпульсного радару, якщо довжина його імпульсів дорівнює 2 мкс, а періодичність надсилання сигналу становить 500 мкс.

Відповідь: $L_{\max} = 75$ км; $L_{\min} = 300$ м.

3. Визначте довжину імпульсів імпульсного радару та час між послідовними імпульсами, якщо мінімальна та максимальна дальності його роботи дорівнюють відповідно 900 м та 60 км.

Відповідь: $\Delta T = 4 \times 10^{-4}$ с; $\Delta \tau = 6 \times 10^{-6}$ с.

4. На якій відстані від *сонару* знаходиться підводний човен, якщо сигнал повернувся назад до *сонару* через 3.4 с? Швидкість звуку у воді 1.5 км/с.

Відповідь: $l = 2550$ м.

5. Частота звукової хвилі *сонару* зменшилася з 1.5 кГц до 1.42 кГц внаслідок відбиття від цілі. З якою швидкістю та в якому напрямку відносно *сонару* рухається ціль? Швидкість звуку дорівнює 1.5 км/с.

Відповідь: $v = 40$ м/с від *сонару*.

6. Яку похибку вимірювання дальності має *сонар*, якщо похибка його електроніки при вимірюванні часу між надсиланням та поверненням хвилі становить 0.4 мс? Швидкість звуку у воді дорівнює 1.5 км/с.

Відповідь: $\Delta l \approx 30$ см.

7. Імпульсна РЛС виявила ціль під азимутом 45° та кутом місця 20° . Визначте відстань до цілі та її висоту, якщо радар зафіксував відбиття сигналу через 40 мкс після його випромінення.

Відповідь: $L = 6$ км; $h \approx 2$ км.

8. Імпульсна РЛС зафіксувала відбиття сигналу під азимутом 45° і кутом місця 30° через 80 мкс після його випромінення. Визначте сферичні та циліндричні координати цілі.

Відповідь: $(r; \alpha; \beta) = (12 \text{ км}; 45^\circ; 30^\circ)$; $(\rho; \alpha; h) \approx (10.4 \text{ км}; 45^\circ; 6 \text{ км})$.

9. Імпульсна РЛС зафіксувала відбиття сигналу під азимутом 74° та кутом місця 30° через 0.2 мс після його випромінення. Визначте дальність до цілі, а також її циліндричні та Декартові координати.

Відповідь: $L = 30$ км; $(\rho; \alpha; h) \approx (26 \text{ км}; 74^\circ; 15 \text{ км})$; $(x, y, z) \approx (25; 7.2; 15) \text{ км}$.

10. Кутова ширина променя РЛС становить 2° . Визначте лінійний розмір (ширину) променя на відстані 200 км від РЛС. Чи зможе РЛС розрізнити на такій відстані дві цілі, віддалені одна від одної на 1400 м?

Відповідь: $d \approx 7$ км; *ні, не зможе розрізнити.*

11. Яку кутову ширину променя має мати РЛС, щоб ширина її променя на відстані 1000 км становила 7 км? При якому горизонтальному розмірі антени можна досягти такої кутової ширини променя на частоті 87 МГц?

Відповідь: $\theta \approx 24'$; $l \approx 600$ м.

12. РЛС працює у дециметровому діапазоні на частотах 1 ГГц і 1.5 ГГц, а ширина її антенної решітки дорівнює 80 м. Визначте кутову ширину променя даної РЛС в обох режимах роботи.

Відповідь: $\theta_{1 \text{ ГГц}} \approx 15.7'$; $\theta_{1.5 \text{ ГГц}} \approx 10.5'$.

13. Загоризонтна РЛС берегової охорони працює у діапазоні дециметрових хвиль на частоті 10⁷ Гц і здатна розрізнити дві надводні цілі на відстані 300 км від РЛС за умови, що відстань між цілями становить не менше 11 км. Визначте кутову ширину променя РЛС і лінійний розмір її антени.

Відповідь: $\theta \approx 2.1^\circ$; $l \approx 1$ км.

14. Надгоризонтна РЛС системи протиракетної оборони працює у діапазоні ультракоротких хвиль, а передавальна антена РЛС розташована на висоті 40 м над рівнем моря. При якій мінімальній висоті польоту балістичної ракети дана система зможе її виявити, якщо запуск відбувся на відстані 1000 км від РЛС?

Відповідь: $h \approx 75$ км.

15. Визначте максимальний радіус виявлення цілей надгоризонтною РЛС системи ППО, передавальна антена якої розташована на висоті 30 м, якщо типова висота польоту літаків супротивника становить 6 км.

Відповідь: $L \approx 296$ км.

4.8. Теплове випромінювання, фотоелектричний ефект, лазери

Теплове випромінювання

Сучасна квантова теорія світла виникла зі спроб теоретичного описання спектру випромінювання нагрітих тіл, а саме модельного *абсолютно чорного тіла*.

Добре відомо, що будь-які тіла з температурою, вищою за абсолютний нуль ($0\text{ K} = -273.15^\circ\text{C}$), тобто всі існуючі тіла випромінюють електромагнітні хвилі. Зазначай, це випромінювання цілком знаходиться в інфрачервоній області спектру, а його потік ми сприймаємо як потік тепла, що надходить до нашої шкіри від розташованих поруч тіл із температурою, вищою за температуру тіла людини.

Зі збільшенням температури тіла максимум його випромінювання поступово зсувається в бік видимого світла, а при температурах біля 1000°C тіла починають помітно світитись червоним кольором (у темряві червоне світіння можна помітити і при дещо нижчих температурах).

Проте жодне з тіл не випромінює ідеально – кожен матеріал або об'єкт краще випромінює або поглинає хвилі світла певної довжини. Ця нерівномірність випромінювання ускладнює вивчення взаємодії світла, тепла і речовини у звичайних об'єктах.

Саме для спрощення опису цієї взаємодії була введена модель *абсолютно чорного тіла*.

Абсолютно чорним тілом називають модельне (уявне) тіло, яке повністю поглинає електромагнітне випромінювання всіх довжин хвиль, що падає на його поверхню. Це поняття є фізичною абстракцією, тобто в природі таких тіл не існує, проте є доволі багато тіл (об'єктів, речовин), які достатньо добре описуються цією моделлю.

Практичною моделлю чорного тіла є порожнина з невеликим отвором і чорними стінками: потрапляючи крізь отвір у порожнину, світло зазнає багаторазових віддзеркалень і сильно поглинається (рис. 4.55).

Серед фізично існуючих матеріалів найближчими до абстрактного абсолютно чорного тіла є матеріали типу *Vantablack* (масив вертикально орієнтованих вуглецевих нанотрубок), що поглинають до 99.995% падаючого на них випромінювання видимого діапазону (розробник – Surrey NanoSystems).

Попри свою назву, абсолютно чорне тіло не тільки поглинає, проте й випромінює електромагнітні хвилі, причому спектр випромінювання абсолютно чорного тіла визначається лише його температурою.

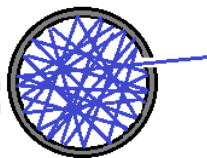


Рис. 4.55. Модель абсолютно чорного тіла

Закони випромінювання абсолютно чорного тіла

Випромінювання абсолютно чорних тіл описується емпіричними законами теплового випромінювання (закони Стефана-Больцмана та Віна) і значно більш складною теоретичною *формулою Планка*, яка точно і повністю описує спектральний склад випромінювання.

До точно встановлених закономірностей теплового випромінювання тіл відносяться наступні експериментальні закони:

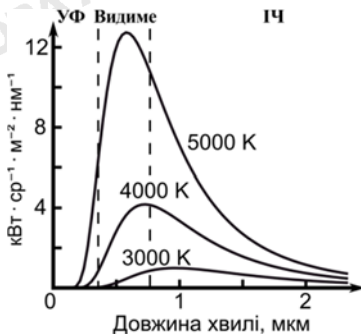


Рис. 4.56. Спектральна густина потоку випромінювання абсолютно чорного тіла

• закон зсуву Віна:

довжина хвилі світла, на яку припадає максимум випромінювання, є обернено пропорційною до температури тіла:

$$\lambda_{\max} = \frac{0.002898}{T} ;$$

• закон Стефана-Больцмана:

потужність теплового випромінювання *абсолютно чорного тіла* з температурою T і площею поверхні S дорівнює

$$W = S\sigma T^4, \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}.$$

Випромінювальна здатність ε ($0 < \varepsilon < 1$) – безрозмірний коефіцієнт, що характеризує здатність поверхні даного матеріалу чи тіла випромінювати електромагнітні хвилі. Дорівнює відношенню повної енергії теплового випромінювання даного тіла до повної енергії теплового випромінювання абсолютно чорного тіла, що має такі ж самі температуру і площу поверхні.

Випромінювальна здатність є найменшою (0.05-0.2) у полірованих неокислених металів (особливо, виготовлених у формі тонких плівок) і близькою до одиниці (0.95-0.99) у води, живих тканин, скла і льоду. Більшість фарб (включаючи білі), цегла, асфальт, бетон, папір і сильно окислені метали мають випромінювальну здатність біля 0.8-0.9.

Деякі композитні матеріали мають *селективну поверхню*, тобто їхня поглинальна здатність у діапазоні видимого світла є високою (0.8-0.9), а випромінювальна здатність у діапазоні інфрачервоних хвиль є низькою (0.05-0.2) чи навпаки. Такі матеріали застосовуються для підвищення ефективності сонячних колекторів, покращення теплоізоляційних властивостей вікон тощо.

Загальна потужність теплового випромінювання *реального тіла* з площею поверхні S і випромінювальною здатністю ε становить

$$W = \varepsilon S \sigma T^4.$$

При визначенні **загальної потужності теплових втрат** тіла необхідно врахувати не тільки власний потік теплового випромінювання тіла $W_{\text{тіла}}$, що є причиною теплових втрат, але й потік випромінювання оточуючих тіл $W_{\text{середовища}}$ (теплове випромінювання з температурою зовнішнього середовища), наявність якого призводить до зростання внутрішньої енергії даного тіла (для спрощення вважатимемо, що $\varepsilon_{\text{середовища}} = 1$, а поглинальна здатність тіла дорівнює його випромінювальній здатності):

$$W = W_{\text{тіла}} - W_{\text{середовища}} = S\sigma\varepsilon(T_{\text{тіла}}^4 - T_{\text{середовища}}^4).$$

Закон Кірхгофа: відношення випромінювальної здатності будь-якого тіла до його поглинаючої здатності є універсальною величиною, яка при заданій температурі та частоті випромінювання не залежить від форми та природи тіла, і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно-чорного тіла, що визначається формулою Планка.

Теплове випромінювання людського тіла. Тіло людини, як і будь-яке нагріте тіло, випромінює електромагнітні хвилі. Наше око нездатне бачити це випромінювання, бо максимум його потужності припадає на віддалену від видимого світла інфрачервону область спектру:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{0.002898}{273.15 + 36.6} \approx \frac{0.002898}{310} \approx 9.35 \text{ мкм}.$$

У дійсності довжина хвилі теплового випромінювання тіла людини є дещо більшою (≈ 9.5 мкм) внаслідок того, що температура зовнішніх шарів шкіри зазвичай є нижчою, ніж 36.6°C , а температура одягу є ще меншою.

Повна потужність випромінювання одиниці поверхні тіла сягає 500 Вт/м^2 , тобто біля 1000 Вт для дорослої людини (площа поверхні тіла наближено дорівнює $S = 2 \text{ м}^2$). Однак для визначення потужності теплових втрат тіла необхідно врахувати й тепловий потік, який людина отримує від оточуючих тіл, – теплове випромінювання з температурою зовнішнього середовища. Остаточню, повна потужність теплових втрат внаслідок теплового випромінювання описується формулою ($\varepsilon \approx 1$):

$$W = S\sigma\varepsilon(T_{\text{тіла}}^4 - T_{\text{середовища}}^4),$$

а повна енергія, випромінена тілом за добу, дорівнює

$$E = W \cdot 3600 \cdot 24.$$

Наприклад, при температурах середовища 10°C , 15°C , 20°C і 25°C маємо:

$$W_{10^\circ\text{C}} \approx 280 \text{ Вт}; \quad E_{10^\circ\text{C}} \approx 24 \text{ МДж};$$

$$W_{15^\circ\text{C}} \approx 227 \text{ Вт}; \quad E_{15^\circ\text{C}} \approx 20 \text{ МДж};$$

$$W_{20^\circ\text{C}} \approx 172 \text{ Вт}; \quad E_{20^\circ\text{C}} \approx 15 \text{ МДж};$$

$$W_{25^\circ\text{C}} \approx 113 \text{ Вт}; \quad E_{25^\circ\text{C}} \approx 10 \text{ МДж}.$$

Для порівняння, повна теплота згоряння 1 кг бензину дорівнює 44 МДж .

Інфрачервоні сенсори (*infrared detector*) – пристрої, що складаються з передавача та приймача інфрачервоного випромінювання (активний сенсор) і у випадку переривання променя генерується сигнал тривоги; або складаються лише з приймача (пасивний сенсор) і у випадку появи у просторі, що ним контролюється, додаткового джерела інфрачервоного випромінювання (тепла) генерується сигнал тривоги.

Пасивні та активні інфрачервоні сенсори руху широко використовуються у системах охоронної сигналізації.

Тепловий ефект інфрачервоного випромінювання можна спостерігати за допомогою багатьох температуро-залежних явищ:

- болометри використовують зміну електричного опору;
- термопари і термостовбчики використовують термоелектричні явища;
- датчики Голея ґрунтовані на явищі теплового розширення;
- інфрачервоні спектрометри використовують піроелектричні сенсори.

При застосуванні напівпровідника з вузькою забороненою зоною фотони інфрачервоного випромінювання, що потрапляють на нього, призводять до вивільнення носіїв електричного заряду і, як наслідок, зменшенню опору. Центральним елементом фотовольтаїчних сенсорів є *p-n* перехід, у якому при опроміненні світлом виникає фотоелектричний струм.

Тепловізор (*інфрачервона камера*) (*thermographic camera*) – оптико-електронний прилад, здатний візуалізувати температурне поле і вимірювати температуру тіл. Працює в інфрачервоній частині спектру, на яку припадає теплове випромінювання тіл навколишнього середовища. Теплові зображення утворюються завдяки залежності повної потужності та максимумів спектрів власного випромінювання тіл від їх температури.

За принципом дії тепловізори поділяють на *сканувальні* (які створюють зображення поступово по окремих елементах) і з *багатоелементним приймачем* випромінювання (болометром, аналогом ПЗС-матриці). Сенсор може бути неохолоджуваним або охолоджуватися до 40-100 К (наприклад, за допомогою елемента Пельтьє) для досягнення робочого діапазону напівпровідникових елементів і зменшення інтенсивності шумів.

Принцип дії тепловізора базується на перетворенні випромінювання інфрачервоного спектру у видиме світло. Спектральний діапазон роботи тепловізора визначається інтервалом довжин хвиль в області максимуму енергії випромінювання об'єктів спостереження із урахуванням прозорості атмосфери (зазвичай це діапазони від 3.5-5.5 мкм або від 8-13.5 мкм). Сучасні тепловізори здатні виявляти об'єкти з температурним контрастом до 0.1-0.01°C і формують зображення доволі високої якості (рис. 4.57).

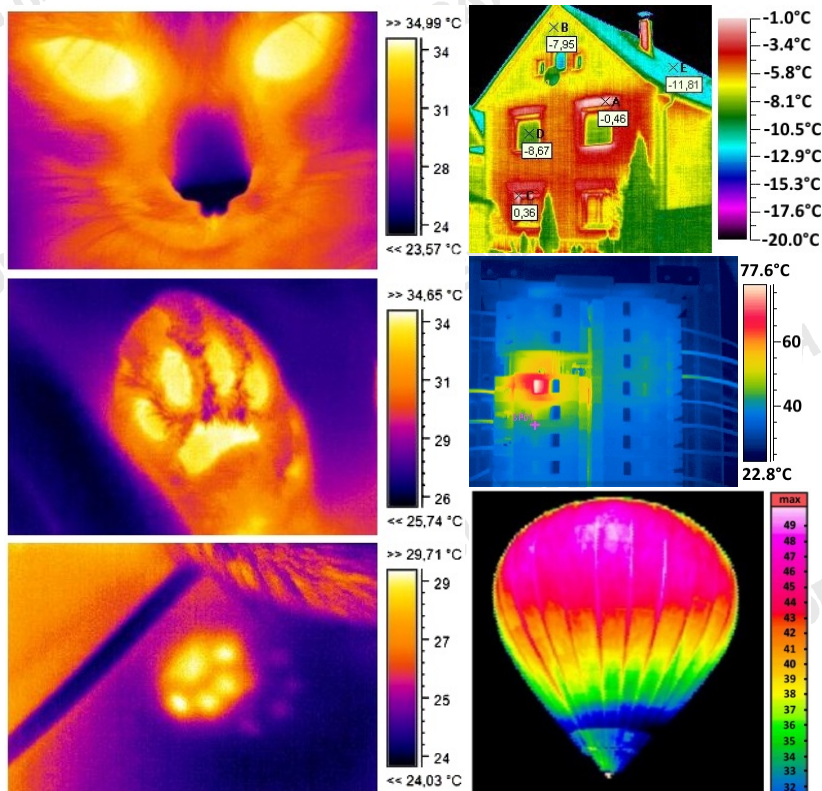


Рис. 4.57. Приклади зображень, отриманих за допомогою тепловізора

Приклад 4.29. Визначте кількість тепла, яку щосекунди випромінює мідний радіатор з сумарною площею поверхні 200 см^2 , якщо його температура становить 80°C , а випромінювальна здатність $\varepsilon = 0.9$.

Дано:

$$T = 80^\circ\text{C}$$

$$\varepsilon = 0.9$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{K}^4)$$

$$S = 200 \text{ см}^2 = 0.02 \text{ м}^2$$

$W - ?$

Потужність теплового випромінювання нагрітого тіла визначається законом *Стефана-Больцмана*

$$W = S \sigma \varepsilon T^4,$$

де S – площа радіатора; ε – випромінювальна здатність речовини; σ – стала Стефана-Больцмана; T – температура тіла (у кельвінах).

Спершу переведемо температуру радіатора в абсолютну шкалу температур:

$$T = 273 + 80 = 353 \text{ K}.$$

Тепер за допомогою закону Стефана-Больцмана визначимо потужність теплового випромінювання радіатора

$$W = 0.02 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 0.9 \cdot 353^4 \approx 15.8 \text{ Вт}.$$

Відповідь: $W \approx 15.8 \text{ Вт}$.

Квантовий характер електромагнітного випромінювання.

Гіпотеза, що світло випромінюється порціями (**квантами**), була запропонована Максом Планком у 1900 р. Пізніше на її основі Альберт Айнштейн пояснив усі особливості явища фотоефекту, остаточно її підтвердивши.

Порції електромагнітного випромінювання називають **фотонами**.

Енергія кожного з фотонів пов'язана з частотою відповідного випромінювання формулою

$$E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

де $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі, ν – частота випромінювання, λ – довжина його хвилі.

Окрім енергії фотони переносять *імпульс*, величина якого також пов'язана з частотою світла:

$$p_f = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Наслідком перенесення імпульсу фотонами є створення ними *тиску* на поверхню, якою вони поглинаються чи відбиваються.

Світло, що падає на поверхню будь-якого тіла, спричиняє на неї тиск

$$P = \frac{N}{S \Delta t} \frac{h}{\lambda} (1 + \rho) = \frac{E}{S \Delta t c} (1 + \rho) = w (1 + \rho),$$

де ρ – коефіцієнт відбиття поверхні, на яку падає світло (для абсолютно білого тіла $\rho = 1$, для абсолютно чорного тіла $\rho = 0$); N і E – кількість і повна енергія фотонів, що падають на поверхню тіла площею S за час Δt ; w – об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі (світла).

Взаємодія випромінювання з речовиною. Фотоефект

Фотоефект – явище «вибивання» електронів з металів (та інших речовин) внаслідок дії електромагнітного опромінення (світла, рентгенівських чи гамма-променів). Супроводжується повним або частковим звільненням електронів від зв'язків із ядрами атомів або йонів речовини.

Розрізняють:

- **зовнішній фотоефект** – вибивання електронів з об'єму речовини під дією світла (*фотоелектронна емісія*);
- **внутрішній фотоефект** – збільшення електропровідності напівпровідників або діелектриків під дією світла внаслідок збільшення числа вільних носіїв заряду (*фотопровідність*).

Явище фотоефекту покладено в основу дії фотоселементів.

Рівняння фотоелектру:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

де h – стала Планка; ν – частота падаючих фотонів;

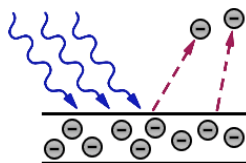
A – робота виходу електрона з даної речовини

(мінімальна енергія, яку треба надати електрону, щоб його вирвати);

m – маса електрона;

$v_{\max}$ – максимальна швидкість вирваних електронів (фотоелектронів);

$mv_{\max}^2/2$ – максимальна кінетична енергія фотоелектронів.



Закони фотоелектру:

- кількість фотоелектронів є прямо пропорційною інтенсивності світла;
- максимальна кінетична енергія фотоелектронів не залежить від інтенсивності світла та є прямо пропорційною його частоті;
- для кожної речовини існує порогове значення частоти ($\nu_{\min}$) світла і відповідне значення його довжини хвилі ($\lambda_{\max} = c/\nu_{\min}$) – *червона межа фотоелектру* – що обмежує область протікання фотоелектру: світло з $\nu < \nu_{\min}$ ($\lambda > \lambda_{\max}$) фотоелектр не викликає:

$$A = h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}}; \quad \nu_{\min} = \frac{A}{h} \quad \text{або} \quad \lambda_{\max} = \frac{hc}{A}.$$

Відповідно до законів фотоелектру, електричний струм, що виникає внаслідок фотоелектру у відповідних приладах, залежить лише від інтенсивності світла та не залежить від його частоти (за умови, що остання перевищує червону межу фотоелектру).

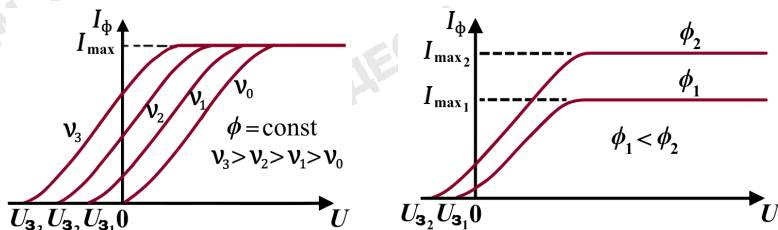


Рис. 4.58. Залежність сили I фотоелектричного струму від прикладеної напруги U та частоти ν при сталій інтенсивності ϕ світла (ліворуч) та від напруги й інтенсивності світла при сталій частоті (праворуч)

Практичне застосування фотоелектру

Фотоелектронний помножувач – пристрій, призначений для підсилення й перетворення в електричний струм слабких світлових сигналів.

Фотопомножувачі використовуються у сцинтиляційних лічильниках, спектроскопії, медичному діагностичному обладнанні, детекторах частинок тощо. Окремі елементи цієї технології є основою приладів нічного бачення.

Фотоелектронний помножувач складається з фотокатода, з якого завдяки фотоэффекту при поглинанні кванта світла вибиваються електрони, та кількох додаткових електродів, з яких вибиті світлом й прискорені електричним полем електрони вибивають нові, *вторинні*, електрони. Всі ці елементи розташовують у скляній циліндричній вакуумній колбі (див. рис. 4.59).

Для виготовлення напівпрозорого фотокатода на внутрішню поверхню переднього торця цієї колби спочатку наноситься тонкий шар металу (найчастіше – хрому), а потім – речовина, що достатньо легко віддає свої електрони під дією світла (до таких речовин відносяться метали та їхні оксиди з домішками лужних металів: цезію, рубідію, калію, натрію).

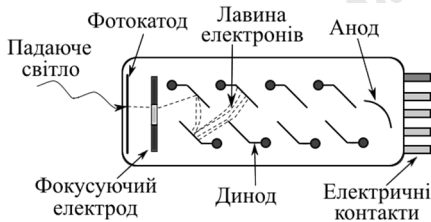


Рис. 4.59. Схематична будова фотоелектронного помножувача

Вивільнені світлом електрони прискорюються електричним полем до наступного електроду і вибивають з нього вже декілька електронів, які знову прискорюються полем до наступного електроду і так далі, утворюючи постійно наростаючу лавину, яка наприкінці трубки прямує до екрану.

Приклад 4.30. Визначте червону межу фотоэффекту для фотоелементу на основі оксиду барію (застосовуваного в сенсорах самонавідних снарядів), якщо при опроміненні його поверхні фіолетовим світлом ($\lambda = 400$ нм) максимальна швидкість фотоелектронів становить 6.5×10^5 м/с.

Дано:

$$\lambda = 4 \times 10^{-7} \text{ м}$$

$$v_{\max} = 6.5 \times 10^5 \text{ м/с}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ м/с}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ кг}$$

$$\lambda_{\max} = ?$$

Застосуємо рівняння Ейнштейна для фотоэффекту:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (1)$$

де $v_{\max}$ – максимальна швидкість фотоелектронів; $h\nu$ – енергія кванта світла, що падає на поверхню металу; A – робота виходу електрона з металу; m – маса електрона.

Довжина світла, що відповідає червоній межі фотоэффекта, визначається формулою

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{A}. \quad (2)$$

Роботу виходу електронів виразимо з (1), згадавши, що $\nu = c/\lambda$:

$$A = h\nu - \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{mv_{\max}^2}{2}. \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (2), остаточно одержуємо:

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{\frac{hc}{\lambda} - \frac{mv_{\max}^2}{2}} = \lambda \left(1 - \frac{\lambda}{hc} \cdot \frac{mv_{\max}^2}{2} \right)^{-1} \approx 6.53 \cdot 10^{-7} = 653 \text{ нм}.$$

Відповідь: $\lambda_{\max} \approx 653$ нм.

Прилади нічного бачення та тепловізори

Прилади нічного бачення (ПНБ) (*night-vision device*) – електронно-оптичні прилади, що дозволяють отримати видиме зображення об'єктів і місцевості в умовах низької освітленості, недостатньої для нормальної роботи людського ока.

В основі роботи всіх ПНБ лежить принцип підсилення наявного електромагнітного випромінювання, відбитого від об'єкта спостереження.

При цьому застосовується не тільки видиме світло, але й суміжна з ним область інфрачервоного спектру (яка тим не менш є дуже далекою від діапазону теплового випромінювання оточуючих нас тіл).

Переважна більшість сучасних ПНБ належить до поколінь 3 і 3+, які працюють у діапазоні довжин хвиль від 500 до 900 нм і забезпечують підсилення інтенсивності світла у 30'000-50'000 разів.

Прилади нічного бачення поділяються на **пасивні** та **активні**.

Пасивні ПНБ лише підсилюють фонове світло та не є ефективними у повній темряві (наприклад, в печерах, вночі всередині будинків тощо).

Активні ПНБ включають до свого складу спеціальний прожектор ближнього інфрачервоного діапазону, який є невидимим для неозброєного ока стороннього спостерігача і дозволяє підсвітити об'єкти, розташовані в полі зору на деякій відстані, залежній від потужності ліхтаря.

Основним недоліком активних ПНБ є те, що світло їхнього ліхтаря видає позицію будь-якому іншому ПНБ (у тому числі й пасивному) на відстанях, що у багато разів перевищують ефективну дальність роботи підсвітки.

Для боротьби з цією проблемою зараз розробляють і використовують так звані позадіапазонні (*out-of-band*) ПНБ, які працюють у значно ширшому діапазоні довжин хвиль (наприклад, 350-1100 нм, 500-1700 нм) і можуть працювати з ліхтарями підсвітки, невидимими для звичайних ПНБ.

За своєю конструкцією ПНБ може виконуватися у вигляді монокля, бінокля, прицілу, фото- чи відеокамери тощо.

Незалежно від наявності підсвітки будь-який ПНБ включає в себе приймач/підсилювач світла, за допомогою якого світло, що надходить на вхід ПНБ, багатократно підсилюється, утворюючи видиме оком зображення. Основним елементом цієї системи є електронно-оптичний перетворювач, який (починаючи з 2-го покоління ПНБ) базується на основі *мікроканального фотоелектричного підсилювача* (мікроканальної пластинки).

Основою електронно-оптичного перетворювач є *фотокатод* – пластина, вкрита шаром матеріалу, з якого під дією падаючих фотонів відбувається фотоелектронна емісія (*зовнішній фотоефект*). Вибір матеріалу сенсора обмежує максимальну довжину хвилі світла, підсилення якої є можливим (внаслідок *червоної границі фотоефекту*).

Вирвані з фотокатоду електрони прискорюються електричним полем (див. рис. 4.60) і, набираючи достатню енергію, вибивають зі стінок мікроканалів нові й нові електрони, утворюючи електронну лавину.

Створений таким чином потік електронів спрямовується на люмінесцентний екран, який відіграє роль аноду та здатний випромінювати видиме світло під дією падаючого на нього електронного променя. Далі це світло спрямовується в окуляр і спостерігається людським оком.

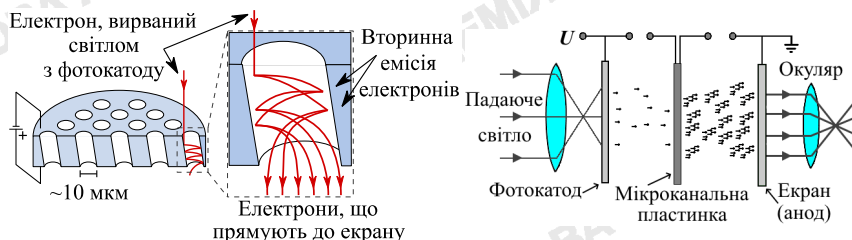


Рис. 4.60. Принцип дії мікроканалної пластинки (ліворуч) і схематична будова приладу нічного бачення (праворуч)

Роздільна здатність сучасних ПНБ може перевищувати 64 lp/mm – пар ліній (чорна/біла) на 1 мм, що є доволі високим значенням.

Починаючи з 2000-х років з'явився новий підклас приладів нічного бачення – так звані *fusion night vision*, які поєднують можливості звичайних приладів нічного бачення і тепловізорів, накладаючи відповідні зображення одне на одне (точніше, підсвічуючи всі об'єкти, температура яких істотно вища за температуру оточуючого середовища, на зображенні, отриманому шляхом підсилення світла приладом нічного бачення). Це дозволяє поєднати сильні сторони обох видів приладів: високу роздільну здатність зображення ПНБ з хорошою протидією маскуванню і швидким виявленням людей тепловізорами.

Приклад 4.31. Яку максимальну роботу виходу може мати матеріал сенсору активного приладу нічного бачення, якщо довжина хвилі його інфрачервоної підсвітки дорівнює 950 нм?

Дано: $\lambda_{\max} = 9.5 \times 10^{-7} \text{ м}$ $c = 3 \times 10^8 \text{ м/с}$ $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $A = ?$ Отже:	Почнемо з означення роботи виходу $A = h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}}$ де враховано, що $\nu_{\min} = c/\lambda_{\max}.$
---	---

$$A = \frac{6.63 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{9.5 \times 10^{-7}} \approx 2.1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 1.3 \text{ eВ}.$$

Відповідь: $A \approx 1.3 \text{ eВ}.$

Особливості випромінювання світла речовиною

Монохроматичне випромінювання – випромінювання, у якому всі хвилі мають однакову частоту (довжину хвилі).

В оптиці **спектром** називають сукупність монохроматичних випромінювань, що входять у складне випромінювання. Спектр випромінювання може описуватися графічною, аналітичною або табличною залежністю. Джерела випромінювання можуть мати суцільний, смугастий, лінійчатий спектр або спектр, що має суцільну та лінійчасту складові.

Розрізняють **спектр випромінювання** і **спектр відбиття** тіла. Спектр випромінювання – це набір монохроматичних хвиль, які випромінює дане тіло. При вимірюванні спектру поглинання тіло опромінюють білим світлом і фіксують частоти променів, які пройшли через нього. Аналогічним чином вимірюється **спектр відбиття** – фіксуються частоти променів, відбитих тілом.

Суцільний спектр – спектр, у якого монохроматичні складові заповнюють без розривів весь інтервал довжин хвиль, в межах якого відбувається випромінювання даного тіла.

Прикладом суцільного спектру є випромінювання нагрітих тіл.



Яскравість окремих частин спектру може істотно відрізнятися у випадку різних джерел або ситуацій. Наприклад, видимий з поверхні Землі спектр випромінювання Сонця протягом дня змінюється зі слабо жовтуватого вдень на помаранчевий увечері, що пояснюється розсіюванням коротких синьо-фіолетових хвиль в атмосфері. Розсіяні короткі хвилі забарвлюють атмосферу у блакитні відтінки, а у світлі, що доходить до земної поверхні напряму від Сонця, бракує цієї частини спектру, що і призводить до його «почервоніння». Кольорова температура і баланс білого кольору – поняття, пов'язані з частковою зміною спектру та його корекцією.

Смугастий спектр – спектр, монохроматичні складові якого утворюють групи (смуги), які складаються з безлічі тісно розташованих монохроматичних випромінювань. Всі хімічні елементи мають власні набори смуг у спектрах випромінювання і поглинання, що є основою спектрального аналізу речовин, який застосовується для визначення їх хімічного складу.



Лінійчатий спектр складається з окремих і достатньо віддалених одна від одної спектральних ліній (монохроматичних випромінювань). Більш-менш чистий лінійчатий спектр випромінювання виникає при світінні атомарних газів або спалюванні простих речовин.

Спектральний аналіз – сукупність методів визначення складу (наприклад, хімічного) об'єкта, заснований на вивченні спектрів взаємодії речовини з випромінюванням: спектри електромагнітного випромінювання, акустичних хвиль, радіації, розподілу елементарних частинок за масою і енергією тощо. Спектральний аналіз застосовує явище дисперсії світла для виділення окремих спектральних ліній та вимірювання їх інтенсивності.

Традиційно виділяють:

- атомарний і молекулярний спектральний аналіз;
- «емісійний» (за спектром випромінювання) та «абсорбційний» (за спектром поглинання) спектральні аналізи;
- «мас-спектрометричний» аналіз (за спектром мас іонів).

Люмінесценція (*luminescence*) («холодне світло») – світіння збудженої речовини не пов'язане з її тепловим випромінюванням.

При люмінесценції атоми чи молекули речовини, які перебувають у збудженому стані (мають надлишкову енергію і не знаходяться у термічній рівновазі з середовищем), спонтанно випромінюють накоплену ними зайву енергію. При цьому випромінювання відбувається через деякий час після поглинання енергії молекулою, довший за період світлової хвилі.

Люмінофор – речовина, у якій спостерігається люмінесценція.

Виділяють наступні види люмінесценції:

- **фотолюмінісценція** – люмінесценція при збудженні речовини світлом;
- **електролюмінісценція** виникає при збудженні речовини струмом і використовується у люмінесцентних лампах та світлодіодах;
- **хемілюмінесценція** – світіння, що виникає внаслідок хімічних реакцій;
- **біоломінесценція** – світіння молекул у клітинах живих організмів.

У ядерній фізиці використовуються сцинтиляційні детектори, в яких люмінесценція викликається швидкими зарядженими частинками. А в електронно-променевих трубках люмінесценцію викликає потік електронів.

У деяких випадках люмінесценція може продовжуватися дуже довго після збудження речовини – явище **фосфоресценції**. При цьому випромінювання відбувається на частоті, меншій за частоту світла, що збудило речовину.

Навпаки, негайне випромінювання світла речовиною одразу після її збудження називають **флуоресценцією**.

Спонтанне випромінювання – самовільне випромінювання кванта світла системою, що знаходиться в збудженому стані (має надлишкову енергію).

Точний момент часу, коли відбудеться спонтанне випромінювання світла збудженою системою, неможливо передбачити. Окрім люмінесценції до спонтанного випромінювання відноситься й світіння атомів нагрітих тіл (*теплове випромінювання*).

Вимушене (індуковане) випромінювання – випромінювання фотона збудженою системою під впливом резонансної електромагнітної хвилі.

При вимушеному випромінюванні фотон не тільки не поглинається збудженою квантовою системою (атомом чи молекулою), але й викликає перехід цієї системи у стан з меншою енергією, який *супроводжується «клонуванням»* оригінального фотона – створенням нового фотона, *когерентного з першим* (тобто такого, що має точно ті ж самі параметри).

Вимушене випромінювання лежить в основі роботи *лазера*.

Лазери та властивості їх випромінювання

Лазер (LASER – *light amplification by stimulated emission of radiation* – «*посилення світла за допомогою вимушеного випромінювання*») – пристрій, що генерує або підсилює монохроматичне світло, створює вузькі колімовані пучки світла, здатні поширюватися на великі відстані без розсіювання, створює випромінювання з винятково великою густиною потужності (до $\sim 10^8$ Вт/см² протягом короткого імпульсу).

Лазери використовуються для *вимірювання відстані* з високою точністю (лазерні далекоміри), *зв'язку* (лазерний промінь може переносити значно більше інформації, ніж радіохвилі), *спостереження за супутниками*, *різання* будь-яких речовин, *пропалювання отворів*, *зварювання* (в тому числі у промислових 3D-принтерах), а також у *системах виявлення руху* (при перетинанні променя), дерматології, хірургії, біологічних і медичних дослідженнях, тощо.

Випромінювання лазера може бути *неперервним* (з постійною потужністю) або *імпульсним* (що досягає дуже високих пікових потужностей, однак протягом дуже малого часу, наприклад, наносекунд).

Лазер може використовуватись не тільки як джерело власного випромінювання, але й як оптичний підсилювач випромінювання іншого джерела.

Наразі використовуються лазери що працюють в УФ, видимому, ІЧ діапазонах і, навіть, рентгенівські лазери. Також існують джерела когерентного мікрохвильового випромінювання лазерного типу.

Будова лазера

Незалежно від типу та конструкції будь-який лазер включає в себе три ключові елементи:

- *активне* (робоче) *середовище*;
- *система накачки* (джерело енергії);
- *оптичний резонатор* (може бути відсутнім, якщо лазер працює в режимі підсилювача, а не джерела світла).

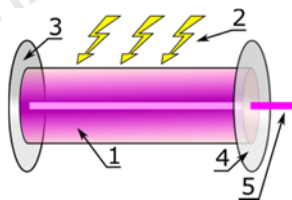


Рис. 4.61. Будова лазера:

- 1 – активне середовище;
- 2 – система накачки;
- 3 – непрозоре дзеркало;
- 4 – напівпрозоре дзеркало;
- 5 – промінь лазера.

Активне середовище – речовина, атоми якої (всі або деяка частина) можуть на достатньо довгий час накопичувати енергію, після чого випромінюють її у вигляді світла. Може бути кристалічною (рубін, олександрит, Nd:YAG), напівпровідниковою (GaAs), рідкою (розчини деяких барвників), газоподібною (CO_2 , He-Ne).

Система накачки – пристрій або спосіб збудження активних атомів середовища шляхом передачі їм енергії. Зазвичай використовують оптичну (лампю або іншим лазером), хімічну чи електричну накачку.

Оптичний резонатор – два паралельних дзеркала, розташованих перпендикулярно оптичній осі лазера. Одне дзеркало є напівпрозорим – саме крізь нього виходить промінь лазера.

У напівпровідникових лазерах оптичний резонатор часто не є необхідним.

Цикл роботи лазера

1. Передана активному середовищу енергія переводить електрони в нестабільний збуджений стан з надлишковою енергією.
2. Збуджені атоми спонтанно переходять у метастабільний (довгоживучий) збуджений стан з меншою енергією, віддаючи частину енергії сусідам у вигляді тепла або випромінюючи її.

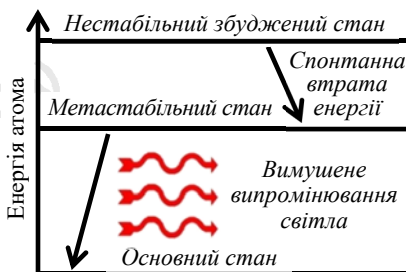


Рис. 4.62. Цикл роботи лазера

3. Через деякий час більшість атомів потрапляє у метастабільний стан.
4. Деякі збуджені атоми спонтанно випромінюють світло, що не є когерентним і розходить у різні боки.
5. Якщо надлишкова енергія зустрічного збудженого атому в точності дорівнює енергії одного з фотонів то відбувається **вимушене випромінювання** – атом переходить до основного стану, випромінюючи ще один фотон, ідентичний першому (тобто когерентний йому).
6. Фотони, які летять уздовж осі резонатора, багаторазово відбиваються між дзеркалами викликаючи «ланцюгову реакцію» і створюючи лавину когерентних фотонів.
7. Частина світлової енергії залишає активну середу через напівпрозоре дзеркало – утворюється промінь лазера.
8. Випромінювання триватиме доки енергія подаватиметься в активне середовище (*лазери неперервної дії*) або більшість збуджених атомів не повернуться в основний стан (*імпульсні лазери*).

Основними характеристиками лазерів є:

- частота випромінювання;
- режим роботи (неперервний/імпульсний);
- потужність (середня/пікова);
- часовий профіль імпульсів, їх тривалість та інтервал між ними (для імпульсних лазерів);
- ступінь спрямованості випромінювання (відстань, на якій діаметр променя зростає вдвічі).

Лазерний далекомір (*laser rangefinder*) – прилад, що вимірює відстань використовуючи лазерний промінь.

Застосовується в військовій справі, навігації, інженерній геодезії, при топографічній зйомці та астрономічних дослідженнях.

Лазерні далекоміри за принципом дії поділяються на **імпульсні** та **фазові**.

Імпульсний лазерний далекомір складається з імпульсного лазера та детектора випромінювання, працює аналогічно імпульсним радарам. Вимірюючи час, затрачений імпульсом на шлях до перешкоди і назад, та помножуючи його на швидкість світла, можна визначити відстань, пройдену променем лазера протягом процесу вимірювання. Відповідно, відстань L між лазером та перешкодою дорівнює

$$L = \frac{c \Delta t}{2n},$$

де Δt – час проходження імпульсу до перешкоди і назад, c – швидкість світла у вакуумі, n – показник заломлення середовища. Точність вимірювання відстані обмежується головним чином точністю вимірювання часу.

Завдяки великій потужності імпульсу і необхідності увімкнення лазера лише на короткий проміжок при проведенні виміру такі далекоміри мають велику максимальну дальність дії і є відносно непомітними сторонньому спостерігачу. Точність найкращих зразків може сягати кількох міліметрів.

За допомогою потужного імпульсного лазера NASA виміряли точну відстань від Землі до Місяця.

Відстань до цілі	1 м	10 м	100 м	1 км	10 км	100 км	1000 км
Час відклику	6.67 нс	66.7 нс	0.667 мкс	6.67 мкс	66.7 мкс	0.667 мс	6.67 мс

Фазові лазерні далекоміри вимірюють відстань на основі порівняння фаз надісланого і відбитого променів.

Зазвичай мають більшу точність і є дешевшими у виробництві порівняно з імпульсними далекомірами, однак внаслідок відносно малої потужності неперервного променя зазвичай є ефективними лише на відстанях до 1 км.

За ідеальних умов якісні фазові далекоміри можуть забезпечувати точність вимірювання відстані до декількох довжин хвилі випромінювання лазера.

Інтерференційні лазерні далекоміри базуються на інтерференції розділеного променя самого з собою та вимірюють не саму відстань, а її зміну. Можуть забезпечувати точність до долей довжини хвилі світла.

Основні недоліки лазерних далекомірів пов'язані з виникненням похибок і помилкових значень відстані внаслідок відбиття світла від сторонніх об'єктів і викривлення променя у неоднорідно нагрітому повітрі. Окрім того, діаметр лазерного променя при русі у вакуумі лінійно зростає з пройденою відстанню, а в повітрі цей процес відбувається значно швидше внаслідок розсіяння і заломлення, що істотно ускладнює проблему хибних спрацювань фотоприймача при відбитті світла від сторонніх об'єктів.

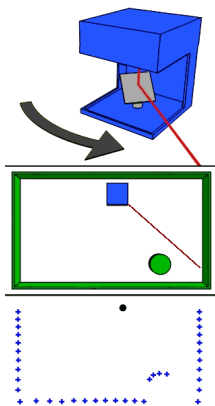


Рис. 4.63. Принцип дії лідара

Сучасні військові переносні далекоміри і далекоміри, змонтовані на наземній техніці, зазвичай забезпечують необхідну точність на відстанях до 25 км, що є достатнім для більшості випадків їх застосування.

Лідар (*light identification, detection and ranging*) – активні оптичні системи на кшталт лазерного радару, які дозволяють отримувати інформацію про віддалені об'єкти шляхом сканування простору вузьким лазерним променем (див. рис. 4.63).

Принцип дії лідара в точності повторює принцип дії імпульсних радіолокаторів, однак завдяки малій довжині хвилі світла явище дифракції хвиль майже не проявляється і лідари здатні створювати дуже точну тривимірну картину оточуючого простору.

Завдяки цьому їх широко застосовують у робототехніці, автономному водінні, при створенні 3D моделей тіл тощо.

Приклад 4.32. Визначте тривалість циклу лічильника часу імпульсного лазерного далекоміру, якщо він вимірює відстань з максимальною похибкою $\delta l = 0.15$ м. Скільки циклів відррахує лічильник при відстані до цілі у 120 м?

Дано: $\Delta l = 0.15$ м $L = 120$ м $c = 3 \times 10^8$ м/с $\delta t, N - ?$	Максимальна похибка вимірювання відстані далекоміром, пов'язана з неточністю вимірювання часу, дорівнює половині тієї відстані, яку лазерний промінь долає за один цикл роботи лічильника часу далекоміру: $\delta l = c \cdot \delta t / 2 \Rightarrow \delta t = 2 \delta l / c = 10^{-9} \text{ с.}$
---	--

При вимірюванні відстані до цілі, віддаленій на $L = 120$ м від далекоміру, лазерний промінь долає вдвічі більшу відстань, отже витрачений на це час t і загальна кількість циклів лічильника часу дорівнюють:

$$t = \frac{2L}{c} = \frac{2 \cdot 120}{3 \cdot 10^8} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ с;} \quad N = \frac{t}{\delta t} = \frac{8 \cdot 10^{-7}}{10^{-9}} = 800 \text{ циклів.}$$

Відповідь: $\delta t = 10^{-9}$ с; $N = 800$ циклів.

Приклад 4.33. Імпульсний лазерний далекомір протягом 200 мс випромінює $4 \cdot 10^{19}$ фотонів з довжиною хвилі 800 нм. Визначте повну випромінену енергію та середню потужність лазера впродовж імпульсу.

Дано:	Енергія одного фотона визначається формулою
$\Delta t = 0.2 \text{ с}$	$E_f = h\nu = hc/\lambda$,
$N = 4 \cdot 10^{19}$	звідки повна енергія фотонів, випромінених далекоміром за
$\lambda = 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	один імпульс, та середня потужність імпульсу дорівнюють
$E_{\text{імп}}, W_{\text{імп}} - ?$	$E_{\text{імп}} = Nhc/\lambda$ і $W_{\text{імп}} = E_{\text{імп}}/\Delta t$.

Підставляючи дані з умови задачі, отримуємо:

$$E_{\text{імп}} = \frac{4 \cdot 10^{19} \cdot 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^{-7}} \approx 10 \text{ Дж}, \quad W_{\text{імп}} \approx \frac{10}{0.2} = 50 \text{ Вт}.$$

Відповідь: $E_{\text{імп}} \approx 10 \text{ Дж}$; $W_{\text{імп}} \approx 50 \text{ Вт}$.

Приклад 4.34. Лазерна гармата потужністю $W = 100 \text{ кВт}$ та тривалістю імпульсу в $t = 10^{-2} \text{ с}$ розроблена для протидії крилатим ракетам. Яку максимальну товщину h титанової оболонки баку ракети може пробити ця гармата, якщо радіус променя на максимальній відстані прицільної стрільби становить $r = 4 \text{ мм}$? Кількість теплоти, потрібної для випаровування 1 кг титану дорівнює $\varepsilon = 1.1 \text{ МДж}$, густина титану становить $\rho = 4540 \text{ кг/м}^3$.

Дано:	Лазерний промінь нагріває частину оболонки ракети у
$\varepsilon = 1.1 \cdot 10^6 \text{ Дж}$	вигляді циліндру з радіусом r і висотою h . Об'єм такого
$\rho = 4540 \text{ кг/м}^3$	циліндра визначається формулою
$t = 0.01 \text{ с}$	$V = \pi r^2 h$,
$W = 10^5 \text{ Вт}$	а маса речовини всередині циліндру дорівнює
$r = 0.004 \text{ м}$	$m = \rho V = \pi r^2 h \rho$.
$h - ?$	Кількість теплоти, необхідна для випаровування цієї маси титану (нехтуючи теплопровідністю матеріалу, бо тривалість нагрівання дуже мала) становить

$$E = \varepsilon m = \pi r^2 h \varepsilon \rho.$$

Вважаючи поглинання лазерного променя повітрям відсутнім та відбиття променя від поверхні ракети нехтовно малим (для оцінки максимально можливої товщини стінки), кількість теплоти, яку він доставляє, дорівнює

$$E = Wt.$$

Прирівнюючи отримані вирази для кількості теплоти, необхідної для випаровування титану, та кількості теплоти, яку лазерний промінь доставляє, отримуємо

$$\pi r^2 h \varepsilon \rho = Wt,$$

звідки маємо:

$$h = \frac{Wt}{\pi r^2 \varepsilon \rho} = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{3.14 \cdot 0.004^2 \cdot 1.1 \cdot 10^6 \cdot 4540} \approx 0.004 \text{ м} = 4 \text{ мм}.$$

Відповідь: $h = 4 \text{ мм}$.

Контрольні питання

1. Яке явище називають *тепловим випромінюванням* тіл? За яких умов воно спостерігається? Які прилади називають *тепловізорами*?
2. В чому полягають *закон Стефана-Больцмана* та *закон зсуву Віна*?
3. Яке явище називають *фотоефектом*? Які його різновиди виділяють?
4. Наведіть приклади практичного застосування фотоефекту.
5. Сформулюйте та поясніть основні закони фотоефекту.
6. Що називають *червоною межею фотоефекту*?
7. Яку фізичну величину називають *роботою виходу* електронів?
8. Що називають *затримуючою напругою* при фотоефекті?
9. Опишіть будову та принцип дії *приладу нічного бачення*.
10. Які прилади називають *лазерами*? Як вони застосовуються?

Задачі для самостійного розв'язання

1. Визначте потужність теплових втрат шляхом випромінювання чорного тіла з площею поверхні 2 м^2 і температурою 40°C , якщо температура оточуючого середовища дорівнює 10°C . На яку довжину хвилі припадає максимум теплового випромінювання цього тіла?

Відповідь: $W \approx 361 \text{ Вт}$; $\lambda_{\text{max}} \approx 9.26 \text{ мкм}$.

2. Визначте роботу виходу електрона з фотокатода, якщо фотоефект починається при частоті падаючого світла рівній $6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$.

Відповідь: $A \approx 39.8 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$.

3. Робота виходу електронів з натрію дорівнює $3.36 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. Визначте червону межу фотоефекту для натрію.

Відповідь: $\nu_{\text{min}} \approx 5.1 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$.

4. Робота виходу електронів з поверхні цинку дорівнює $5.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. Чи відбуватиметься фотоефект при опроміненні цинку світлом із довжиною хвилі $4.5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$?

Відповідь: фотоефект не відбуватиметься.

5. Електрон виривається з поверхні цезію, маючи кінетичну енергію 2 еВ . Яку максимальну довжину хвилі має світло, опромінення яким спричиняє фотоефект, якщо робота виходу електрона дорівнює 1.95 еВ .

Відповідь: $\lambda_{\text{max}} \approx 314 \text{ нм}$.

6. Яку затримуючу напругу треба створити між електродами вакуумної лампи, щоб електрони, які вириваються з вольфрамового електрода під дією ультрафіолетового світла з довжиною хвилі 90 нм , не змогли створити струм у колі? Робота виходу електронів з вольфраму 4.5 еВ .

Відповідь: $U_3 \approx 9.3 \text{ В}$.

7. Рубіновий лазер випромінює в імпульсі 2×10^{19} квантів з довжиною хвилі 700 нм за 2 мс . Визначте середню потужність лазерного імпульсу.

Відповідь: $P \approx 2.84 \text{ кВт}$.

Перелік використаної літератури

1. M. Burkhard, Thermal Flying: A Guide for Paraglider and Hang Glider Pilots, Gaissach, 2007, p. 260.
2. I. V. Hogg, The Illustrated Encyclopedia of Ammunition, Chartwell Books, 1987, p. 253.
3. L. R. McCoy, Modern Exterior Ballistics, Atglen, PA: Schiffer Military History, 1998, p. 328.
4. P. J. T. Knudsen и О. Н. Sorensen, The initial yaw of some commonly encountered military rifle bullets, *Int J Leg Med*, **107**, pp. 141-146, 1994.
5. V. DiMaio, Penetration and perforation of skin by bullets and missiles, *Am J Forensic Med Pathol*, pp. 107-110, 1981.
6. NASA, US Standard Atmosphere 1976, Washington, DC, 1976.
7. M. E. Wessam и Z.-H. Chen, Aerodynamic Characteristics of Unguided Artillery Projectile, *Advanced Materials Research*, **1014**, pp. 165-168, 2014.
8. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentals of Physics Extended, 8th Edition, Wiley, 2007.
9. H. D. Young, R. A. Freedman, A. L. Ford. Sears and Zemansky's University Physics: Pearson, 2012.

Перелік рекомендованої літератури

Основна (базова)

1. Дроздов В.О., Дроздов М.О., Завальнюк В.В., Красний Ю.П. Фізика. Практичний курс для самостійної роботи та підтримання освітніх компетенцій. Одеса: Військова академія, 2017.
2. Завальнюк В.В., Панченко Д.Ю., Німич А.В., Сергунова О.Д., Красний Ю.П. Фізика: практичний курс, Одеса: ВА, 2018.
3. Дроздов М.О., Завальнюк В.В., Аркатов Ю.М., Німич А.В., Панченко Д.Ю., Сергунова О.Д. Фізика. Самостійна робота курсанта: методичні рекомендації та дидактичне забезпечення. Одеса: ВА, 2019.
4. Бушок Г.Ф., Півень Г.Ф. Курс фізики, ч. 1-2. К., Вища школа., 1981.
5. Загальний курс фізики: збірник задач, ред. Гаркуші І.П. Київ: Техніка, 2003.
6. Курс загальної фізики (у 6 томах), ред. В.А. Сминтина. Одеса: Астропринт, 2011-2012.
7. Кучерук І. М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. (у трьох томах). Київ, "Техніка", 1999.
8. Воловик П.М. Фізика для університетів. Повний курс в одному томі. Київ; Ірпінь: Перун, 2005.

Допоміжна

9. Головкин Д.Б. Малярєнко А.А., Ментковський Ю.П. Загальні основи фізики, ч.1-3. К: Либідь, 1993.
10. Ковалець М.О., Орленко В.Ф. та ін. Загальна фізика (в двох томах). Рівне: НУВГП, 2007.
11. Свідзинський А.В. Математичні методи теоретичної фізики (в двох томах). Луцьк: Вежа, 2004.
12. Афанасьєва О.В. Збірник задач з фізики, ч. 1. Одеса: Військова академія, 2014.
13. Опанасюк А.С., Міщенко Б.А. Збірник задач для контрольних робіт та тестування з дисципліни Загальна фізика (в трьох томах). Суми: Вид-во СумДУ, 2006.
14. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentals of Physics Extended, 8th Edition, Wiley, 2007.
15. H. D. Young, R. A. Freedman, A. L. Ford. Sears and Zemansky's University Physics: Pearson, 2012.

ДОДАТКИ

1. Фундаментальні фізичні сталі (округлені значення)

Фізична величина	Позначення	Числове значення та одиниці виміру в СІ
Швидкість світла у вакуумі	c	2.998×10^8 м/с
Гравітаційна стала	G	6.674×10^{-11} м ³ /(кг · с ²)
Стала Планка	h	6.626×10^{-34} Дж · с
Елементарний електричний заряд	e	1.602×10^{-19} Кл
Магнітна проникність вакууму	μ_0	1.257×10^{-7} Гн · м
Діелектрична проникність вакууму	ϵ_0	8.854×10^{-12} Ф/м
Електрична стала	k	9×10^9 Н · м ² /Кл ²
Маса спокою електрона	m_e	9.110×10^{-31} кг 0.00055 а.о.м.
Маса спокою протона	m_p	1.6726×10^{-27} кг 1.00728 а.о.м.
Маса спокою нейтрона	m_n	1.6750×10^{-27} кг 1.00867 а.о.м.

Атомна одиниця маси	а.о.м.	1.6606×10^{-27} кг
Стала Авогадро	N_A	6.022×10^{23} моль ⁻¹
Стала Больцмана	k_B	1.381×10^{-23} Дж/К
Стала Віна	b	2.898×10^{-3} м · К
Стала Стефана-Больцмана	σ	5.67×10^{-8} Вт/(м ² · К ⁴)
Стала Фарадея	F	9.648×10^4 Кл/(кг · м)
Універсальна газова стала	R	8.314 Дж/(К · моль)
Молярний об'єм газу за нормальних умов	V_μ	22.4×10^{-3} м ³
Стала Лошмідта	N_L	2.69×10^{25} м ⁻³
Стандартна атмосфера	$p_{\text{атм}}$	101.3 кПа

Енергія однократної іонізації атома водню	E_i	13.6 еВ
Стала Рідберга	R	1.1×10^7 м ⁻¹
Перший борівський радіус	a_0	0.529×10^{-10} м
Магнетон Бора	μ_B	9.27×10^{-24} А · м ²

Електронвольт	1 eВ	1.602×10^{-19} Дж
Прискорення вільного падіння	g	9.807 м/с ²
Маса Землі	M_3	5.98×10^{24} кг
Радіус Землі середній	R_3	6.37×10^6 м
Кінська сила (потужність)		735.5 Вт

2. Моменти інерції деяких тіл правильної форми

Тіло	Вісь, навколо якої обертається тіло	Момент інерції
Матеріальна точка маси m	Рухається по колу радіусу R	$I = m R^2$
Тонке кільце маси m та радіусу R	Через центр кільця перпендикулярно до його площини	$I = m R^2$
	Збігається з одним із діаметрів	$I = \frac{1}{2} m R^2$
Полний тонкостінний циліндр маси m , радіусу R та довжини l	Вісь циліндра	$I = m R^2$
Однорідний суцільний циліндр маси m , радіусу R та довжини l	Вісь циліндра	$I = \frac{1}{2} m R^2$
Тонкий стержень маси m та довжини l	Проходить крізь центр мас стержня перпендикулярно до нього	$I = \frac{1}{12} m l^2$
	Проходить крізь один з кінців стержня перпендикулярно до нього	$I = \frac{1}{3} m l^2$
Тонкостінна сфера маси m та радіусу R	Будь-яка вісь, що проходить крізь центр сфери	$I = \frac{2}{3} m R^2$
Однорідна суцільна куля маси m та радіусу R	Будь-яка вісь, що проходить крізь центр кулі	$I = \frac{2}{5} m R^2$
Однорідний конус маси m та радіусу R	Вісь конуса	$I = \frac{3}{10} m R^2$
Рівнобічний трикутник з висотою h , основою a та масою m	Вісь, що проходить крізь вершину трикутника (протилежну до основи) перпендикулярно його площині	$I = \frac{1}{24} m(a^2 + 12h^2)$
Правильний трикутник зі стороною a і масою m	Проходить крізь центр мас трикутника перпендикулярно до його площини	$I = \frac{1}{12} m a^2$
Квадрат зі стороною a та масою m	Вісь, що проходить крізь квадрат перпендикулярно до його площини	$I = \frac{1}{6} m a^2$
Прямокутник маси m зі сторонами a та b	Проходить крізь центр мас прямокутника перпендикулярно до його площини	$I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$

3. Віртуальні лабораторії



Сили і рух



Збереження механічної енергії



Форми енергії і їх зміни



Рух снарядів



Стани матерії



Властивості газів



Електричне поле



Плоский конденсатор



Постійний електричний струм



Математичний маятник



Пружинний маятник



Хвилі



Інтерференція і дифракція хвиль



Заломлення світла



Побудова зображення у
дзеркалах і лінзах



Випромінювання абсолютно
чорного тіла

Предметний покажчик

А

Абсолютна шкала температур, 78
Азимут цілі, 235
Акомодація, 193
Активне середовище, 266
Акустика, 230
Алотропія, 75
Амплітуда, 155
 – хвилі, 164
Антенa, 214
Астигматизм, 194
Атоми, 75

Б

Балістика, 47
 – внутрішня, 47, 97
 – зовнішня, 47
 – термінальна, 47, 68
Биття, 162
Бінокль, 200
 – нічний, 201
 – польовий, 201
Бінокулярність зору, 192, 195
Боеприпаси об'ємного вибуху, 104

В

Вага, 24
Взаємодія, 149
Види рівноваги, 22
Випромінювальна здатність, 254
Випромінювання
 – вимушене, 265
 – монохроматичне, 263
 – спонтанне, 264
 – теплове, 253
 – людського тіла, 255
Відбиття світла
 – дзеркальне, 182
 – дифузне, 180, 182
 – повне внутрішнє, 180
Вільне падіння, 12
 – прискорення, 12, 24
Вільні носії електричного заряду, 112
Вузол, 167

Г

Генератор змінного струму, 151
Гідролокація, 231
Гірокомпас, 65
Гіроскоп, 64
Горіння, 93
Гравітація, 24
Густина
 – заряду
 – лінійна, 108
 – об'ємна, 108
 – поверхнева, 108
 – оптична, 177
 – струму, 124

Д

Далекозорість, 194
Далекомір
 – лазерний, 267
 – суміщення, 203
Дальність прямої видимості, 219
Дальтон, 76
Деривація, 48, 68
Десублімація, 92
Деформація, 23
 – пружна, 23
Дзеркала
 – опуклі, 183
 – параболічні, 184
 – плоскі, 182
 – сферичні, 184
 – увігнуті, 183
Динаміка, 5, 21
 – метального снаряда, 48
 – обертового руху, 25
Дисперсія, 165
 – світла, 117, 178
Дифракційна ґратка, 212
Дифракція, 212
 – радіохвиль, 220
Діаграма спрямованості, 215
Діамагнетики, 145
Діаметр зіниці
 – вихідної, 198
 – вхідної, 198

Діелектрики, 112

- неполярні, 115
- полярні, 115

Діоди, 135

Діюче значення

- напруги, 150
- сили змінного струму, 150

Добротність, 158

Довжина хвилі, 165

Е

Електрична

- напруга, 125
- провідність, 113, 125

Електричний

- диполь, 111
- заряд, 107

Електровибухова мережа, 130

Електроліз, 135

Електроліти, 135

Електронейтральність, 112

Електрорушійна сила, 127

Електростатика, 107

Електростатичний захист, 114

Енергія, 27

- внутрішня, 27, 77, 80
- гравітаційна, 27
- електричного поля, 120
- електромагнітна, 27
- кінетична, 28
- магнітного поля, 149
- механічна, 27, 28
- потенціальна, 28, 110, 143
- середньо кінетична, 78
- хвилі, 170
- хімічна, 27
- ядерна, 27

ЕРС

- індукції, 148
- самоіндукції, 149

Ефект

- Допплера, 172, 173, 238
- Зеебека, 134
- Пельтье, 134
- Томсона, 134

Є

Ємність, 119

- конденсатора, 119

Ж

Жовта пляма, 193

З

З'єднання

- джерел струму, 129
- електродетонаторів, 130
- конденсаторів, 121
- резисторів, 128

Задача

- балістики, 47
- обернена
 - динаміки, 21
 - механіки, 5
- основна
 - динаміки, 21
 - механіки, 5

Закон

- Авогадро, 80
- Ампера, 141
- Архімеда, 25
- Біо-Савара-Лапласа, 140
- всесвітнього тяжіння, 24
- Гука, 23
- Дальтона, 80
- Джоуля-Ленца, 127
- дзеркального відбиття світла, 176
- заломлення світла, 176
- збереження
 - електричного заряду, 107
 - енергії, 30
 - імпульсу, 29
 - моменту імпульсу, 30
- зворотних квадратів Кеплера, 206
- зворотності руху світлового променя, 176
- зсуву Віна, 254
- інерції, 21
- Кірхгофа, 255
- Кулона, 108
- Малоса, 179
- незалежного поширення променів, 176
- Ома, 127
 - для ділянки кола, 127
 - для повного кола, 127
- прямолінійного поширення світла, 176
- Снела, 176
- Стефана-Больцмана, 254
- термодинаміки перший, 78
- Фарадея, 148

Закони

- Ньютона
- другий, 21
- перший, 21
- третій, 22
- Фарадея
- другий, 136
- перший, 136
- фотоефекту, 259

Заломлення світла, 177

Заряд

- електрона, 107
- протона, 107

Зв'язок

- радіорелейний, 226
- супутниковий, 225
- транкінговий, 227

Звук, 169, 230

Зорові труби, 200

- труба Галілея, 200
- труба Кеплера, 200

I

Ідеальний коливальний контур, 160

Ізолятори, 112

Імпульс, 21

Індуктивність, 149

- соленоїда, 149

Індукція

- електростатична, 114
- магнітна, 139

Інерція, 21

Інтенсивність

- звуку, 169
- хвилі, 170

Інтерференція

- радіохвиль, 220
- світла, 211

Інфразвук, 169

Інфрачервоні сенсори, 256

K

Кількість

- речовини, 76
- теплоти, 78

Кінематика, 5

Класифікація магнетиків, 144

Когерентність, 210

Коефіцієнт

- аеродинамічний, 42, 55
- взаєміндукції, 149
- відбиття, 179
- корисної дії, 127

- опору, 39
- проходження, 179
- тертя ковзання, 23
- тертя спокою, 23

Коливання, 154

- автоколивання, 157
- ангармонічні, 156
- вимушені, 156, 158
- вільні, 156
- гармонічні, 156
- згасні, 156, 157
- критично згасні, 157
- надзгасні, 157
- слабо згасні, 157

- незгасні, 156

Коліматорний приціл, 205

Конденсатор, 119

- основні параметри, 120
- плоский, 120

Конденсаторна підривна машинка, 122

Конденсація, 91, 92

Короткозорість, 194

Кратність, 198

Кристалізація, 92

Кут

- Брюстера, 181
- вильоту, 51
- відбивання, 177
- заломлення, 177
- кидання, 51
- місця, 235
- падіння, 177
- підвищення, 51

Л

Лазер, 265

Лідар, 268

Лінзи

- збиральні, 185
- розсіювальні, 185

Лінія

- кидання, 51
- підвищення, 51

Логарифмічний декремент згасання, 158

Люмінесценція, 264

- біоломінесценція, 264
- електролюмінесценція, 264
- флюоресценцією, 264
- фосфоресценцією, 264
- фотолімінесценція, 264
- хемілюмінесценція, 264

Люмінофор, 264

М

- Магнітна сприйнятливість, 144
- Магнітний потік, 148
- Маса, 21, 76
 - еквівалентна, 136
 - молярна, 76
- Маятник
 - балістичний, 55
 - математичний, 160
 - пружинний, 159
- Механіка, 5
 - класична, 5
- Механічний рух, 5
- Мінімальний діапазон фокусування, 199
- Модель
 - абсолютно чорного тіла, 253
 - атмосфери, 83
 - ідеального газу, 80
 - ідеального діелектрика, 113
 - ідеального провідника, 113
 - матеріальної точки, 5
 - точкових зарядів, 107
- Модуляція радіосигналу, 224
 - амплітудна, 224
 - частотна, 224
- Молекули, 75
- Молекулярно-кінетична теорія, 75
- Моль, 76
- Момент
 - дипольний, 111
 - імпульсу, 26
 - інерції, 26
 - кутовий, 26
 - магнітний, 143
 - сили, 26

Н

- Надпровідник, 113, 126
- Намагніченість, 144
- Нанометр, 76
- Напівпровідники, 112
- Напруга, 109, 125
- Насичений пар, 92
- Невагомість, 25
- Неполяризоване світло, 178

О

- Об'єм, 77
- Об'ємна густина енергії хвилі, 170
- Обертони, 167
- Об'ємна густина енергії хвилі, 170
- Око, 192

Опір

- джерела струму, 127
- електричний, 125
- питомий, 126

Оптика, 176

- геометрична, 176

Оптична

- вісь лінзи, 185
- лінза, 184
 - сферична, 184
 - товста, 186
 - тонка, 186
- сила лінзи, 188

Оптичний

- резонатор, 266
- центр лінзи, 185

Оптичні прилади, 198

Освітленість, 206

Основний тон, 167

П

- Парамагнетики, 145
- Парашут, 41
- Парашутне десантування
 - людей, 40
 - об'єктів, 40
- Пароутворення, 91
 - випаровування, 91
 - кипіння, 91, 92
- Перевантаження, 25
- Переміщення, 6
 - кутове, 16
- Перетворення Галілея, 8
- Перископ, 202
- Перископічність, 199
- Період, 155
 - хвилі, 165
- Питома
 - електропровідність, 125
 - теплоємність, 78
 - теплота згоряння, 94
 - теплота фазового переходу, 91
 - тяга ракетного двигуна, 34
- Плавлення, 92
- Пластичність, 199
 - питома, 199
 - повна, 199
- Площина лінзи
 - головна, 185
 - фокальна, 186
- Показник заломлення
 - абсолютний, 177
 - відносний, 177

Поле

- електричне, 108
- зображення, 109
- напруженість, 108
- однорідне, 108
- потенціал, 108
- зору, 194
- магнітне, 139
- напруженість, 139

Поле зору, 198

Поляризація, 115

Поляризація світла, 178

- *p*-поляризація, 179
- *s*-поляризація, 179
- еліптична, 178
- лінійна, 178
- при відбитті, 181
- циркулярна, 178

Постріл, 97

- періоди, 97

Потужність, 29

- електричного струму, 125
- звуку, 169
- миттєва, 29
- теплових втрат, 255
- теплового випромінювання, 254

Похила дальність, 235

Правила Кірхгофа, 129

- друге, 129
- перше, 129

Правило

- додавання швидкостей, 9
- Ленца, 148

Прилади нічного бачення, 261

Принцип

- Галілея, 21
- дії КПМ, 122
- дії нарізної зброї, 65
- дії парашута, 40
- дії системи GPS, 227
- роботи радіозв'язку, 224
- суперпозиції, 110
- магнітних полів, 140
- Ферма, 177

Прискорення, 7

- відцентрове, 17
- доцентрове, 17, 18
- кутове, 17
- тангенціальне, 18

Провідники, 112

Проникність

- балістична, 70
- діелектрична, 108
- відносна, 116

Просвітлення оптики, 190

- інтерференційне, 212

Процес

- адіабатний, 81
- ізобарний, 81
- ізотермічний, 81
- ізохорний, 81

Процеси

- газові, 81
- ізопроцеси, 81

Пучність, 167

Р

Радіозв'язок, 224

Радіолокація, 234

- активна, 234
- пасивна, 234

Радіус-вектор, 6

Ракети

- балістичні, 34, 35
- квазібалістичні, 35
- крилаті, 35, 36

Резонанс, 159

Рефракція радіохвиль, 220

Рівновага, 22

Рівняння

- дзеркала, 184
- динаміки обертального руху, 26
- ідеальної ракети, 34
- Менделєєва-Клапейрона, 80
- МКТ, 80
- прямолінійного руху, 11
- руху, 22
- руху по колу, 17
- фотоефекту, 259
- Цюлковського, 34

Робота, 111

- газу, 78
- електричного струму, 125
- магнітного поля, 148
- механічна, 29
- потенціальних сил, 29, 111

Роздільна здатність оптичного приладу, 214

Розподіл

- Больцмана, 83
- Максвелла, 82

Розсіювання світла, 181

Рух

- балістичний, 47
- броунівський, 75, 76
- відносний, 8
- криволінійний, 10, 12, 18
- кулі у каналі ствола, 99
- по вертикалі під дією сили тяжіння, 11
- по колу, 10, 16
- поступальний, 10
- прямолінійний, 10
 - рівномірний, 10
 - рівноприскорений, 10
- реактивний, 33

С

Світловий потік, 206

Світлосила, 198

Селективна поверхня, 254

Середня швидкість

- за переміщенням, 7
- шляхова, 7

Сила, 21

- Ампера, 141
- Архімеда, 25
- виштовхувальна, 25
- відцентрова сила, 61
- гравітації, 24
- доцентрова, 25
- Коріоліса, 60
- Лоренца, 141
- пружності, 23
- реактивна, 33
- світла, 206
- струму, 124
- тертя, 23
- тяжіння, 11

Сили

- внутрішні, 29
- зовнішні, 29
- інерції, 60
- консервативні, 29
- опору, 39

Силова лінія, 109

Система

- відліку, 6
 - інерціальна, 21
- замкнена, 29
- координат, 6
- матеріальних точок, 22
- накачки, 266
- парашутно-реактивна, 40, 44

– термодинамічна, 76

– відкрита, 76, 77

– закрита, 76, 77

– ізольована, 76, 77

Сітківка, 193

Снаряди

- активно-реактивні, 50
- з донним газогенератором, 51

Спектр, 263

- випромінювання, 263
- відбиття, 263
- лінійчатий, 263
- смугастий, 263
- суцільний, 263

Спектральний аналіз, 264

Стабілізатор зображення, 199

Стала

- Авогадро, 76
- Больцмана, 78
- гравітаційна, 24
- універсальна газова, 80

Стан

- агрегатний, 90
- газоподібний, 90
- плазма, 90
- рідкий, 90
- твердий, 90
- ідеального газу, 80
- надпровідний, 113, 126
- невагомості, 25
- термодинамічної системи, 77

Статика, 5

Стереобаза, 199

Струм, 124

- електричний, 124
- змінний, 150
- неперіодичний, 150
- постійний, 124
- пульсуючий, 150
- синусоїдальний, 150

Сублімація (возгонка), 92

Т

Температура, 77

- Кюрі, 146
- плавлення, 92

Тепловізор, 256

Теплоємність, 78

- молярна, 78
- при сталому об'ємі, 78
- при сталому тиску, 78

Термодинаміка, 76
Термоелектричні явища, 134
Тертя спокою, 23
Тиск, 77
Тіло відліку, 6
Точка відліку, 6
Траєкторія, 6
Трансформатор, 152
– підвищуючий, 152
– понижуючий, 152
трасування променів, 188
Труба розвідника, 202
Тяга ракетного двигуна, 33
Тягооснащеність, 33

Ф

Фаза, 76, 155
– термодинамічна, 90
Фазована антенна решітка, 215
Фазовий перехід, 91
– I роду, 91
– II роду, 91
– теплота, 91
Феромагнетики, 145, 146
Фокус лінзи, 185
Фокусна відстань лінзи, 185
Формула
– барометрична, 83
– тонкої лінзи, 188
Фотоелектронний помножувач, 259
Фотоэффект, 258
– внутрішній, 258
– зовнішній, 258
Фотометр, 206
Фотометрія, 206
Фотони, 258
Фронт хвилі, 164

Х

Характеристики
– змінного струму, 150
– лазерів, 267
– оптичних приладів, 198
– РЛС, 236
Хвилі
– гармонічні, 166
– довгі, 223
– електромагнітні, 168, 170
– короткі, 222

– механічні, 169, 170
– наддовгі, 223
– поверхневі, 221
– повздовжні, 166
– поперечні, 166
– просторові, 221
– прямолінійні, 221
– сейсмічні, 233
– середні, 223
– стоячі, 167
– тропосферні, 221
– ультракороткі, 222
– дециметрові, 222
– метрові, 222
– сантиметрові, 222

Хвильове число, 165

Хвиля, 164

Хімічні реакції, 93

Ц

Центр ваги тіла, 24
Центр інерції тіла, 22
Центр мас тіла, 22, 24

Ч

Частота, 155
– хвилі, 164
– циклічна, 155, 164
Червона межа фотоэффекту, 259
Чинник сутінків, 199

Ш

Швидкість, 7
– звуку, 83, 170, 230
– кутова, 17, 195
– лінійна, 17
– поширення хвилі, 165
– пружних хвиль, 230
– термінальна, 40
– характеристична, 34

Шлях, 6

Я

Явище електромагнітної індукції, 148
Яскравість, 206

ЗАВАЛЬНЮК В.В., ПАНЧЕНКО ДЮ.

ФІЗИКА

Навчальний посібник

Навчальний посібник розглянуто і схвалено
на засіданні Вченої ради Військової академії (м. Одеса)
(протокол від 11 серпня 2022 № 9)

Видання віддруковано в авторській редакції

Комп'ютерний набір *Труш С.Й.*
Дизайн обкладинки *Ушаков О.Є.*

Здано до набору 05.09.22 р. Підписано до друку 18.09.2022 р.
Формат паперу 297×420/4. Авт.арк. – 12,9. Обл.вид.арк – 13.
Друкарські аркуші – 71. Умовні друк.арк. – 16,33. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman. Замовлення № 158-2022 РВВ ВА. Тираж 50 прим.

Розповсюдження та тиражування
без офіційного дозволу Військової академії заборонено